Перечень примерных вопросов

Теория вероятностей

1. Размещения без повторений;
2. Перестановки без повторений;
3. Сочетания без повторений;
4. Размещения с повторениями;
5. Перестановки с повторениями;
6. Сочетания с повторениями;
7. Правила комбинаторики (суммы, произведения)
8. Элементарное событие;
9. Пространство элементарных событий;
10. Случайное событие;
11. Достоверное событие;
12. Невозможное событие;
13. Совместные и несовместные события;
14. Равновозможные события;
15. Единственно возможные события;
16. Полная группа событий;
17. Противоположные события;
18. Классическое определение вероятностей;
19. Статистическое определение вероятности;
20. Геометрические вероятности;
21. Задача о выборке. Гипергеометрическая формула;
22. Вероятность суммы несовместных событий;
23. Вероятность событий, образующих полную группу;
24. Вероятность противоположных событий;
25. Независимые и зависимые события;
26. Вероятность совмещения (произведения) независимых событий;
27. Вероятность суммы совместных событий;
28. Условная вероятность;
29. Вероятность совместного наступления зависимых событий;
30. Вероятность появления хотя бы одного события;
31. Формула полной вероятности. Формула Бейеса;
32. Повторение испытаний. Схема Бернулли;
33. Наивероятнейшее число событий;
34. Формула Бернулли;
35. Локальная и интегральная теоремы Лапласа;
36. Формула Пуассона;
37. Дискретная случайная величина (дсв);
38. Закон распределения дсв;
39. Многоугольник распределения;
40. Функция распределения, ее свойства;
41. Биномиальное распределение;
42. Геометрическое распределение;
43. Гипергеометрическое распределение;
44. Распределение Пуассона;
45. Математическое ожидание дсв, его свойства;
46. Дисперсия дсв, ее свойства;
47. Среднее квадратическое отклонение;
48. Непрерывная случайная величина (нсв);
49. Функция распределения нсв, ее свойства;
50. Плотность распределения вероятностей нсв, ее свойства;
51. Математическое ожидание нсв, его свойства;
52. Дисперсия нсв, ее свойства;
53. Среднее квадратическое отклонение;
54. Равномерное распределение;
55. Нормальное распределение;
56. Показательное распределение;

Элементы математической статистики (ДЛЯ КОНСПЕКТА).

57. Генеральная совокупность;
58. Выборка, объем выборки;
59. Ранжирование. Вариационный и статистический ряды;
60. Размах выборки;
61. Дискретное и интервальное распределения ряды;
62. Эмпирическая функция распределения, ее свойства;
63. Полигон. Гистограмма;
64. Точечные оценки параметров распределение;
65. Несмещенные и смещенные точечные оценки;
66. Выборочная средняя.
67. Выборочная дисперсия. Исправленная выборочная дисперсия;
68. Интервальные оценки параметров распределения;
69. Доверительный интервал;
70. Регрессионная зависимость;
71. Статистическая зависимость;
72. Корреляционная зависимость;
73. Функциональная зависимость;
74. Парная корреляция;
75. Корреляционное поле точек;
76. Уравнение линейной регрессии;
77. Коэффициент регрессии;
78. Метод наименьших квадратов;
79. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства;
80. Прямая и обратная корреляционные связи;
81. Гипотеза о значимости выборочного коэффициента линейной корреляции.

Общие требования к выполнению расчетно-графической работы

Изучить соответствующий теоретический материал по учебнику или конспекту лекций и подробно рассмотреть приведенные там примеры; разобрать задачи, решенные на практических занятиях.

Разобраться в условии задачи и выполнить схематичный рисунок или чертеж, если это необходимо.

Чертежи, схемы следует выполнять при помощи чертежных принадлежностей, возможно на миллиметровой бумаге, формат листа А4. Все параметры, необходимые для расчета: векторы, оси координат, углы, размеры должны быть изображены на рисунке.

Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными без сокращения слов объяснениями, без многословных пояснений и пересказа учебника. При пользовании формулами или данными, отсутствующими в учебнике, необходимо кратко и точно указывать источник (автор, название, издание, страница, номер формулы).

На каждой странице следует оставлять поля для замечаний рецензента.

Работы выполняются на писчей бумаге формата А4, чернилами (черными или синими), четким почерком, с полями. Также работа может быть набрана на компьютере в текстовом редакторе MS Word.

Номер варианта определяется условием расчетно-графической работы.

Задание, выполненное не по своему варианту, к защите не принимается.

В возвращенной на исправление расчетно-графической работе студент должен в кратчайший срок доработать все отмеченные ошибки и выполнить все данные ему указания на отдельных листах, которые должны быть вложены в соответствующие места рецензированной работы. Сдать работу на повторную проверку. Отдельно от работы исправления не рассматриваются.

Защита расчетно-графических работ производится в соответствии с графиком учебного процесса. При защите задания студент должен дать объяснение по его содержанию, уметь решать типовые задачи и давать ответы по теории соответствующего раздела курса.

Правила оформления

Пояснительная записка к расчетно-графической работе должна включать в указанной последовательности следующие разделы: титульный лист установленного образца; содержание, которое включает наименование всех разделов расчетно-графической работы; введение, которое содержит описание темы, краткий анализ возможных методов решения заданий работы; основную часть, которая содержит описание заданий и используемых методов решения, подробное решение заданий; заключение, которое содержит качественные и количественные оценки результатов расчетно-графической работы, выводы; список использованной литературы, который содержит перечень источников, использованных при выполнении расчетно-графической работы. Следует указывать только те источники, на которые имеются ссылки в тексте пояснительной записки; приложение (при необходимости), которое содержит вспомогательный материал.

Требования к оформлению. Поля при оформлении расчетно-графической работы: слева – 20 мм, справа – 10 мм, сверху – 15 мм, снизу – 20 мм. Шрифт Times New Roman, 14pt, интервал 1,2. Абзацный отступ – 10 мм. Слова разделяются одним пробелом (включить автоматическую расстановку переносов). Нумерация страниц сквозная, первая страница не нумеруется. Все рисунки выровнены по центру. Подписи к рисункам имеют формат «Рис. X. Название рисунка», где X – номер рисунка в документе, и располагаются под рисунком. Таблицы также нумеруются, подпись «Таблица X» располагается в отдельной строке, выровнена по правому краю. Следующая строка – название таблицы, выровненное по центру.

Сроки сдачи. Оформленную в соответствии с требованиями пояснительную записку к расчетно-графической работе необходимо представить на проверку в соответствии с графиком самостоятельных работ текущего семестра.

