

ЗАДАНИЕ 5. Отделить корни нелинейного уравнения $x^2 + 2.5 \cdot \sin^2 x = 0.13$ и найти приближенное значение корней с точностью 10^{-3} методами деления отрезка пополам, итерации, Ньютона в Microsoft Excel. Получить приближенное значение корней, используя надстройку Microsoft Excel «Подбор параметра». Получить решение в пакете MathCAD.

В отчете по выполнению задания привести:

- отделение корней уравнения;
- формулы, по которым производится расчет по каждому из методов;
- проверку сходимости метода итерации;
- таблички Microsoft Excel с решением каждым из методов в режимах отображения чисел и формул с сеткой и заголовками строк и столбцов;
- сопоставления необходимого числа итераций в каждом из методов;
- решение с помощью надстройки «Подбор параметра»;
- функцию пакета MathCAD для решения нелинейных уравнений *root, find*;
- фрагмент листа MathCAD с решением.

ЗАДАНИЕ 6. Задана система линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} -0.87 \cdot x_1 - 0.22 \cdot x_2 - 0.31 \cdot x_3 + 0.17 \cdot x_4 + 0.32 \cdot x_5 - 0.19 \cdot x_6 = 0.11 \\ -0.55 \cdot x_2 + 0.13 \cdot x_3 + 0.07 \cdot x_4 - 0.16 \cdot x_5 + 0.29 \cdot x_6 = -0.33 \\ 0.16 \cdot x_1 - 1.08 \cdot x_3 - 0.18 \cdot x_4 - 0.23 \cdot x_5 - 0.64 \cdot x_6 = -0.85 \\ 0.08 \cdot x_1 + 0.19 \cdot x_2 - 0.33 \cdot x_3 - 0.79 \cdot x_4 - 0.26 \cdot x_5 = 1.9 \\ -0.21 \cdot x_1 + 0.25 \cdot x_2 + 0.61 \cdot x_3 - 0.21 \cdot x_4 + 1.38 \cdot x_5 - 0.42 \cdot x_6 = -0.69 \\ -0.32 \cdot x_1 + 0.67 \cdot x_3 - 0.62 \cdot x_4 + 0.89 \cdot x_5 + 8.27 \cdot x_6 = 0.71 \end{cases}$$

Проверить сходимость метода простой итерации для данной системы. Вычислить приближенное решение системы по методу простой итерации и методу Зейделя с точностью 10^{-4} . Сопоставить необходимое число итераций, потребовавшееся для достижения заданной точности в Microsoft Excel. Найти решение в пакете MathCAD по методу Гаусса и методом итерации.

В отчете по выполнению задания привести:

- проверку сходимости метода простой итерации;
- формулы, по которым производится расчет методами простой итерации и Зейделя;
- таблички Microsoft Excel;
- результат сопоставления необходимого числа итераций в каждом из методов;
- описание функций MathCAD *lsolve, find* для решения СЛАУ;
- фрагмент листа MathCAD с решениями.

ЗАДАНИЕ 7. Задана система линейных алгебраических уравнений с матрицей коэффициентов

$$\text{тредиагонального вида} \begin{cases} 5 \cdot x_1 - 2.9 \cdot x_2 = 5.9 \\ 1.1 \cdot x_1 - 2.6 \cdot x_2 - 2.3 \cdot x_3 = -4 \\ -0.5 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 - x_4 = -2.7 \\ 1.3 \cdot x_3 - 13 \cdot x_4 + 1.5 \cdot x_5 = 0.8 \\ -2 \cdot x_4 - 8.5 \cdot x_5 + 1.9 \cdot x_6 = -1.8 \\ -3.5 \cdot x_5 + 14.7 \cdot x_6 + 9.1 \cdot x_7 = 6.8 \\ -4.1 \cdot x_6 + 16.1 \cdot x_7 = 15.8 \end{cases}$$

Найти решение в пакетах MathCAD и Microsoft Excel методом прогонки. Вычислить (если возможно) приближенное решение системы по методу простой итерации.

