ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 14
MS Excel. Решение нелинейных уравнений и определенных интегралов

Цель работы: Изучение возможностей пакета MS Excel при решении нелинейных уравнений; приобретение навыков решения определенных интегралов.

Задание 1. Найти корни уравнения: $\mathbf{x - x^3 + 4 = 0}$ на отрезке [1,2].

1. Для начала решим уравнение **графически**. Известно, что графическим решением уравнения **f(x)=0** является точка пересечения графика функции **f(x)** с осью абсцисс, т.е. такое значение **x**, при котором функция обращается в **ноль**.

Построим в MS Excel **график функции** $\mathbf{f(x)= x - x^3 + 4}$ на заданном отрезке [1,2].

- Для этого построим таблицу, в первом столбце которой – значения ***x*** от 1 до 2 с шагом 0,05; а во втором столбце – значения функции, вычисленные по формуле
  $\mathbf{= x - x^3 + 4}$
- Затем с помощью мастера диаграмм строим ***точечный*** график заданной функции (рис. 1).
- Из графика видно, что на указанном интервале есть один корень уравнения (в интервале от **1,5 до 2**).

	A	B	C
1	x	y	
2	1	4	
3	1,05	3,892375	
4	1,1	3,769	
5	1,15	3,629125	
6	1,2	3,472	
7	1,25	3,296875	
8	1,3	3,103	
9	1,35	2,889625	
10	1,4	2,656	
11	1,45	2,401375	
12	1,5	2,125	
13	1,55	1,826125	
14	1,6	1,504	
15	1,65	1,157875	
16	1,7	0,787	
17	1,75	0,390625	
18	1,8	-0,032	
19	1,85	-0,481625	
20	1,9	-0,959	
21	1,95	-1,464875	
22	2	-2	
23			
24	корень	значение функции	
25	1,5	2,125	=A25-A25^3+4

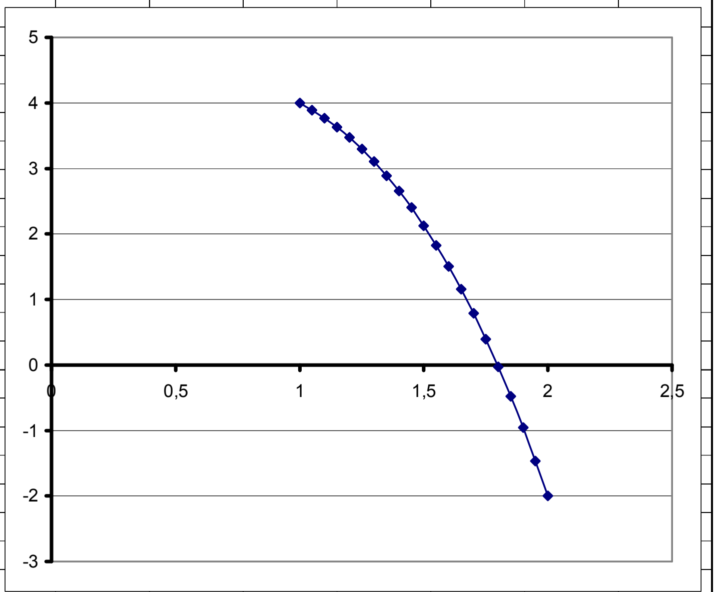


Рис. 1. Таблица значений и график функции

2. Теперь можно уточнить корень полинома. <u>Для этого выполним следующие действия</u>:

- В ячейку **A25** введем приближенное значение корня, например, значение **1,5** (рис.1).
- В ячейку **B25** введем функцию **f(x)**, ссылаясь на ячейку **A25: =A25 -A25^3 + 4.**
- Активируем надстройку **Подбор параметра**: **Данные / Работа с данными / Анализ "что-если" / Подбор параметра** и заполним диалоговое окно следующим образом (см. рис. 2):

- в поле **Установить в ячейке** введем ссылку на ячейку с формулой (ячейка **B25),**

- в поле **Значение** - ожидаемый результат (**0**),
- в поле **Изменяя значения ячейки** - ссылку на ячейку, в которой будет храниться значение подбираемого параметра **x** (в нашем случае – это ячейка **A25**).

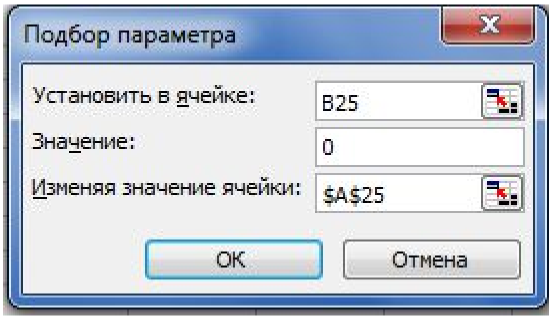


Рис. 2. Диалоговое окно Подбор параметра

После нажатия кнопки **OK** появится диалоговое окно **Результат подбора параметра** (рис. 3) с сообщением об успешном завершении поиска решения, приближенное значение корня будет помещено в ячейку **A25**.

