

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

### Тема: Массивы в Mathcad

Столбец чисел называется вектором, а прямоугольная таблица чисел - матрицей. Общий термин для вектора или матрицы - массив. При работе с матрицами используется панель инструментов "Матрицы" (рис.1):



Рис.1

Обращение к элементу массива осуществляется путем записи имени массива и соответствующих индексных выражений, количество которых определяется размерностью массива.

На рисунке 2 показан фрагмент присваивания значений отдельным элементам массивов: векторов  $x, y$  и матриц  $A, B$ . Здесь же приведен вывод этих массивов

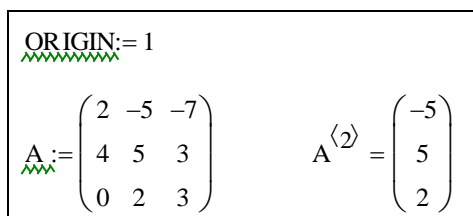
$$\begin{array}{l} \text{ORIGIN} = 0 \\ x_2 := 4 \quad A_{2,2} := 2 \quad x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\ \\ \text{ORIGIN} := 1 \\ y_2 := 4 \quad B_{2,2} := 2 \quad y = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Рис.2

Начальное значение индексных выражений определяется системной переменной ORIGIN и по умолчанию ее значение равно 0.

Верхний индекс – позволяет обратиться к отдельному столбцу массива. Чтобы вставить верхний индекс, введите имя массива, а затем нажать клавиши [Ctrl + 6] или

нажать на кнопку :




ORIGIN:= 1

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -5 & -7 \\ 4 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad A^{(2)} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Рис.3

### Создание вектора и матрицы

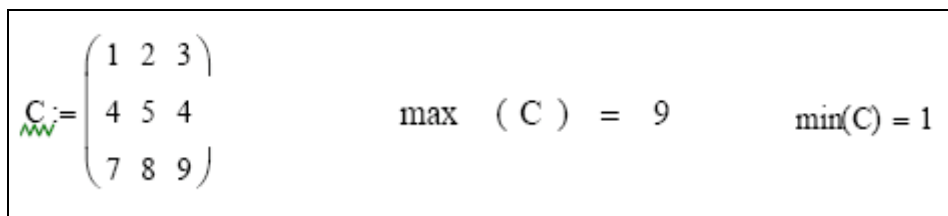
#### Заполнение шаблона:

- введите имя матрицы и знак присваивания (двоеточие)
- щелкните по значку  в панели “Матрицы”. В появившейся диалоговой панели введите число строк и столбцов матрицы.
- После нажатия кнопки ОК открывается поле для ввода элементов матрицы.
- Заполните метки - заполнители соответствующими значениями.

В MathCAD имеется большое количество встроенных функций для действий над матрицами и векторами. Рассмотрим некоторые из них.

Вычисление максимального и минимального элементов матрицы или вектора производится с помощью встроенных функций Max(A) и Min(A).

**Пример:** Вычислить максимальный и минимальный элемент произвольной матрицы, например:



$$C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \max(C) = 9 \quad \min(C) = 1$$

Рис. 4. Вычисление максимального и минимального элемента матрицы.

Определение количества столбцов и строк в матрице удобно для проверки действий над многомерными матрицами и векторами. Оно производится с помощью встроенных функций Cols(A) – число столбцов матрицы A и Rows(A) – число строк матрицы A.

**Пример.** Определить число строк и столбцов в произвольной матрице, например

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{rows}(C) = 3 \quad \text{cols}(C) = 3$$

Рис.5.

Единичная матрица размером N формируется встроенной функцией Identity(N), а след матрицы (сумма элементов главной диагонали)– встроенной функцией tr(A):

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{tr}(C) = 15 \quad \text{identity}(5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Рис.6 Формирование единичной матрицы и вычисление следа матрицы.

### Функции формирование новых массивов из существующих

- `augment (A, B)` - формирует массив, расположением A и B бок о бок, причем массивы A и B должны иметь одинаковое число строк.
- `stack (A, B)` - формирует массив, расположением A над B , причем массивы A и B должны иметь одинаковое число столбцов.
- `submatrix (A, ir, jr, ic, jc)` - формирует подматрицу, содержащую строки с `ir` по `jr` и столбцы с `ic` по `jc` матрицы A.

$$A := \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -7 \\ -4 & -9 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 17 \\ 14 & 19 \end{pmatrix}$$

$$\text{stack}(A, B) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -7 \\ -4 & -9 \\ 11 & 12 \\ 13 & 17 \\ 14 & 19 \end{pmatrix} \quad \text{augment}(A, B) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 11 & 12 \\ -3 & -7 & 13 & 17 \\ -4 & -9 & 14 & 19 \end{pmatrix}$$

Рис.7

ORIGIN:=1

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 5 & 8 & 2 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{submatrix}(M, 2, 3, 1, 2) = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Извлекаются элементы между строками 2 и 3 и между столбцами 1 и 2 (включительно)