В отчете по выполнению задания привести:

- формулы, по которым производится расчет;
- таблички Microsoft Excel;
- функции *lsolve, find* MathCAD для решения СЛАУ;
- фрагмент листа MathCAD с решениями.

ЗАДАНИЕ 8. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка $(1 + e^x) \cdot y \cdot y' = e^x$. Найти точное и численное решения уравнения на заданном промежутке изменения аргумента $x \in [0.7, 1.95]$ при начальном условии $y(0.7) = 1.49$. Численное решение уравнения найти методом Эйлера и оценить погрешность. Решение выполнить в Microsoft Excel. Решить уравнение в пакете Mathcad, используя функцию *odesolve*.

В отчете привести:

- точное (аналитическое) решение уравнения и вычисленные значения на заданном промежутке в Microsoft Excel;
- формулу Эйлера вычисления численного решения уравнения;
- численное решение по формуле Эйлера в Microsoft Excel;
- графики точного и численного решений в Microsoft Excel;
- оценку максимальной погрешности численного решения;
- описание функции решения обыкновенного дифференциального уравнений *odesolve*;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *odesolve*.

ЗАДАНИЕ 9. С помощью метода Рунге-Кутты получить численное решение обыкновенного дифференциального уравнения $y' = \frac{y^2 + x^2 y}{x^3}$ удовлетворяющего условию $y(1) = 0.7$ на промежутке изменения $x \in [0.7, 2.7]$. Сравнить с решением уравнения методом Эйлера. Решить данное уравнение в пакетах Microsoft Excel и MathCAD.

В отчете привести:

- формулу Рунге-Кутты вычисления решения уравнения;
- решение по формуле Рунге-Кутты в Microsoft Excel в табличной и графической форме;
- решение по формуле Эйлера в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- максимальное расхождение результатов;
- описание функции решения обыкновенного дифференциального уравнений методом Рунге-Кутты *rkfixed*;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *rkfixed* и *odesolve*;
- сравнить решения.
- сравнить решения.

ЗАДАНИЕ 10. Найти численное решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференци-

альных уравнений первого порядка
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y + 5z \\ \frac{dz}{dx} = -y - 3z \end{cases}$$
 на промежутке изменения $x \in [0, 3]$, удовлетво-

ряющее условиям $y(0) = 8$ и $z(0) = 2$ в Microsoft Excel методом Эйлера. Решить систему уравнений в пакете Mathcad, используя функцию *gkfixed*.

В отчете привести:

- формулу Эйлера вычисления численного решения системы дифференциальных уравнений;
- численное решение по формуле Эйлера в Microsoft Excel;
- график численного решения в Microsoft Excel;
- описание функции решения обыкновенного дифференциального уравнений *rkfixed*;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *rkfixed*.

ЗАДАНИЕ 11. Найти численное решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка задания 10 в Microsoft Excel, используя формулы Рунге-Кутты.

В отчете привести:

- формулы Рунге-Кутты вычисления численного решения системы дифференциальных уравнений;
- численное решение по формулам Рунге-Кутты в Microsoft Excel;
- график численного решения в Microsoft Excel;
- сравнение с результатами решения по формуле Эйлера.

ЗАДАНИЕ 12. Тело массой $m=75$ кг начинает падать с высоты $H=100$ м. Вычислить время падения тела до земли с учетом сопротивления воздуха пропорциональным степени скорости падения $F_d = k \cdot v^c$ при $k=0.2$, $c=0.67$

Решение выполнить в табличном процессоре Microsoft Excel и пакете математических расчетов MathCAD.

В отчете привести:

- систему дифференциальных уравнений, описывающих падение тела;
- формулу Эйлера для вычисления численного решения системы дифференциальных уравнений первого порядка;
- численное решение системы уравнений по формуле Эйлера в Microsoft Excel;
- график решения;

решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *rkfixed*

ЗАДАНИЕ 13. Задано обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка $y'' + y' - 2y = 0$ с начальными условиями $y(0.5) = 1.8$; $y'(0.5) = 0.5$. Найти аналитическое решение уравнения. Найти численное решение уравнения методом Эйлера на промежутке $x \in [0.5, 1.4]$. Оценить максимальную погрешность вычисления.

