

Контрольная работа 1. Задания.

1. Решить систему методами Гаусса и Крамера

1.11.
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & | & -15 \\ 3 & -1 & -7 & | & 2 \\ 3 & 4 & 2 & | & 4 \end{pmatrix}$$
 Четный год поступления

1.12.
$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & -3 & | & 6 \\ 2 & -5 & -5 & | & 3 \\ 1 & 11 & 1 & | & 1 \end{pmatrix}$$

1.13.
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 & | & 4 \\ 4 & 2 & -3 & | & 3 \\ -3 & 1 & -4 & | & 4 \end{pmatrix}$$

1.14.
$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 & | & 10 \\ 5 & 2 & -2 & | & -13 \\ 1 & 1 & -3 & | & -15 \end{pmatrix}$$

1.15.
$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 & | & 2 \\ -2 & 4 & 1 & | & -2 \\ 2 & -3 & 5 & | & 12 \end{pmatrix}$$

1.16.
$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 9 & | & 1 \\ -1 & 4 & -3 & | & 7 \\ 4 & -3 & -5 & | & -19 \end{pmatrix}$$

1.17.
$$\begin{pmatrix} -4 & 4 & -11 & | & -13 \\ 2 & 2 & -5 & | & 5 \\ 1 & -6 & 9 & | & 12 \end{pmatrix}$$

1.18.
$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 & | & 9 \\ 5 & -1 & 6 & | & -7 \\ 2 & 3 & 3 & | & 12 \end{pmatrix}$$

1.19.
$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 & | & 3 \\ 1 & 5 & -10 & | & -6 \\ 5 & -1 & 8 & | & 16 \end{pmatrix}$$

1.20.
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & | & 3 \\ -2 & 1 & -2 & | & 21 \\ 9 & 2 & -6 & | & 0 \end{pmatrix}$$

2. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Средствами векторной алгебры найти:

1) длину ребра A_1A_2 ;

2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

3) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;

4) уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;

5) площадь грани $A_1A_2A_3$;

б) объем пирамиды.

	Четный год поступления			
2.11.	$A_1(2, 0, 2)$,	$A_2(5, 6, 5)$,	$A_3(3, 3, 0)$,	$A_4(4, 2, 4)$.
2.12.	$A_1(3, 2, 0)$,	$A_2(1, 1, 3)$,	$A_3(0, 3, 2)$,	$A_4(2, 2, 6)$.
2.13.	$A_1(6, -1, 1)$,	$A_2(2, 3, 4)$,	$A_3(3, -3, 0)$,	$A_4(4, 4, 7)$.
2.14.	$A_1(3, 0, 4)$,	$A_2(4, 6, -1)$,	$A_3(2, 8, 2)$,	$A_4(0, 4, 8)$.
2.15.	$A_1(1, -1, 1)$,	$A_2(6, 1, 1)$,	$A_3(3, 4, 1)$,	$A_4(2, 1, 4)$.
2.16.	$A_1(2, 0, 1)$,	$A_2(1, 3, 4)$,	$A_3(3, 4, 3)$,	$A_4(1, 2, 6)$.
2.17.	$A_1(3, 1, 1)$,	$A_2(1, 4, 1)$,	$A_3(1, 1, 7)$,	$A_4(3, 4, 9)$.
2.18.	$A_1(3, 4, 5)$,	$A_2(4, 7, 2)$,	$A_3(6, 1, 0)$,	$A_4(5, 1, 3)$.
2.19.	$A_1(3, 1, 0)$,	$A_2(1, 4, 3)$,	$A_3(4, 5, 2)$,	$A_4(2, 3, 6)$.
2.20.	$A_1(2, 7, 5)$,	$A_2(4, 1, 2)$,	$A_3(5, 3, 0)$,	$A_4(3, 4, 3)$.

В задачах 3.1 – 20 по аналитической геометрии сделать **чертеж**.

3. Даны координаты вершин треугольника А, В, С. Найти уравнения сторон АВ и АС, угол между ними, уравнения медианы СК и высоты АМ. Сделать чертеж

№	А	В	С
Четный год поступления			
3.11	(14, 5)	(4, 5)	(-5,-8)
3.12	(10, 2)	(2, 0)	(5, -2)
3.13	(0, -2)	(-2, 1)	(3, 1)
3.14	(-1, 2)	(1, -1)	(-5, 1)
3.15	(4, 8)	(-3, 3)	(7, 5)
3.16	(4, 4)	(5, 2)	(-1, 0)
3.17	(-2, 4)	(5, 1)	(0, 3)
3.18	(2,5)	(-1,1)	(1,0)
3.19	(1, 5)	(-5, 3)	(10,6)
3.20	(1,4)	(-2,-1)	(0,-3)

4. Найти уравнение линии

Четный год поступления

4.9. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки $B(12, 0)$, чем от точки $A(3, 0)$. Построить эту линию.

4.10. Составить уравнение геометрического места точек, сумма квадратов расстояний которых до точек $A(4, 0)$ и $B(0, 4)$ равна 50. Построить эту линию.

4.11. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки $A(3, 0)$ и прямой $x - 7 = 0$. Построить эту линию.