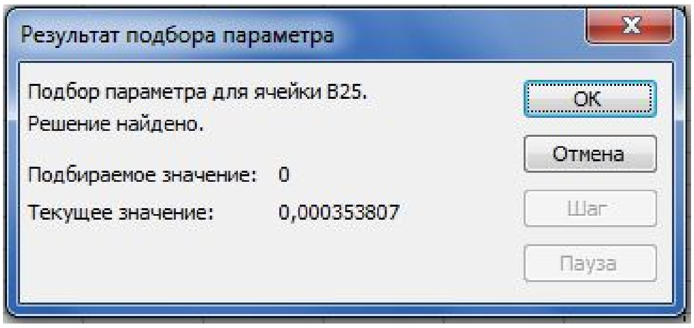


Рис. 3. Результат подбора параметра

В результате в ячейке **A25** получим точное решение нелинейного уравнения: **x=1,79628**

	A	B
24	**корень**	**значение функции**
25	**1,79628114**	**0,00035381**

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 1

Задание 1. Постройте в MS Excel график нелинейной функции $f(x)=0$ на заданном отрезке [a,b] согласно варианту (см. табл. 1). Найдите корень нелинейного уравнения на заданном отрезке (через подбор параметра).

Таблица 1

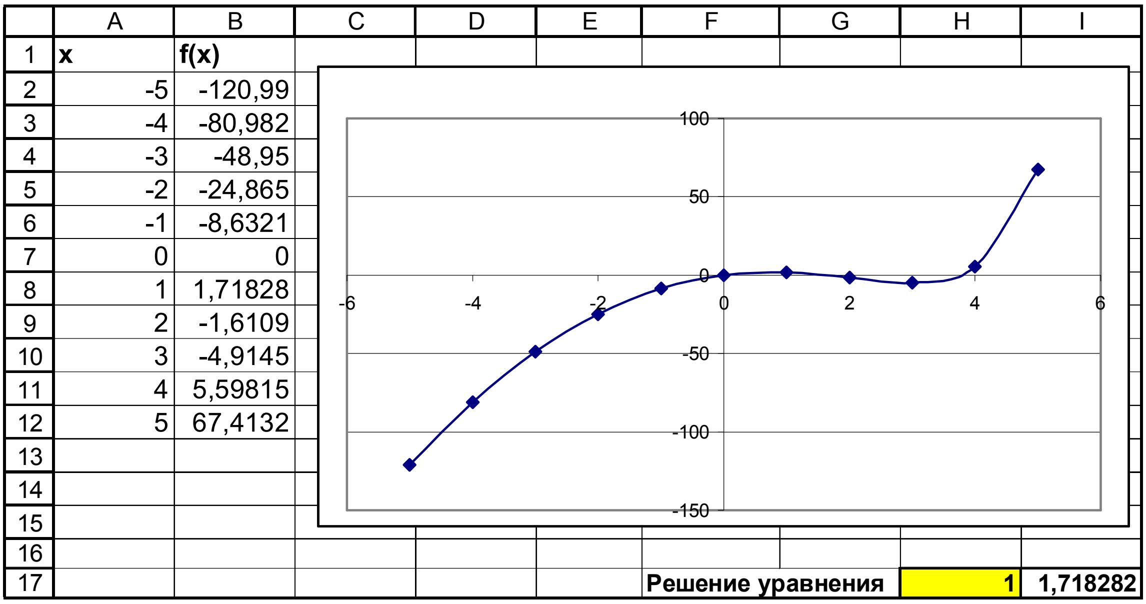
№ вар-та	**Уравнение**	**а** (нач. знач.)	**в** (конеч. знач.)
1	$x - x^3 + 1 = 0$	1	2
2	$x - x^3 + 3 = 0$	1	2
3	$2x + x^5 - 1 = 0$	0	1
4	$1 + x^3 - x = 0$	-2	0
5	$1 - 3x + x^3 = 0$	0	1
6	$1 - 3x + x^4 = 0$	0	1

№ вар-та	Уравнение	а (нач. знач.)	в (конеч. знач.)
7	$1 - 3x + x^5 = 0$	0	1
8	$x – x^3 + 2 = 0$	1	2
9	$x – x^3 + 5 = 0$	1	2
10	$2 - x + x^3 = 0$	-2	0
11	$1- 5x + x^3 = 0$	0	1
12	$1- 5x + x^4 = 0$	0	1
13	$1- 3x + x^5 = 0$	1	2
14	$x^3- x -5 = 0$	1	2
15	$x^3 - x +1 = 0$	-2	0