Рекомендуемая литература и методические указания

С теоретическим материалом по темам расчетно-графических работ и подробными методическими указаниями для их выполнения можно познакомиться в следующих изданиях:

1. Математический практикум. Часть 5.: Учебно-методическое пособие / А.П. Господариков и др. Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». – СПб, 2014. – 114 с.

2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Учебное пособие для студентов ВУЗов / Данко П.Е., Попов А.Г., КожевниковТ..Я. – М.: АСТ, 2014.

3. Гмурман, В**.** Е**.**. Теория вероятнос**тей и математическая статистика**: учебное пособие для бакалавров : учебное пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва : Юрайт, 2014. - 478, [1] с. : ил., табл.; 22 см. - (Бакалавр. Базовый курс) (Министерство образования и науки РФ рекомендует).; ISBN 978-5-9916-3461-8

ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ЕКАТЕРИНЫ II»

Кафедра высшей математики

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

на тему: «____»

Выполнил: студент гр. _______ _______________________ /________________ /
(шифр) **(подпись)** **(Ф.И.О.)**

Проверил: _________________ ________________ /_________________ /
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Санкт-Петербург
2024

Задача1. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины (д.с.в.). Числовые характеристики распределения д.с.в.

Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$), если (**по вариантам**):

1. Монета подбрасывается до тех пор, пока герб не выпадет второй раз, при этом делается не более 4 проб. Д.с.в. X – число подбрасываний.

2. Две монеты подброшены n = 4 раза. Д.с.в. X – число выпадений двух «гербов» в n бросаниях.

3. Среди 5 ключей два подходят к двери. Ключи пробуют один за другим, пока не откроют дверь. Найти распределение вероятностей для числа опробованных ключей. Д.с.в. X – число опробованных ключей.

4. Игральный кубик брошен n = 6 раз. Д.с.в. X – количество выпадений очков, кратных двум или трем.

5. Два игральных кубика брошены n = 6 раз. Д.с.в. X – число выпадений пар, содержащих ровно одну «четверку» в n бросаниях.

6. Два игральных кубика бросаются n = 12 раз с подсчетом сумм выпавших очков. Д.с.в. X – число сумм, кратных четырем.

7. Из ящика, содержащего N = 10 деталей, среди которых n = 6 стандартных деталей, наудачу вынимаются M = 4 детали. Д.с.в. X – число стандартных деталей в выборке.

8. Бросаются два игральных кубика. Д.с.в. X – сумма выпавших очков.

9. На элеватор прибыло N_1 = 6 машин агрофирмы АФ-1 и N_2 = 9 машин агрофирмы АФ-2. Под разгрузку случайным образом загоняются n = 6 машин. Д.с.в. X – число разгружаемых машин агрофирмы АФ-1.

10. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле из пистолета (в обойме n = 9 патронов) попадет в цель равна 0,8. Стрельба ведется до первого промаха. Д.с.в. X – число оставшихся в обойме патронов.

11. Игральный кубик брошен n = 8 раз. Д.с.в. X – число выпадений нечетного числа очков в n бросаниях.

12. В процессе производства изделие высшего качества удается получить только с вероятностью 0,2. С конвейера берутся наугад детали до тех пор, пока не будет взято изделие высшего качества. Д.с.в. X – число число проверенных изделий.

13. Бросаются два игральных кубика. Д.с.в. X – модуль разности выпавших очков.

14. Из ящика, содержащего N = 8 деталей, среди которых n = 5 стандартных деталей, наудачу вынимаются m = 3 детали. Д.с.в. X – число стандартных деталей в выборке.

15. Каждая из 5 лампочек имеет дефект с вероятностью 0,1. Дефектная лампочка при включении сразу перегорает и ее заменяют новой. Д.с.в. X – число опробованных ламп.

16. Прибор комплектуется из двух деталей, вероятность брака для первой детали – 0,1, а для второй – 0,05. Для контроля выбрано 4 прибора. Прибор бракуется, если в нем есть хотя бы одна бракованная деталь. Д.с.в. X – число бракованных приборов среди проверенных 4 приборов.

17. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле из пистолета (в обойме n = 8 патронов) попадет в цель равна 2/3. Стрельба ведется до первого промаха. Д.с.в. X – число произведенных выстрелов.

18. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,2. Д.с.в. X – число отказавших элементов в одном опыте.

19. В партии из 15 деталей 20% деталей нестандартны. Наудачу отобраны три детали. Д.с.в. X – число нестандартных деталей среди трех отобранных.
20. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,7. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Д.с.в. X – число патронов, выданных стрелку.
21. Имеется 6 монет достоинством 10, 5, 5, 2, 1, 1 рублей. Наудачу берутся три монеты. Д.с.в. X – набранная этими монетами сумма.
22. Вероятность того, что лотерейный билет выигрышный, равна 0,1. Покупатель купил 5 билетов. Д.с.в. X – число выигрышей у владельца этих 5 билетов.
23. Два стрелка поражают мишень с вероятностями, соответственно, 0,8 и 0,9 (при одном выстреле), причем первый стрелок выстрелил один раз, а второй – два раза. Д.с.в. X – общее число попаданий в мишень.
24. ОТК должен проверить 12 комплектов, состоящих из 4 изделий каждый, причем каждая деталь может быть стандартной с вероятностью 0,9. Д.с.в. X – число комплектов, состоящих из стандартных деталей.
25. В партии из 15 деталей 40% деталей нестандартны. Наудачу отобраны четыре детали. Д.с.в. X – число стандартных деталей среди четырех отобранных деталей.
26. Три стрелка с вероятностями попадания в цель при отдельном выстреле 0,7, 0,8 и 0,9, соответственно, делают по одному выстрелу. Д.с.в. X – общее число попаданий.
27. Из урны, в которой лежат 2 белых и 8 черных шаров, последовательно вынимают шары до тех пор, пока не появится белый шар. Д.с.в. X – число вынутых при этом шаров.
28. Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,7 при одном выстреле. Стрелок стреляет до первого попадания, но делает не более четырех выстрелов. Д.с.в. X – число произведенных выстрелов.
29. Сдача зачета по математической статистике производится до получения положительного результата. Шансы сдать зачет остаются неизменными и составляют 60%. Д.с.в. X – число попыток сдачи зачета.
30. В шестиламповом усилителе перегорела одна лампа. Лампы заменяют новыми одну за другой, пока усилитель не заработает. Д.с.в. X – число замененных ламп.

Задача2. Закон распределения вероятностей непрерывной случайной величины (н.с.в.). Числовые характеристики распределения н.с.в.

Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ или плотность функции распределения $f(x)$. Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ или функцию распределения $F(x)$. Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a;\, b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

По вариантам:

1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -2, \\ \tfrac{1}{4}x + C_1 & \text{при } -2 \le x < 2, \\ C_2 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a;\, b) = (1;\, 2)$.

2. Плотность функции распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ x + C_1 & \text{при } 1 \le x < 2, \\ 0 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (-3/2; 3/2)$.

3. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} C_1 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{4} x + C_2 \cdot \arcsin(\frac{1}{2}x) & \text{при } 0 \le x < 2, \\ 1 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (1; 2)$.

4. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-x^2)$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.

5. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ \frac{1}{2} x + C_1 & \text{при } 2 \le x < 4, \\ 1 & \text{при } 4 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (-2; 3)$.

6. Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-(x-1)^2/32)$. Интервал $(a; b) = (0; 2)$.

7. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана при $x \ge 1$ выражением: $f(x) = \exp(1 - C_1 \cdot x)$; при $x < 1$ плотность $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (0; 2)$.

8. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 x^2 + C_2 & \text{при } 0 \le x < 2, \\ 1 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\frac{1}{4}; \frac{3}{4})$.

9. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана при $x \ge 0$ выражением: $f(x) = C_1 \cdot \exp(-3x)$ $(C_1 > 0)$; при $x < 0$ плотность $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (0; 2)$.

10. Плотность функции распределения вероятностей задана при $x \in [0; \pi]$ выражением: $f(x) = C_1 \cdot \sin^2 x$; при $x \notin [0; \pi]$ плотность $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (\frac{1}{4}\pi; \frac{3}{4}\pi)$.

11. Функция распределения задана на всей числовой оси Ox выражением: $F(x) = \frac{1}{2} + C_1 \cdot \mathrm{arctg}(\frac{1}{2}x)$. Интервал $(a; b) = (0; 2)$.

12. Плотность функции распределения в промежутке $(0; \pi)$ задана выражением: $f(x) = C_1 \cdot \sin(\frac{3}{4} x)$; вне его – равна нулю. Интервал $(a; b) = (0; \frac{1}{2}\pi)$.

13. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 \cdot \sin x & \text{при } 0 \le x < \frac{1}{2}\pi, \\ C_2 & \text{при } \frac{1}{2}\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\pi/6; \pi/3)$.

14. Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-½ \cdot (x-1)^2)$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.

15. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 \cdot \cos x + C_2 & \text{при } 0 \le x < ½\,\pi, \\ C_2 & \text{при } ½\,\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\pi/6; \pi/3)$.

16. Функция распределения задана на всей числовой оси Ox выражением: $F(x) = ½ + C_1 \cdot \mathrm{arctg} x$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.

17. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана в промежутке $(0; 1)$ выражением: $f(x) = C_1 \cdot (x^2 + 2x)$; вне этого промежутка $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (0; ½)$.

18. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана в промежутке $(-1; 1)$ выражением: $f(x) = C_1\sqrt{1-x^2}$; вне этого промежутка $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (0; ½)$.

19. Н.с.в. X равномерно распределена в промежутке $(1; 4)$. Вне этого промежутка $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (1; 3)$.

20. Функция распределения вероятностей н.с.в. X задана при $x \ge 0$ выражением: $F(x) = C_1 - \exp(-C_1 \cdot x)$. Интервал $(a; b) = (2; +\infty)$.

21. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot e^{-|x|}$. Интервал $(a; b) = (-2; 2)$.

22. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана в промежутке $(-2; 2)$ выражением: $f(x) = C_1/\sqrt{4-x^2}$; вне этого промежутка $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (1; +\infty)$.

23. Н.с.в. X равномерно распределена в промежутке $(-1; 3)$. Вне этого промежутка $f(x) = 0$. Интервал $(a; b)$ определяется неравенством $|x - 1| < 1$.

24. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана при $x \ge 0$ выражением: $f(x) = C_1 \cdot \exp(-2x)$; при $x < 0$ плотность распределения $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (0; 2)$.

25. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} C_1 \cdot e^x, & x \le 0; \\ C_2 - C_1 \cdot e^{-x}, & x > 0. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (-1; 3)$.

26. Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot \exp(-(x-4)^2/50)$. Интервал $(a; b) = (0; 4)$.

27. Плотность функции распределения

$$f(x) = \begin{cases} C_1 \cdot (x+1), & x \in [-1; 2]; \\ 0, & x \notin [-1; 2]. \end{cases}$$

Интервал $(a; b)$ определяется неравенством $|x| < 1$.

28. Плотность функции распределения на числовой оси: $f(x) = C_1 + \frac{C_2}{1+x^2}$ (распределение Коши). Интервал $(a; b) = (1; +\infty)$.

29. Плотность функции распределения

$$f(x) = \begin{cases} C_1 \cdot (x+1)^{-\frac{5}{2}}, & x \ge 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Интервал $(a; b)$ определяется неравенством $|x - ⅓| < 1$.

30. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 \cdot x - x^2 & \text{при } 0 \le x < 1, \\ 1 & \text{при } 1 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (-⅓; ⅓)$.

Задача 3.

1. По выборкам А и В решить следующие подзадачи:

- составить вариационный ряд (по выборке А – дискретный вариационный ряд, по выборке В – интервальный вариационный ряд);
- построить графики вариационных рядов (полигон и гистограмму);
- построить эмпирическую функцию распределения;
- вычислить числовые характеристики вариационного ряда.

2. По выборкам А и В вычислить несмещенные оценки параметров генеральной совокупности $\bar{x},\ S^2,\ S$, используя результаты пункта 1.