- 4.12. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое ближе к точке $O(0, 0)$, чем к точке $B(8, 0)$. Построить эту линию.
- 4.13. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое ближе к прямой $x - 2 = 0$, чем к точке $F(8, 0)$. Построить эту линию.
- 4.14. Составить уравнение геометрического места точек, разность квадратов расстояний которых до точек $A(6, 2)$ и $B(2, 4)$ равна 4. Построить эту линию.
- 4.15. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от прямой $y - 2 = 0$ и точки $F(0, 6)$. Построить эту линию.
- 4.16. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое дальше от прямой $x - 18 = 0$, чем от точки $F(2, 0)$. Построить эту линию.
- 4.17. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от прямой $x + 5 = 0$ и точки $F(-1, 0)$. Построить эту линию.
- 4.18. Составить уравнение геометрического места точек, сумма квадратов расстояний которых до точек $A(5, 1)$ и $B(1, 5)$ равна 18. Построить эту линию.

Контрольная работа 2. Задания

1. Найти указанные пределы, в п. а, б, в, г не пользуясь правилом Лопиталья, в п. д используя правило Лопиталья.

1.11. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x - 5}{4x^2 - 3x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{четный год поступления}}{x\sqrt{x} - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 1})$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 5x}{\cos x - \cos^3 x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$

1.12. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + x^2 - 3x^3}{1 - 3x + 6x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x + 3} - \sqrt{5 + 3x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1 - x^3} - \frac{2}{1 - x} \right)$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 4x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$

1.13. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^5 - 2x^2 + 5}{5x^5 + 2x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 3x + 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{5x \operatorname{tg} 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{\sin x}$

1.14. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - 4} - \sqrt{2 + x})$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x - 3}}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^6 + 6x^5 + 5}{3x^6 - 1 + x^3}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{1 - \cos x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^3}$

1.15. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 6x^2 + 2}{x^4 + 4x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{2x^2 + 9x + 9}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{1 - \sqrt{1 - x}}$; д) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x - 1)}$

16.a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^6 - 2x + 11}{5x^6 + x^4 + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$; в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 4}$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{x \operatorname{tg} 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x - \pi}{\cos \frac{x}{2}}$

17.a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 6x - 3}{x^3 - 2x^2 + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 9x + 10}{x^2 - x - 6}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 84} - \sqrt{x^2 + 2x})$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \sin^2 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}$

18.a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - x + 1}{5x^2 + 6x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15}$; в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 7x + 10}$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 5x}{x \sin 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x - 1}{x^3 + x + 3}$

19.a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2 + 3x}{7x^2 + 2x - 8}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + 2x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+4}}{x^2 - 5x}$;
 г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos 5x - 1}{2x \operatorname{tg} 7x + 5}$; д) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\cos 2x}$

20.a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{12x - 8x^2 - 4}{2x^2 - x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + x^2} - \sqrt{x^2 - 6x + 1})$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\cos 2x - \cos 3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\cos 6x}$

2. Найти точки разрыва функции, если они существуют.

а) сделать чертеж функции.

б) сделать схематический чертеж около точки разрыва.

2.11. $y = \begin{cases} x+1, & \text{если } x \leq 0, \\ 2-x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$ б) $y = 10^{\frac{1}{x-6}}$.
 Четный год поступления

2.12. $y = \begin{cases} -x^2 + 2, & \text{если } x \leq 0, \\ -x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ -\sqrt{x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$ б) $y = \frac{1}{x^3 - x^2 + x - 1}$.

2.13. $y = \begin{cases} \operatorname{tg} x, & \text{если } 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2, & \text{если } x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$ б) $y = \frac{2x+3}{x-2}$.

2.14. $y = \begin{cases} -2, & \text{если } x \leq -1, \\ -x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1, \\ x, & \text{если } x > 1. \end{cases}$ б) $y = 25^{\frac{1}{8-x}}$.

$$2.15. \quad y = \begin{cases} -2, & \text{если } x \leq 0, \\ -3x+3, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ \lg(x), & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

$$б) \quad y = \frac{x-1}{x^3+2x^2+x+2}.$$

$$2.16. \quad y = \begin{cases} \sin x, & \text{если } x \leq 0, \\ x, & \text{если } 0 < x \leq 2, \\ 0, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

$$б) \quad y = \frac{x^2-2x+3}{x-4}.$$

$$2.17. \quad y = \begin{cases} 1, & \text{если } x \leq -2, \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 1, \\ 2-x, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

$$б) \quad y = 9^{\frac{-2}{7-x}}.$$

$$2.18. \quad y = \begin{cases} 6+2x, & \text{если } x \leq -3, \\ -\sqrt{9-x^2}, & \text{если } -3 < x \leq 3, \\ x, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

$$б) \quad y = \frac{x^2-5}{8-x^3}.$$

$$2.19. \quad y = \begin{cases} \cos x, & \text{если } x \leq 0, \\ 1-x, & \text{если } 0 < x \leq 2, \\ -x^2, & \text{если } x \leq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$б) \quad y = \frac{3x+5}{x^3+x^2+4x+4}.$$