Решение выполнить в Microsoft Excel и пакете Mathcad.

В отчете привести:

- аналитическое решение уравнения и показать как оно получено;
- формулу Эйлера вычисления численного решения уравнения второго порядка;
- решение уравнения по формуле Эйлера в Microsoft Excel
- графики точного и численного решений;
- максимальную погрешность – абсолютную и относительную;
- описание функций решения обыкновенного дифференциального уравнения *odesolve* и *rkfixed*;
- решения, полученные в пакете Mathcad с использованием функций *odesolve* и *rkfixed*.

ЗАДАНИЕ 14⁵. Найти численное решение дифференциального уравнения задания 13 методом Рунге-Кутты

В отчете привести:

- формулы Рунге-Кутты вычисления численного решения уравнения второго порядка;
- решение уравнения по формулам Рунге-Кутты в Microsoft Excel
- графики точного и численного решений;
- максимальную погрешность – абсолютную и относительную;

ЗАДАНИЕ 15 Задано обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка $y'' + 0.6 \cdot \sqrt{x} \cdot y' - 2 \cdot y = 2.1$. Найти численное решение краевой задачи первого рода $y(1.5) = 0.7$, $y(2.6) = 5.8$ на промежутке $x \in [1.5, 2.6]$, используя метод конечных разностей.

Решение выполнить в табличном процессоре Microsoft Excel и пакете математических расчетов MathCAD.

В отчете привести:

- конечно-разностные отношения для внутренних точек отрезка интегрирования;
- систему линейных алгебраических уравнений для решения в точках деления отрезка интегрирования;
- формулы метода прогонки решения краевой задачи обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка;
- решение системы линейных алгебраических уравнений методами итерации и прогонки в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- проверку полученного решения для любой внутренней точки промежутка;
- решение методом прогонки, полученное в пакете Mathcad
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *odesolve*.

⁵ Выполняется по особому заданию преподавателя

ЗАДАНИЕ 16. Задано обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка $y'' + \frac{x \cdot y'}{2} + 0.5 \cdot y = 2 \cdot x$. Найти численное решение краевой задачи третьего рода $0,4 \cdot y(0,3) - y'(0,3) = 0,873$; $y'(1,4) = 0,89$ на промежутке $x \in [0,3, 1,46]$, используя метод конечных разностей. Решение выполнить в табличном процессоре Microsoft Excel и пакете математических расчетов MathCAD.

В отчете привести:

- конечно-разностные отношения для внутренних точек отрезка интегрирования;
- систему линейных алгебраических уравнений для решения в точках деления отрезка интегрирования;
- формулы метода прогонки решения краевой задачи обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка;
- решение системы линейных алгебраических уравнений методами итерации и прогонки в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- проверку полученного решения для любой внутренней точки промежутка;
- решение методом прогонки, полученное в пакете Mathcad
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции `odesolve`

ЗАДАНИЕ 17. Найти численное решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2} = 0$ в квадратной единичной области с сеткой $h=0,25$ при граничных условиях $U(x, y)_{x=0} = 20y$, $U(x, y)_{x=1} = 20y^2$ и $U(x, y)_{y=0} = 30x(1-x)$, $U(x, y)_{y=1} = 20$, используя метод конечных разностей. Решение получить с точностью $\epsilon = 10^{-3}$. Решение выполнить в табличном процессоре Microsoft Excel и пакете математических расчетов MathCAD.

В отчете привести:

- конечно-разностные отношения для внутренних точек отрезка интегрирования;
- систему линейных алгебраических уравнений для решения в точках деления отрезка интегрирования;
- формулы метода простой итерации решения системы;
- решение системы линейных алгебраических уравнений методом итерации в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- решение методом итерации, полученное в пакете Mathcad;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции `relax`;