Рис.8

**Задание №1.** Вычислить значение матричного выражения  $(A \cdot B + C)^T$

$A := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

$(A \cdot B + C)^T = \begin{pmatrix} -8 & -6 \\ 8 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$

Рис. 9

**Задание №2** Сформировать вектор  $x$  по правилу  $x_i = \sin i, i = 1..4$  и матрицу  $A$  размером  $5 \times 8$  по правилу  $A_{i,j} = \cos(\pi(i + j)) + i/2$

ORIGIN := 1

$i := 1..4 \quad x_1 := \sin(i) \quad x = \begin{pmatrix} 0.841 \\ 0.909 \\ 0.141 \\ -0.757 \end{pmatrix}$

$i := 1..5 \quad j := 1..8$

$A_{i,j} := \cos[\pi \cdot (i + j)] + \frac{i}{2}$

$A = \begin{pmatrix} 1.5 & -0.5 & 1.5 & -0.5 & 1.5 & -0.5 & 1.5 & -0.5 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2.5 & 0.5 & 2.5 & 0.5 & 2.5 & 0.5 & 2.5 & 0.5 \\ 1 & 3 & 1 & 3 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 3.5 & 1.5 & 3.5 & 1.5 & 3.5 & 1.5 & 3.5 & 1.5 \end{pmatrix}$

**Матрицы**

$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} \times_n \times^{-1} |\times|$   
 $\vec{f}(t) \quad M^{<} \quad M^T \quad m..n$   
 $\hat{f} \cdot \hat{v} \quad \hat{f} \times \hat{v} \quad \Sigma \nu \quad \frac{d}{dt}$

**Арифметика**

sin cos tan ln log  
n! i |x|  $\sqrt{\quad}$   $\sqrt[n]{\quad}$   
 $e^x$   $\frac{1}{x}$  ( )  $\times^2$   $\times^y$   
 $\pi$  7 8 9 /  
 $\frac{1}{4}$  4 5 6  $\times$   
 $\div$  1 2 3 +  
:= . 0 - =

Рис.10.

**Задание №3.** Решить систему линейных уравнений  $\begin{cases} -X_1 - 7X_2 + 6X_3 = -14 \\ 2X_1 + 5X_2 + 2X_3 = 19 \\ 9X_1 + 6X_2 + 6X_3 = 69 \end{cases}$

**МАТРИЧНЫЙ МЕТОД**

$A := \begin{pmatrix} -1 & -7 & 6 \\ 2 & 5 & 2 \\ 9 & 6 & 6 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} -14 \\ 19 \\ 69 \end{pmatrix}$

$X := A^{-1} \cdot B \quad X = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

**МЕТОД КРАМЕРА**

ORIGIN := 1

$A1 := \text{augment}(B, A^{(2)}, A^{(3)}) \quad A1 = \begin{pmatrix} -14 & -7 & 6 \\ 19 & 5 & 2 \\ 69 & 6 & 6 \end{pmatrix}$

$A2 := \text{augment}(A^{(1)}, B, A^{(3)}) \quad A2 = \begin{pmatrix} -1 & -14 & 6 \\ 2 & 19 & 2 \\ 9 & 69 & 6 \end{pmatrix}$

$A3 := \text{augment}(A^{(1)}, A^{(2)}, B) \quad A3 = \begin{pmatrix} -1 & -7 & -14 \\ 2 & 5 & 19 \\ 9 & 6 & 69 \end{pmatrix}$

$X1 = \frac{|A1|}{|A|} \quad X2 = \frac{|A2|}{|A|} \quad X3 = \frac{|A3|}{|A|}$

$X1 = 7 \quad X2 = 1 \quad X3 = 0$

**Матрицы**

$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} \times_n \times^{-1} |\times|$   
 $\vec{f}(t) \quad M^{<} \quad M^T \quad m..n$   
 $\hat{f} \cdot \hat{v} \quad \hat{f} \times \hat{v} \quad \Sigma \nu \quad \frac{d}{dt}$