3. По выборке В при уровне значимости α проверить гипотезу о нормальном законе распределения соответствующей генеральной совокупности.

$$k = \text{остаток}\left(\frac{\text{вариант}}{4}\right), \quad \alpha = \begin{cases} 0{,}1; & k = 0, \\ 0{,}05; & k = 1, \\ 0{,}02; & k = 2, \\ 0{,}01; & k = 3. \end{cases}$$

Таблица 15

К выборкам *A* и *B*

Вариант	К выборке *A*				К выборке *B*				
	a	***b***	***c***	***d***	***a***	***b***	***c***	***d***	***e***
1	1	2	3	4	62	63	65	67	81
2	1	0	2	1	93	63	77	91	76
3	3	2	4	5	89	101	64	67	71
4	2	3	4	5	95	64	56	78	98
5	6	7	3	4	98	76	54	54	76
6	2	3	6	6	92	65	78	90	67
7	6	7	5	6	90	67	83	54	100
8	0	8	3	0	87	63	82	90	85
9	6	7	5	4	109	65	74	73	71
10	5	6	7	3	64	75	85	95	100
11	6	4	3	3	74	85	96	90	76
12	2	2	3	3	71	71	63	91	95

13	6	4	4	4	90	63	64	75	75
14	0	0	0	5	78	67	98	98	90
15	3	4	3	3	79	97	87	67	100
16	4	6	5	5	22	22	34	45	56
17	5	5	6	6	22	40	40	26	26
18	5	6	6	6	34	41	18	49	27
19	7	7	8	8	45	27	27	23	23
20	6	4	5	6	35	34	22	20	20
21	4	5	6	9	13	13	24	35	27
22	7	7	9	4	49	38	11	11	38
22	8	5	5	5	6	12	66	26	26
23	9	7	7	7	24	34	34	37	37
24	7	6	5	4	14	19	19	31	15
25	7	7	6	6	12	14	19	19	189
26	4	4	5	5	27	53	53	27	29
27	10	10	11	8	49	41	46	12	12
28	8	5	7	5	66	23	34	29	23
29	6	6	5	5	23	10	10	10	32
30	4	5	8	11	22	31	15	32	22

Выборка *A* (*вариант 1–15*)

2 0 2 6 2 3 5 3 8 3 6 4 5 2 6 6 5 5 8 8
3 5 $\boxed{a}$ 2 4 5 2 1 $\boxed{b}$ 9 7 6 7 4 5 6 5 6 8 3
6 5 5 1 7 6 4 1 5 $\boxed{c}$ 4 7 2 8 8 2 8 2 1 6
5 2 3 6 3 3 5 3 3 7 5 $\boxed{d}$ 6 3 4 6 7 4 6 2
7 7 1 2 3 6 6 3 2 6 4 2 4 8

Выборка *A* (*вариант 16–30*)

6 $\boxed{a}$ 5 6 11 8 7 4 4 8 3 2 3 9 7
6 9 5 8 8 7 10 8 6 9 9 10 3 10 5
7 6 $\boxed{b}$ 4 3 6 12 10 2 2 3 8 6 8 2 3
7 6 8 9 9 3 8 4 11 4 $\boxed{c}$ 9 2 8 $\boxed{d}$
8 8 7 6 9 4 4 7 6 9 6

Выборка *B* (*вариант 1–15*)

57 61 60 63 66 68 64 72 69 59 71 62 69 57 61 58 60 66
$\boxed{a}$ 62 64 53 50 50 55 70 61 77 70 65 66 72 71 $\boxed{b}$ 74
62 49 62 76 66 64 62 60 53 65 49 79 58 $\boxed{c}$ 61 63 64 59
55 70 62 61 68 69 67 64 42 73 $\boxed{d}$ 69 60 64 69 62 67
67 72 57 51 77 58 63 71 $\boxed{e}$ 68 80 54 64 53 64 68 58 73
68 61 54 73 59 69 60 67 57 54 69 55 70 65 61 65 62 71
55 67 57 64 70 55 65 69 65 65 60 66 63 74 60 54 75 62
74 63 64 76 59 71 68 55 68 61 57 73 54 57 56 65 53 64
58 67 48 66 68 55 77 59 58 58 62 58 52 62 65 71 64 66
65 58 66 73 73 72 43 63 59 76 67 63 71 66 59 69 65 66
50 65 57. Длина интервала 4

Выборка *B* (*вариант 16–30*)

22 $\boxed{a}$ 18 44 52 31 18 20 27 35 41 28 29 45 36 40 41 37
18 40 25 $\boxed{b}$ 46 37 50 41 37 37 21 37 27 27 32 34 28 40
31 20 22 25 31 34 56 35 37 47 40 29 28 29 3 $\boxed{c}$ 12 41
$\boxed{d}$ 40 57 49 57 49 37 34 23 38 19 29 27 32 21 21 13 40
24 37 7 24 34 52 38 32 49 43 25 16 33 22 6 41 48 35 55
35 4 31 18 19 17 23 6 36 40 12 66 26 23 30 28 49 30 50
13 33 46 26 37 30 46 41 18 28 14 50 26 25
30 53 46 30 $\boxed{e}$ 40 40 24 16 24 28 29 25 10 19 35 27 22
38 32 41 21 46 27 49 34 53 32 31 15 24 38 25 34 22
35 42 38 33
Длина интервала 7

Задача 4.

По заданной выборке X, Y несгруппированных данных построить корреляционное поле для двумерной выборки XY. Найти соответствующие уравнения регрессии X_y и Y_x, построить их графики. Найти выборочный коэффициент регрессии, проверить его значимость.