$$2.20. \quad y = \begin{cases} \log_2 x, & \text{если } \frac{1}{2} < x \leq 4, \\ x, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

$$б) \quad y = 4^{\frac{1}{x-1}}.$$

$$2.20. \quad y = \begin{cases} -x^3, & \text{если } x \leq 0, \\ x, & \text{если } 0 < x \leq 2, \\ 2-x, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

$$б) \quad y = \frac{1}{x} + 4x^2.$$

$\frac{dy}{dx}$

3. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

$$3.11.а) \quad y = x^2 \sqrt{1+\sqrt{x}};$$

$$в) \quad y = \sin \frac{\arccos x}{2};$$

$$3.12.а) \quad y = 3\sqrt[3]{x^5+5x^4-\frac{5}{x}};$$

$$в) \quad y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x);$$

$$3.13.а) \quad y = x \sqrt{\frac{(1-x)}{1+x^2}};$$

$$в) \quad y = \arcsin \sqrt{1+2x};$$

$$3.14.а) \quad y = 5\sqrt[5]{x^2+x+\frac{1}{x}};$$

Четный год поступления

$$б) \quad y = \sin x \cdot e^{\cos x}$$

$$г) \quad x = \frac{3at}{1+t^3}, \quad y = \frac{3at^2}{1+t^3}.$$

$$б) \quad y = \ln \sqrt{\frac{(1-\sin x)}{(1+\sin x)}};$$

$$г) \quad x = 3t - t^3, \quad y = 3t^2.$$

$$б) \quad y = \operatorname{tg} \frac{1-e^x}{1+e^x};$$

$$г) \quad x = a \sin^3 t, \quad y = a \cos^3 t.$$

$$б) \quad y = 2^x e^{-x};$$

$$\begin{array}{ll}
\text{в)} y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}; & \text{г)} x = 2t - t^3, y = 2t^2. \\
3.15. \text{а)} y = \frac{\arcsin 4x}{(1-4x)^3}; & \text{б)} y = \sqrt[3]{1 + \sin^2 x}; \\
\text{в)} y = \ln \frac{x + \sqrt{1-x^2}}{x}; & \text{г)} x = a(2 \cos t - \cos 2t), \\
& \text{г)} y = a(2 \sin t - \sin 2t). \\
3.16. \text{а)} y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1}; & \text{б)} y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x; \\
\text{в)} y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x-2}}; & \text{г)} x = t + \ln \cos t, y = t - \ln \sin t. \\
3.17. \text{а)} y = \frac{\sqrt[11]{9 + 6\sqrt{x^3}}}{\arcsin x}; & \text{б)} y = \lg(x - \cos x); \\
\text{в)} y = \cos \frac{2}{3 + 6x}; & \text{г)} x = e^t \sin t, y = e^t \cos t. \\
3.18. \text{а)} y = \frac{y}{\sqrt{3 - 4x + 5x^2}}; & \text{б)} y = \sin^3 x - x \cos x; \\
\text{в)} y = x^m \ln x; & \text{г)} x = \ln t, y = \left(\frac{1}{2}\right) \left(t + \frac{1}{t}\right). \\
3.19. \text{а)} y = \sin \frac{x}{2} \cdot \cos 2x; & \text{б)} y = \frac{1}{\cos(x - \cos x)}; \\
\text{в)} y = \sqrt{\operatorname{arctg}(x^2 + 1)}; & \text{г)} x = \frac{1+t^3}{t^2-1}, y = \frac{t}{t^2-1}. \\
3.20. \text{а)} y = x^{23} \sqrt{x^6 - 8x}; & \text{б)} y = \frac{\sin^3 x}{\cos x^2}; \\
\text{в)} y = \operatorname{arctg}^3(1+x); & \text{г)} x = \ln(1+t^2), y = t - \operatorname{arctg} t.
\end{array}$$

4. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования, построить ее график.

Четный год поступления

$$\begin{array}{ll}
4.11. \text{а)} y = \frac{1}{21}x^3 - \frac{3}{7}x^2 - x; & \text{б)} y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
4.12. \text{а)} y = \frac{2}{9}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - 4x; & \text{б)} y = \frac{x^2}{x-1}.
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
4.13. \text{а)} y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x; & \text{б)} y = \frac{4x^3 + 5}{x}.
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
4.14. \text{а)} y = \frac{1}{24}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 7; & \text{б)} y = \frac{x^4}{x^3 - 1}.
\end{array}$$

$$4.15.a) \quad y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - \frac{1}{2}x^2; \quad \text{б) } y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2}.$$

$$4.16.a) \quad y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x; \quad \text{б) } y = e^{\frac{1}{2-x}}.$$

$$4.17.a) \quad y = \frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^2; \quad \text{б) } y = (2+x^2)e^{-x^2}.$$

$$4.18.a) \quad y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 + 14; \quad \text{б) } y = (x-1)e^{3x+1}.$$

$$4.19.a) \quad y = \frac{1}{8}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - x^2; \quad \text{б) } y = x \cdot e^{-x^2}.$$

$$4.20.a) \quad y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x; \quad \text{б) } y = x^2 - 2\ln x.$$