Рис.11

**Задание 1.** Вычислите значение матричного выражения , для своего варианта.(См. рис.9)

**Задание 2.** Двумя способами (матричным и методом Крамера) решить систему линейных уравнений .(См. рис.11)

Варианты заданий

Номер варианта	Матричное выражение	Система линейных уравнений
1	$((Q_{34}^T + D_{43})H_{32})^T = ?$	$X_1 - 2X_2 + 6X_3 = -28$ $3X_1 + 3X_3 = -6$ $-2X_1 + X_2 - 4X_3 = 15$
2	$(B_{23}^T + H_{32})(E_{22} + D_{22}) = ?$	$2X_1 + X_3 = 6$ $4X_1 - 3X_2 - 2X_3 = -1$ $2X_2 + 7X_3 = 12$
3	$(Q_{34}^T D_{34} + E_{44})^T = ?$	$-3X_1 + 2X_3 = 5$ $2X_1 + 4X_2 + 4X_3 = -2$ $X_1 - 2X_2 + 5X_3 = 31$
4	$(E_{33} + H_{33} + D_{33}^T)Q_{34} = ?$	$3X_2 + 2X_3 = 2$ $-2X_1 + 6X_2 = -22$ $4X_1 - 2X_2 - X_3 = 20$
5	$((E_{44} + D_{44}^T)Q_{43} - B_{43})^T = ?$	$5X_1 + 2X_2 + X_3 = 21$ $-2X_1 - 4X_2 + 2X_3 = -2$ $7X_2 + 8X_3 = -14$
6	$((H_{34}B_{43})^T + E_{33} - D_{33})^T = ?$	$6X_1 - 2X_2 = 18$ $4X_1 + 3X_2 + 4X_3 = -1$ $6X_2 + X_3 = -18$
7	$((D_{34} + B_{34})Q_{43})^T + E_{33} = ?$	$8X_2 + 9X_3 = 38$ $2X_1 + 4X_2 - 2X_3 = -14$ $-3X_1 + 2X_2 + X_3 = -7$
8	$(D_{34}^T (E_{33} + B_{33} + H_{33}))^T = ?$	$2X_1 + 4X_2 + X_3 = 2$ $-X_1 + 6X_2 + 8X_3 = 17$ $3X_2 - 12X_3 = -54$
9	$D_{43}(E_{33} + H_{33})^T + Q_{34}^T = ?$	$-X_2 - 4X_3 = -18$ $-8X_1 + 2X_2 + 2X_3 = 12$ $4X_1 + 4X_2 = 8$
10	$(D_{33} + E_{33})^T + H_{34}Q_{43} = ?$	$7X_1 + 6X_2 + 8X_3 = 64$ $2X_1 + 3X_2 - 5X_3 = -19$ $4X_1 + 5X_2 + 2X_3 = 29$
11	$(Q_{34}B_{34}^T + E_{33} - D_{33})^T = ?$	$9X_1 + 7X_2 - X_3 = 39$ $-3X_2 + 4X_3 = -9$ $3X_1 + X_2 + 9X_3 = 9$
12	$(E_{33} + D_{33})^T (Q_{34}B_{43}) = ?$	$5X_1 + X_3 = 25$ $6X_1 + 7X_2 + 10X_3 = 81$ $-2X_1 + 4X_2 + X_3 = 1$
13	$(D_{43} + H_{34}^T)(E_{33} + Q_{33})^T = ?$	$-X_1 + 8X_2 - 3X_3 = 1$ $8X_1 + 2X_2 = -38$ $-5X_2 = 7X_3 = -34$

14	$((E_{44}+Q_{44})D_{42})H_{23})^T=?$	$-6X_1+7X_2-4X_3=-44$ $3X_1+6X_2+6X_3=57$ $5X_1+4X_2+7X_3=71$
15	$((E_{33}+H_{33})^T+B_{33})D_{32}=?$	$-X_1-7X_2+6X_3=-14$ $2X_1+5X_2+2X_3=19$ $9X_1+6X_2+6X_3=69$

**Задание 3.** Сформировать вектор  $x$  из  $N$  элементов по правилу  $f_1(x)$  и матрицу  $A$  размером  $K \times L$  по правилу  $f_2(i,j)$ .

Номер варианта	$f_1(i)$	N	$f_2(i, j)$	K	L
1	$\sin i$	6	$\cos(\pi(i + j)) + i/2$	5	8
2	$\cos i$	5	$\ln(i + j + 2) - 2/j$	4	6
3	$\sqrt{i}$	4	$e^{\sin(i-j)}$	4	9
4	$\lg i$	3	$\lg(2 +  2i + 3j )$	8	7
5	$i + \sqrt{i}$	7	$(i + j)^{2.5}$	5	6
6	$\sin i$	4	$\sin i - j  + \cos i + j $	8	4
7	$i - \sqrt{i}$	5	$\cos \lg(i + 2j)$	9	5
8	$\cos i$	8	$e^{-\cos(i)+j^{-1}}$	10	4
9	$\pi i + 2,5$	3	$\sin(1/(i + j + 12))$	5	7
10	$\ln i$	7	$\ln(i + j + 5)$	6	8
11	$\sqrt{i+6}$	6	$e^{-i} + e^{-j} + i$	8	5
12	$\log_4 i$	4	$\sin \cos(i - j)$	7	9
13	$\lg i$	10	$(i + j)^{2/j}$	10	6
14	$e^{-i}$	4	$\sin(i + 2j)$	6	6
15	$\ln i + 5 $	12	$\sin(\pi(i - j)) - j$	7	5
16	$\sin(2i)$	8	$\sqrt[3]{(i - j)^2 + 5}$	4	7
17	$\sqrt[3]{i+4}$	6	$\cos \ln(i + 2j)$	5	4
18	$\log_2 i$	7	$e^{\sin(i+j)}$	4	6

**Задание 4** Для матрицы  $A$  из задания 3 вывести число строк и столбцов. Выделить из матрицы  $A$  произвольную подматрицу размера  $3 \times 3$  и сложить её с единичной матрицей. Вычислить след полученной матрицы.