№	Распределение					№	Распределение				
1	*x*	– 1	– 0,8	– 0,5	– 0,1	0,2	**16**	*x*	– 3,8	5,5	7,0	8,4	14,2
	y	– 7	– 6,3	– 5,4	– 4,7	– 4,0		*y*	–16,0	–12,8	– 2,6	3,4	4,1
2	*x*	0,6	1,4	2,5	3,4	4,0	**17**	*x*	13,1	14,2	15,4	18,3	20,1
	y	– 1,0	– 0,1	1,0	1,2	3,4		*y*	20,8	13,5	12,6	5,0	– 1,5
3	*x*	0,5	1,3	2,3	3,3	3,9	**18**	*x*	5,1	15,8	22,4	28,3	30,5
	y	5,5	4,7	3,7	3,0	2,2		*y*	0,5	0,4	0,1	– 0,2	– 3,1
4	*x*	10,0	12,2	14,2	16,7	19,5	**19**	*x*	– 4,3	– 1,8	2,5	8,4	13,1
	y	6,0	4,0	3,6	2,5	2,4		*y*	6,3	12,8	16,4	23,6	28,8
5	*x*	–11,0	– 9,1	– 7,4	– 5,0	– 3,3	**20**	*x*	– 0,3	0,4	0,4	0,8	1,9
	y	– 0,5	– 1,1	– 1,5	– 2,2	– 1,7		*y*	0,5	0,17	0,14	0,13	–0,19
6	*x*	–10,8	– 8,9	– 7,2	– 4,8	– 3,1	**21**	*x*	– 1,5	5,0	12,6	13,5	20,8
	y	0,5	1,1	1,5	2,2	1,7		*y*	– 1,9	1,3	1,4	1,7	5,0
7	*x*	0,3	1,0	1,8	2,4	3,1	**22**	*x*	0,2	0,8	1,2	2,1	2,4
	y	– 2,1	– 2,9	– 3,5	– 4,4	– 5,2		*y*	–12,4	–10,5	– 3,9	– 4,2	– 1,5
8	*x*	– 3,0	– 1,1	0,9	3,0	4,8	**23**	*x*	–25,4	–21,6	–18,7	–16,4	–11,1
	y	6,0	8,5	10,0	11,8	15,5		*y*	– 3,1	–6,5	–10,0	–11,2	–15,4
9	*x*	– 2,5	– 1,9	– 1,1	– 0,6	0,2	**24**	*x*	– 9,3	– 7,4	– 3,1	0,5	2,9
	y	2,7	2,6	0,3	0,1	– 0,3		*y*	2,6	3,7	5,1	8,3	7,1
10	*x*	– 0,1	0,2	0,6	0,8	1,5	**25**	*x*	– 7,2	– 8,4	– 5,3	– 3,8	– 2,7
	y	–13,3	–10,2	– 7,3	– 5,3	– 4,0		*y*	–12,5	–10,6	– 3,8	– 4,3	– 1,4
11	*x*	–13,4	–10,3	– 7,4	– 5,4	– 4,1	**26**	*x*	–16,2	–13,0	– 2,8	3,6	4,3
	y	2,2	1,1	0,2	– 1,3	0,1		*y*	– 3,9	5,6	7,1	8,5	14,3
12	*x*	16,2	20,4	22,3	30,5	36,1	**27**	*x*	– 4,0	– 1,0	2,0	8,0	13,0
	y	– 8,0	– 2,4	5,0	6,4	10,8		*y*	5,2	15,8	22,5	28,4	30,6
13	*x*	0,01	0,04	0,08	0,14	0,22	**28**	*x*	– 3,2	– 0,3	0,2	0,5	0,6
	y	– 5,3	1,2	4,8	8,1	11,3		*y*	4,3	3,6	– 2,8	–12,6	–15,3
14	*x*	– 4,1	– 1,3	2,2,	8,4	13,8	**29**	*x*	1,8	2,1	2,2	3,0	4,1
	y	12,4	8,8	3,1	– 3,5	– 7,2		*y*	0,3	1,4	1,7	2,6	5,3
15	*x*	2,1	6,6	8,5	9,4	11,7	**30**	*x*	8,0	11,0	14,0	15,0	20,0
	y	20,4	17,1	11,2	6,3	1,8		*y*	6,0	4,3	4,0	2,0	– 3,0

Теоретические сведения и пример решения задачи 2

Корреляционно-регрессионный анализ

Исследуя природу, общество, экономику, необходимо считаться с взаимосвязью наблюдаемых процессов и явлений. При этом полнота описания так или иначе определяется количественными характеристиками причинно-следственных связей между ними. Оценка наиболее существенных из них, а также воздействия одних факторов на другие является одной из основных задач статистики. Изучение реальных процессов обычно предполагает наблюдение над целым рядом случайных величин. Возникает задача изучения взаимосвязи между случайными величинами. Формы проявления взаимосвязей разнообразны.

В естествознании и технике мы часто имеем дело с понятием функциональной зависимости, существо которой заключается в том, что какая–либо физическая величина определяется как однозначная функция одной или нескольких величин. Вообще, для функции одной переменной ***функциональная зависимость*** $y = f(x)$, это такая зависимость при которой для каждой независимой переменной X существует вполне определенное значение зависимой переменной Y (рис. 1).

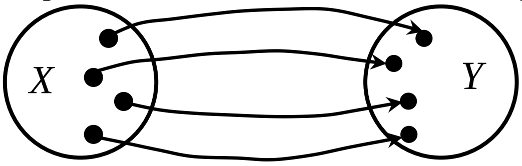


Рис. 1

Между случайными величинами может существовать связь другого рода, проявляющаяся в том, что одна из них реагирует на изменение другой изменениями своего закона распределения. Такую связь называют стохастической. ***Стохастическая*** (статистическая) ***зависимость*** – это зависимость, при которой каждому значению одной переменной соответствует определенное (условное) распределение другой (рис. 2).

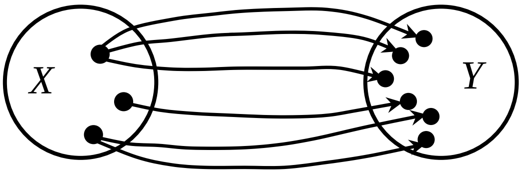


Рис. 2

Стохастическая (статистическая) зависимость называется ***корреляционной***, если при изменении значений одной величины изменяется среднее значение другой. Если переменные не равноправны, т.е. четко ясно, какая из них причина, какая – следствие, то такая зависимость, при которой одна из переменных служит причиной изменения другой, называется ***регрессионной*.**

В наиболее общем виде задача статистики в области изучения взаимосвязей состоит в количественной оценке их наличия и направления, а также характеристике силы и формы влияния одних факторов на другие. Для ее решения применяют две группы методов, одна из которых включает в себя методы корреляционного анализа, а другая – регрессионный анализ. Ряд исследователей объединяют эти методы в корреляционно–регрессионный анализ, что имеет под собой некоторые основания: наличие целого ряда общих вычислительных процедур, взаимодополнения при интерпретации результатов и др.

Таблица 2.1.

Корреляционно–регрессионный анализ	
Корреляционный анализ	**Регрессионный анализ**
Определение	
Статистический метод, изучающий методы оценки выборочного коэффициента корреляции, проверку значимости коэффициента корреляции, построение для него (в случае значимости) доверительных интервалов.	Статистический метод, изучающий зависимость между результативным признаком Y и входной переменной X (оценивание степени и формы связи между величинами).
Основные задачи	
Выявление связи между случайными переменными и оценка ее тесноты.	Установление формы и изучение зависимости между переменными.

1. Корреляционный анализ

Корреляционный анализ можно применять только в том случае, когда данные наблюдений или эксперимента можно считать случайными и выбранными из нормальной совокупности. Типичная корреляционная задача возникает в исследованиях, где каждая испытуемая величина характеризуется двумя или большим числом показателей.

Простейший случай задания экспериментальных данных – несгруппированные данные, т.е. набор пар чисел (x_i, y_i), где x_1, …, x_n – выборка значений переменной X; y_1, …, y_n – выборка значений переменной Y (табл. 2.1.1).

