

Р.С. Кударов

Задание
для контрольной работы
по дисциплине
«МАТЕМАТИКА» (Б1.О.7)

для специальности

(23.05.04) «Эксплуатация железных дорог»

по специализациям
«Магистральный транспорт»
«Грузовая и коммерческая работа»
«Пассажирский комплекс железнодорожного транспорта»
«Транспортный бизнес и логистика»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 4 – ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Контрольная работа состоит из 8 задач.

Работа выполнена, если она содержит пять (и более) полностью и правильно решённых задач.

Работа не проверяется и не рецензируется, если в ней содержится менее пяти решённых задач.

Номер упражнения выбирается по последней цифре зачетной книжки.

Задача 1

4.01-4.10. Найти неопределенный интеграл. Результаты проверить дифференцированием.

4.01 а) $\int x^2 dx;$

б) $\int \frac{2\sqrt{x} - 3x^2 \cos}{x^2} dx;$

в) $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx.$

4.02 а) $\int x^{-3} dx;$

б) $\int \frac{2x - 3\sqrt{x}}{x^2} dx;$

в) $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx.$

4.03 а) $\int x^{\frac{2}{3}} dx;$

б) $\int \frac{3x^2 e^x - 4x}{x^2} dx;$

в) $\int \frac{\operatorname{arctg}^4 x}{1 + x^2} dx.$

4.04 а) $\int x^6 dx;$

б) $\int \frac{10\sqrt[3]{x} - 2x}{x^3} dx;$

в) $\int \frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$

4.05 а) $\int (2x + 1) dx;$

б) $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} dx;$

в) $\int x \cdot e^{x^2} dx.$

4.06 а) $\int \left(\frac{x^3}{2} + 3 \right) dx;$

б) $\int \frac{3x^2 + 1}{x^4} dx;$

в) $\int \cos \left(6x - \frac{\pi}{17} \right) dx.$

4.07 а) $\int \sqrt[5]{x^2} dx;$

б) $\int \left(\frac{x^3}{2} - 3 \operatorname{tg} x + 5 \right) dx;$

в) $\int \frac{\operatorname{ctg}^4 x}{\sin^2 x} dx.$

4.08 а) $\int \sqrt{x} dx;$

б) $\int \frac{7x \cdot 2^x - 3\sqrt{x}}{x} dx;$

в) $\int x(x^2 + 3)^5 dx.$

4.09 a)	б)	в)
$\int x^{-\frac{3}{2}} dx;$	$\int \frac{\sqrt{1-x^2} + 1 - x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$	$\int \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx.$
4.10 a)	б)	в)
$\int x^{-5} dx;$	$\int \frac{3x+1}{3x-1} dx;$	$\int \sin 4x dx.$

Задача 2

4.11-4.20. Найти неопределенные интегралы.

4.11 a)	$\int \frac{\sqrt{1-3\ln x}}{x} dx;$	б)	$\int \frac{\sin 2x}{1+\cos 2x} dx.$
4.12 a)	$\int x \cos(x^2 + 5) dx;$	б)	$\int \frac{x^3+1}{x^4+4x+5} dx.$
4.13 a)	$\int x^3 \sqrt{1-3x^4} dx;$	б)	$\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x} dx.$
4.14 a)	$\int \frac{1+\operatorname{tg} 2x}{\cos^2 2x} dx;$	б)	$\int \frac{2x+1}{3x^2+3x+10} dx.$
4.15 a)	$\int \frac{\ln x - 5}{x\sqrt{\ln x}} dx;$	б)	$\int \frac{e^{2x}}{3+7e^{2x}} dx.$
4.16 a)	$\int \frac{e^x}{4+e^{2x}} dx;$	б)	$\int \frac{\cos 3x}{4+5\sin 3x} dx.$
4.17 a)	$\int \frac{x}{\sqrt{9-x^4}} dx;$	б)	$\int \frac{5^{2x}}{3+5^{2x}} dx.$
4.18 a)	$\int \frac{1+3\operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx;$	б)	$\int \frac{e^{3x}}{7-2e^{3x}} dx.$
4.19 a)	$\int \frac{\arcsin^3 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx;$	б)	$\int \frac{x^2+2}{x^3+6x+5} dx.$
4.20 a)	$\int \frac{x^2}{4+x^6} dx;$	б)	$\int \frac{3^{-x}}{4+3^{-x}} dx.$

Задача 3

4.21-4.30. Найти неопределенные интегралы.

4.21 a)	$\int x \sin 2x dx;$	б)	$\int \frac{2-x}{x^3+x^2+2x+2} dx.$
4.22 a)	$\int x \cos 5x dx;$	б)	$\int \frac{1}{x^3+x} dx.$
4.23 a)	$\int x e^{-4x} dx;$	б)	$\int \frac{x+3}{x^3+x^2-2x} dx.$

4.24 a) $\int x \ln(2x + 6) dx$;

б) $\int \frac{x+14}{x^3+8} dx$.

4.25 a) $\int \arcsin 2x dx$;

б) $\int \frac{6x+5}{x^3+2x^2+x} dx$.

4.26 a) $\int \arctg 4x dx$;

б) $\int \frac{5x-14}{x^3-x^2-4x+4} dx$.

4.27 a) $\int (2x + 3) \sin \frac{x}{4} dx$;

б) $\int \frac{7x+3}{x^3-x^2+x-1} dx$.