Таблица 2.1.1

X	x_1	…	x_i	…	x_n
Y	y_1	…	y_i	…	y_n

В том случае, когда варианты парной выборки встречаются по несколько раз, причем с одним значением варианты x_i может встретиться несколько вариант y_i, их обычно задают в виде корреляционной таблицы. На пересечении строк и столбцов этой таблицы отмечается частота n_{ij} выбора соответствующей пары (x_i, y_i), а частоты вариант x_i, y_i находятся как суммы значений n_{ij} по соответствующей строке (табл. 2.1.2).

Для наглядности полученного материала каждую пару можно представить в виде точки на координатной плоскости. По оси абсцисс откладывают значения одного вариационного ряда – X, по оси ординат – другого – Y. Такое изображение статистической зависимости называют ***полем корреляции*** или корреляционным полем точек.

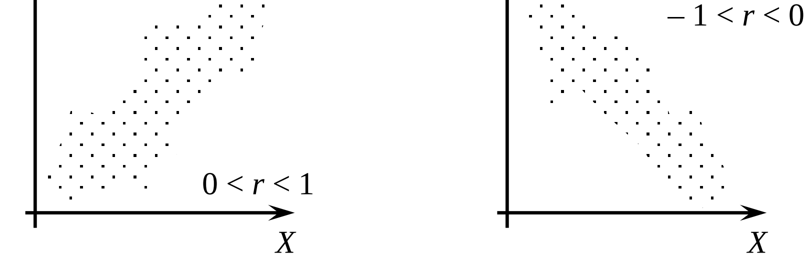
Виды корреляционной зависимости между измеренными признаками могут быть различны: так, корреляция бывает линейной и нелинейной, отрицательной и положительной. Она ***линейна*** – если с увеличением или уменьшением одной переменной X, вторая переменная Y в среднем либо также растет, либо

Таблица 2.1.2

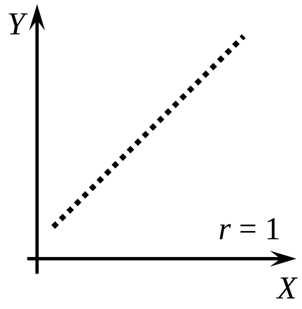
	i	1	2	3	…	v	
j	Y \ X	x_1	x_2	x_3	…	x_v	n_j
1	y_1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	…	n_{1v}	n_1
2	y_2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	…	n_{2v}	n_2
3	y_3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	…	n_{3v}	n_3
…	…	…	…	…	…	…	…
q	y_q	n_{q1}	n_{q2}	n_{q3}	…	n_{qv}	n_q
	n_i	n_1	n_2	n_3	…	n_v	$n = \sum_{i=1}^{v} n_i = \sum_{j=1}^{q} n_j$

убывает. Она ***нелинейна***, если при увеличении одной величины характер изменения другой не линеен, а описывается другими законами. Корреляция будет ***положительной***, если с увеличением переменной X переменная Y в среднем также увеличивается, а если с увеличением X переменная Y имеет в среднем тенденцию к уменьшению, то говорят о наличии ***отрицательной*** корреляции. Возможна ситуация, когда между переменными невозможно установить какую-либо зависимость. В этом случае говорят об отсутствии корреляционной зависимости.

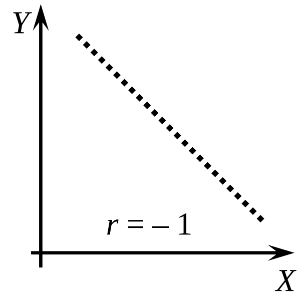
Самой простой оценкой корреляционной зависимости является оценка по расположению точек на корреляционном поле (рис. 3). Такую же приближенную картину дает и корреляционная таблица. Если заполнены клетки вблизи той или другой диагонали, то речь идет о линейной корреляции. Если заполнены большинство клеток или заполненные клетки образуют какую-то кривую, то можно говорить о нелинейной корреляции.



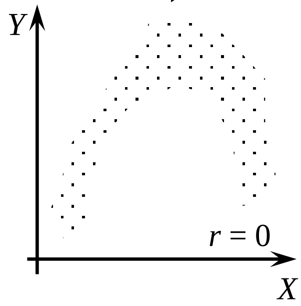
a) **b)**



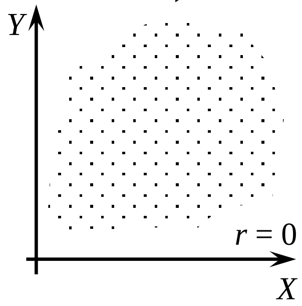
c)



d)



e)



f)

Рис. 3

a) – положительная линейная корреляция;

b) – отрицательная линейная корреляция;

c), d) – линейная функциональная зависимость;

e), f) – отсутствие линейной корреляционной зависимости.

На практике часто интересует не сама зависимость одной величины от другой, а именно характеристика тесноты связи между ними, которую можно было бы выразить одним числом. Эта характеристика называется ***выборочным коэффициентом линейной корреляции*** r. Рассмотрим некоторые его свойства.

1. $|r| \le 1$.

2. $|r| = 1$ тогда и только тогда, когда точки $(x;\ y)$ лежат на одной прямой.

3. Обычно степень тесноты связи определяют по шкале Шеддока: если $r < 0{,}2$ – связи нет; если $0{,}2 \le r < 0{,}5$ – связь слабая; если $0{,}5 \le r < 0{,}75$ – связь средняя; если $0{,}75 \le r < 0{,}95$ – связь тесная; если $0{,}95 \le r < 1$ – связь очень тесная.

4. Коэффициенты корреляции X на Y и Y на X совпадают.

5. Если $r = 0$, то случайные величины X и Y некоррелированы, что не означает независимости вообще, зависимость между ними можно описать другими законами, например, параболой.

6. Если $r > 0$, то корреляционная связь между переменными прямая, при $r < 0$ – связь обратная.

Аналитически выборочный коэффициент линейной корреляции находится следующим образом:

Таблица 2.1.3

Для негруппированных данных	$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}} \qquad (2.1.1)$$

Для сгруппированных данных	$$r=\frac{n\cdot\sum_{i=1}^{v}\sum_{j=1}^{q}x_i y_j n_{ij}-\sum_{i=1}^{v}x_i n_i\sum_{j=1}^{q}y_j n_j}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{v}x_i^2 n_i-\left(\sum_{i=1}^{q}x_i n_i\right)^2}\cdot\sqrt{n\sum_{j=1}^{v}y_j^2 n_j-\left(\sum_{j=1}^{q}y_j n_j\right)^2}}$$ (2.1.2)

2. *Регрессионный анализ*

Регрессионный анализ – один из основных методов современной математической статистики, позволяющий аналитически представить связь между переменными объекта. Чаще всего регрессионный анализ используется для прогноза, т.е. предсказания значений ряда зависимых переменных по известным значениям других. Регрессионная модель представляет собой математическое выражение, связывающее входные переменные X с одним выходом Y. В этом случае задача будет состоять в нахождении зависимости вида $Y = F(X)$ или, напротив, в нахождении зависимости вида $X = F(Y)$. При этом изменение функции в зависимости от изменений одного или нескольких аргументов называется регрессией. ***Регрессия*** – это функция, позволяющая по величине одного признака X, находить среднее ожидаемое значение другого признака Y, корреляционно связанного с X. В регрессионном анализе рассматривают:

1. Линейную относительно параметров регрессию: парную линейную, парную криволинейную, множественную линейную, множественную нелинейную.

2. Нелинейную относительно параметров.

Графическое выражение регрессионного уравнения называется ***линией регрессии***.

Рассмотрим ***линейную парную регрессию***. В линейной математической модели для несгруппированных данных уравнение линейной регрессии имеет вид: $y = a + bx$, где a, b – параметры уравнения линейной регрессии; b – это коэффициент регрессии, показывающий насколько в среднем величина одного признака Y изменяется при изменении на единицу меры другого признака X, корреляционно связанного с Y. Чем больше b, тем круче прямая; a – свободный член в уравнении, определяет y при $x = 0$; y – это предсказанное значение для данного x при определенных значениях регрессионных параметров. Линию регрессии можно задать также при помощи линейного уравнения $x = c + dy$.

Для определения неизвестных параметров регрессии используется ***метод наименьших квадратов***, рассматриваемый ниже, который для линейной регрессии в результате преобразований сводится к решению систем линейных уравнений:

Таблица 2.2.1

Y на X	X на Y
$\begin{cases} a\cdot n+b\cdot\sum x_i=\sum y_i, \\ a\cdot\sum x_i+b\cdot\sum x_i^2=\sum x_i y_i \end{cases}$. (2.2.1)	$\begin{cases} c\cdot n+d\cdot\sum y_i=\sum x_i, \\ c\cdot\sum y_i+d\cdot\sum y_i^2=\sum x_i y_i \end{cases}$ (2.2.2)

Для сгруппированных данных уравнение линейной регрессии удобнее записать в виде:

$$Y \text{ на } X:\ y-\bar{y}=r\frac{\bar{S}_y}{\bar{S}_x}\left(x-\bar{x}\right),\qquad X \text{ на } Y:\ x-\bar{x}=r\frac{\bar{S}_x}{\bar{S}_y}\left(y-\bar{y}\right),$$

где r – коэффициент корреляции;

$\bar{x}$, $\bar{y}$ – средние значения признаков x и y;

$\bar{S}_x=\sqrt{n\sum x_i^2\cdot n_i-\sum\left(x_i n_i\right)^2}$, $\bar{S}_y=\sqrt{n\sum y_j^2\cdot n_j-\sum\left(y_j n_j\right)^2}$ – средние значения квадратичных отклонений.

Линии регрессии, заданные этими уравнениями пересекаются в точке $M\left(\bar{x}, \bar{y}\right)$, с координатами, соответствующими средним арифметическим значениям корреляционно связанных между собой переменных X и Y.

3. *Оценка значимости параметров взаимосвязи*

Получив оценки корреляции и регрессии, необходимо проверить их на соответствие истинным параметрам взаимосвязи.

Проверим гипотезу о значимости выборочного коэффициента линейной корреляции. Это ответ на вопрос, существует ли вообще эта связь. Эмпирический коэффициент корреляции, как и любой другой выборочный показатель, служит оценкой своего генерального параметра. Он является величиной случайной, так как определяется по значениям переменных, случайно попавших в выборку из генеральной совокупности, а значит, как и любая случайная величина имеет ошибку m_r. Для оценки значимости коэффициента парной корреляции эту ошибку рассчитывают следующим образом:

Таблица 3.1

Для выборки $n > 100$	Для выборки $n \leq 100$
$m_r = \dfrac{1-r^2}{\sqrt{n}}$	$m_r = \sqrt{\dfrac{1-r^2}{n-2}}$

Значимость коэффициента корреляции проверяется его сопоставлением с m_r, при этом получают $t_{\text{набл}} = \dfrac{r}{m_r}$, где $t_{\text{набл}}$ – расчетное значение t-критерия с числом степеней свободы $n-2$. Гипотезу проверяют по таблицам распределения Стьюдента в соответствии с выбранным уровнем значимости. Если $t_{\text{набл}}$ больше теоретического (табличного) значения критерия Стьюдента ($t_{\text{табл}}$) для заданного уровня значимости, то можно утверждать, что r значимо. Если же $t_{\text{набл}} < t_{\text{табл}}$, то r статистически незначим, эта связь случайна.

Таблица 3.2

Алгоритм корреляционно–регрессионного анализа
1. Исходя из целей и задач исследования зависимости, устанавливается результативный (y) и факторные (x) признаки. **2.** По совокупности объектов определяется значение результативного и факторных признаков. **3.** Обосновывается, для случая парной зависимости – обычно графическим методом, модель уравнения регрессии. **4.** Методом наименьших квадратов определяются параметры уравнения регрессии. **5.** Определяется теснота связи между изучаемыми признаками. **6.** Оценивается значимость уравнения связи, его параметров и показателей тесноты связи.

Пример решения задачи 2. По заданной выборке X, Y несгруппированных данных построить корреляционное поле для двумерной выборки XY. Найти соответствующие уравнения регрессии X_y и Y_x, построить их графики. Найти выборочный коэффициент регрессии, проверить его значимость.

x	– 0,1	0,2	0,5	0,9	1,2
y	– 7,1	– 6,2	– 4,3	– 2,7	– 0,9

Р е ш е н и е. Построим корреляционное поле точек (рис. 4).