4.28 a) $\int x 3^{-x} dx$;

б) $\int \frac{x-16}{x^3+16x} dx$.

4.29 a) $\int x \arctg 2x dx$;

б) $\int \frac{17x+10}{x^3+2x^2+10x} dx$.

4.30 a) $\int \ln(2x + 7) dx$;

б) $\int \frac{4x+16}{x^3+4x^2+8x} dx$.

Задача 4

4.31-4.40. Найти неопределенные интегралы.

4.31 a) $\int \frac{x}{\sqrt{2x+1}+1} dx$;

б) $\int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{3} dx$.

4.32 a) $\int \frac{\sqrt{x-5}}{x} dx$;

б) $\int \cos^3 2x \sin^2 2x dx$.

4.33 a) $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x+1} dx$;

б) $\int \sin^4 5x dx$.

4.34 a) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2}}$;

б) $\int \operatorname{tg}^4 3x dx$.

4.35 a) $\int \frac{\sqrt{x+5}}{1 + \sqrt[3]{x+5}} dx$;

б) $\int \sin^3 3x \cos^6 3x dx$.

4.36 a) $\int \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x+1}} dx$;

б) $\int \sin 4x \sin 6x dx$.

4.37 a) $\int \frac{2\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$;

б) $\int \cos^3 2x dx$.

4.38 a) $\int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx$;

б) $\int \cos 3x \sin 7x dx$.

4.39 a) $\int \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} dx$;

б) $\int \cos^4 3x dx$.

4.40. a) $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x^3}} dx$;

б) $\int \cos^3 \frac{x}{2} \sin^3 \frac{x}{2} dx$.

Задача 5

4.41-4.50. Вычислить определенные интегралы.

4.41 а) $\int_1^2 (x^3 - 1) dx$;

б) $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}+1} dx$.

4.42 а) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$;

б) $\int_0^2 \frac{3x+1}{x^2+2x+4} dx$.

4.43 а) $\int_0^3 (2x^2 + 1) dx$;

б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{6+5\cos x}$.

4.44 а) $\int_0^1 \sqrt[3]{x^2} dx$;

б) $\int_0^4 \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$.

4.45 а) $\int_{-1}^1 e^{2x} dx$;

б) $\int_1^2 \frac{5x+7}{x^2+4x+5} dx$.

4.46 а) $\int_1^2 (2x^2 - x) dx$;

б) $\int_0^1 \frac{2x-1}{x^2+8x+17} dx$.

4.47 а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$;

б) $\int_0^1 \frac{4x-3}{x^2+6x+13} dx$.

4.48 а) $\int_1^4 3\sqrt{x} dx$;

б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\sin^2 x} dx$.

4.49 а) $\int_1^2 2x^{-3} dx$;

б) $\int_{-0.5}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{2x+1}}$.

4.50 а) $\int_1^3 \frac{1}{x} dx$;

б) $\int_{-1}^4 \frac{x}{\sqrt{x+5}} dx$.

Задача 6

4.51-4.60. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями.

4.51 а) $y = x^2$; $y = \frac{2}{x}$; $y = 16$;

б) $\rho^2 = 9\cos 2\varphi$.

4.52 а) $y = x^3$; $y = x$; $y = 4x$;

б) $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$.

4.53 а) $y = x$; $y = \frac{x}{2}$; $y = 12 - x$;

б) $\rho = 2\cos 3\varphi$.

4.54 а) $y = x^2 + 1$; $y = 3x + 1$;

б) $\rho = 4\cos \varphi$.

4.55 а) $y = \frac{2}{x}$; $y = \frac{x}{2}$; $y = 2$;

б) $\rho = 4\sin 2\varphi$.

4.56 а) $y = x^2$; $y = \frac{8}{x}$; $x = 6$;

б) $\rho = \cos 2\varphi$.

4.57 а) $y = 2x$; $y = x$; $y = 6 - x$;

б) $\rho = 3 - \cos 2\varphi$.

- 4.58 а) $y = 3x^2 + 1; y = 3x + 7;$ б) $\rho = 2(1 + \sin\varphi).$
 4.59 а) $y = 2x - x^2; x + y = 0;$ б) $\rho = 4(1 + \sin^2\varphi).$
 4.60 а) $y = x^2 + 4x; y = x + 4;$ б) $\rho = 3(1 - \cos\varphi).$

Задача 7

4.61-4.70. Вычислить значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

- 4.61 $\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 8} dx;$ 4.62 $\int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 36} dx.$
 4.63 $\int_1^{11} \sqrt{x^3 + 3} dx;$ 4.64 $\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 11} dx.$
 4.65 а) $\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 4} dx;$ 4.66 $\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 16} dx.$
 4.67 а) $\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 9} dx;$ 4.68 $\int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 32} dx.$
 4.69 а) $\int_{-1}^9 \sqrt{x^3 + 2} dx;$ 4.70 $\int_0^{10} \sqrt{x^3 + 5} dx.$

Задача 8

4.71-4.80. Проверить сходимость несобственных интегралов.

- 4.71 $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx;$ 4.72 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}.$
 4.73 $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}};$ 4.74 $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$
 4.75 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x};$ 4.76 $\int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}.$
 4.77 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5};$ 4.78 $\int_{-\infty}^{-3} \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2}.$
 4.79 $\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2};$ 4.80 $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}.$