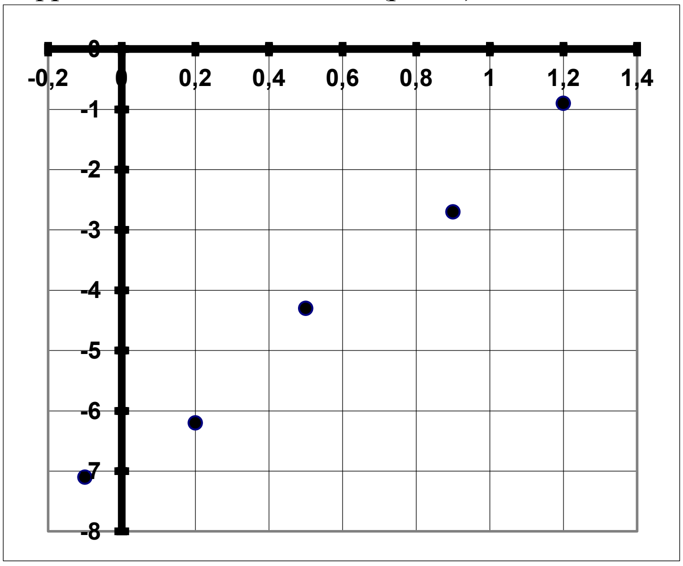


Рис. 4

Для несгруппированных данных уравнения регрессии будут иметь вид $y = a + bx$ и $x = c + dy$. Для определения параметров a, b, c, d составим системы уравнений по таблице 2.2.1. Для уравнения регрессии Y_x составим расчетную таблицу.

Таблица 3.3

i	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_iy_i
1	– 0,1	– 7,1	0,01	50,41	0,71
2	0,2	– 6,2	0,04	38,44	– 1,24
3	0,5	– 4,3	0,25	18,49	– 2,15
4	0,9	– 2,7	0,81	7,29	– 2,43
5	1,2	– 0,9	1,44	0,81	– 1,08
Σ	2,7	– 21,2	2,55	115,44	– 6,19

По таблице 3.3 составим систему уравнений (2.2.1):

$$\begin{cases} a \cdot 5 + b \cdot 2{,}7 = -21{,}2, \\ a \cdot 2{,}7 + b \cdot 2{,}55 = -6{,}19. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем коэффициенты a и b: $a = -6{,}84$; $b = 4{,}815$. Таким образом, получили уравнение линейной регрессии Y на X: $y = -6{,}84 + 4{,}815x$.

Аналогично, используя ту же таблицу 3.3, а также формулу (2.2.2), построим уравнение линейной регрессии X на Y:

$$\begin{cases} c \cdot 5 + d \cdot (-21{,}2) = 2{,}7, \\ c \cdot (-21{,}2) + d \cdot 115{,}44 = -6{,}19. \end{cases}$$

Из системы находим коэффициенты c и d: $c = 1{,}412$; $d = 0{,}206$. Тогда уравнение линейной регрессии X на Y будет иметь вид: $x = 1{,}412 + 0{,}206y$.

Построим графики реальных данных и полученных зависимостей (рис. 5).

x	– 0,1	1,3
y_x	– 7,32	– 0,58

y	– 7,3	– 0,5
x_y	– 0,09	1,31

Определим коэффициент r корреляции по таблице 2.1.3 по формуле (2.1.1).

Определим средние значения:

$$\bar{x} = \frac{-0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}5 + 0{,}9 + 1{,}2}{5} = 0{,}54,$$

$$\bar{y} = \frac{-7{,}1 - 6{,}2 - 4{,}3 - 2{,}7 - 0{,}9}{5} = -4{,}24$$

Составим расчетную таблицу 3.4.

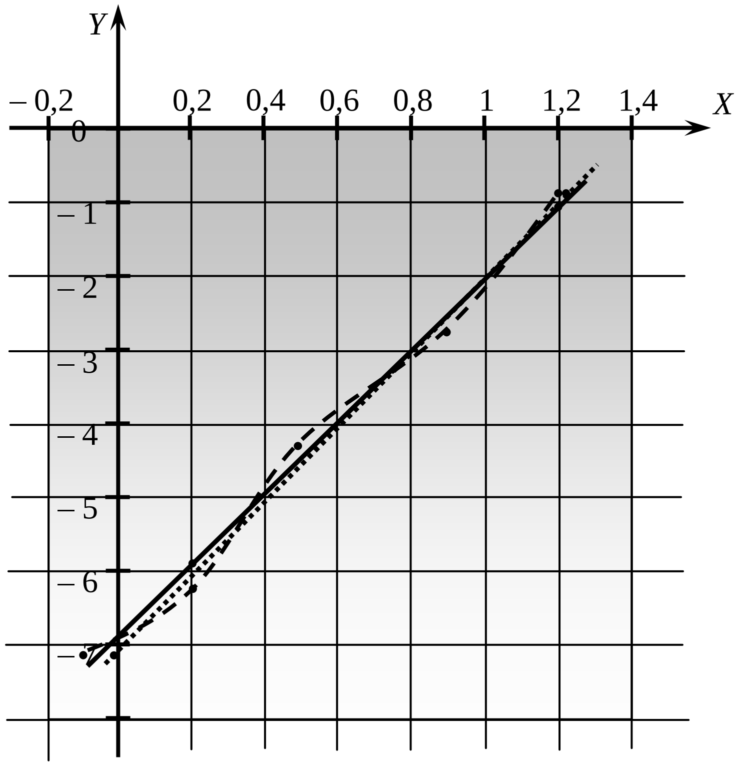


Рис. 5

Таблица 3.4

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
– 0,1	– 7,1	– 0,64	– 2,86	0,41	8,18	1,83
0,2	– 6,2	– 0,34	– 1,96	0,12	3,84	0,67
0,5	– 4,3	– 0,04	– 0,06	0,002	0,004	0,002
0,9	– 2,7	0,36	1,54	0,13	2,37	0,55
1,2	– 0,9	0,66	3,34	0,44	11,16	2,20
Σ				1,102	25,554	5,252

Тогда коэффициент корреляции:

$$r = \frac{5{,}252}{\sqrt{1{,}102 \cdot 25{,}554}} = \frac{5{,}252}{5{,}307} = 0{,}99.$$

Так как $r \in [0{,}95;\ 1)$, то связь между величинами X и Y очень тесная. Это видно и по графикам, линии X_y и Y_x практически совпадают.

Проверим значимость коэффициента корреляции $r = 0{,}99$. Ошибка m_r для выборки $n = 5$, $n < 100$ имеет вид:

$$m_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}99^2}{5 - 2}} = \frac{0{,}141}{1{,}732} = 0{,}081;$$

$$t_{\text{наб}} = \frac{0{,}99}{0{,}081} = 12{,}222.$$

По таблицам распределения Стьюдента $t_{\text{табл}}$ при $\alpha = 0{,}05$ и числе степеней свободы $n - 2 = 5 - 2 = 3$ имеет вид $t_{\text{табл}}(0{,}05;\ 3) = 3{,}18$. Так как $t_{\text{наб}} > t_{\text{табл}}$, коэффициент корреляции значим, связь между признаками неслучайна.