__Задание 2.__ Решить трансцендентное уравнение $e^x - (2x - 1)^2 = 0$

Решение:

1. Построим график функции f(x)= $e^x - (2x - 1)^2$ на интервале [-5, 5] (рис. 4).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x	f(x)							
2	-5	-120,99							
3	-4	-80,982							
4	-3	-48,95							
5	-2	-24,865							
6	-1	-8,6321							
7	0	0							
8	1	1,71828							
9	2	-1,6109							
10	3	-4,9145							
11	4	5,59815							
12	5	67,4132							
13									
14									
15									
16									
17						Решение уравнения		1	1,718282

Рис. 4. Графическое решение уравнения

Из графика видно, что данное уравнение имеет два решения. Одно из них: **x=0**

Для второго решения можно определить интервал изоляции корня: **1 < x < 2**. Теперь можно найти корень уравнения на отрезке [1, 2] методом последовательных приближений.

2. Введём в ячейку **`H17`** начальное приближение (`1`), в ячейку **`I17`** введем само уравнение, со ссылкой на начальное приближение: **`=EXP(H17)-(2*H17-1)^2`** (см. рис. 4).

Далее воспользуемся вкладкой **Данные→Поиск решения** и заполним диалоговое окно **Поиск решения** (см. рис.5).

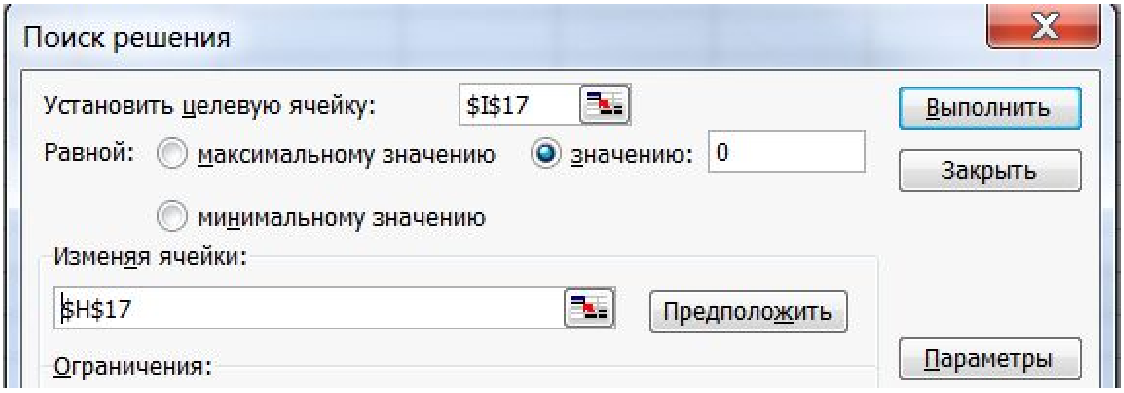


Рис. 5. Окно Поиск решения

Результат поиска решения будет выведен в ячейку **H17** (см. рис. 6).

	F	G	H	I
16				
17	**Решение уравнения**		**1,629055**	**-5,9E-06**

Рис. 6. Результат решения уравнения

Следовательно, вторым корнем уравнения $e^x-(2x-1)^2=0$ будет значение **x=1,629**

Варианты задания 2

Задание 2. Найти корни трансцендентного уравнения $f(x)=0$

№ варианта	$f(x)$
1	$2x^2-3\ln\lvert x+0.1\rvert-6$
2	$2\sin(x)-x^2+10$
3	$e^{0,3x}+x^2-7x$
4	$\cos\left(\frac{x}{5}\right)-\ln\lvert x-0,1\rvert+1$
5	$\sin(2x)-e^{-0,7x}+20$
6	$arctgx-\frac{1}{3x^3}$
7	$x\lg(x+1)-1$
8	$\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-0,5x$
9	$e^{-2x}-2x+1$
10	$arctg(x-1)+2x$
11	$\sqrt{x+1}-\frac{1}{x}$
12	$3x+\cos x+1$
13	$x-\sqrt{\lg(x+2)}$
14	$x^2-\ln(x+1)$
15	$2arctgx-x+3$

Задание 3. Вычислить **определенный интеграл** $y=\int_2^5 \frac{1}{\ln x}dx$ методом трапеций:

Примечание. Геометрический смысл нахождения определенного интеграла заключается в вычислении площади фигуры на заданном отрезке [a, b], ограниченной линией, уравнение которой задано, и осью *OX*.

Согласно методу трапеций: $\int_a^b f(x)dx \approx f(x_0)\frac{h}{2}+\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)h+f(x_n)\frac{h}{2}$

Решение:

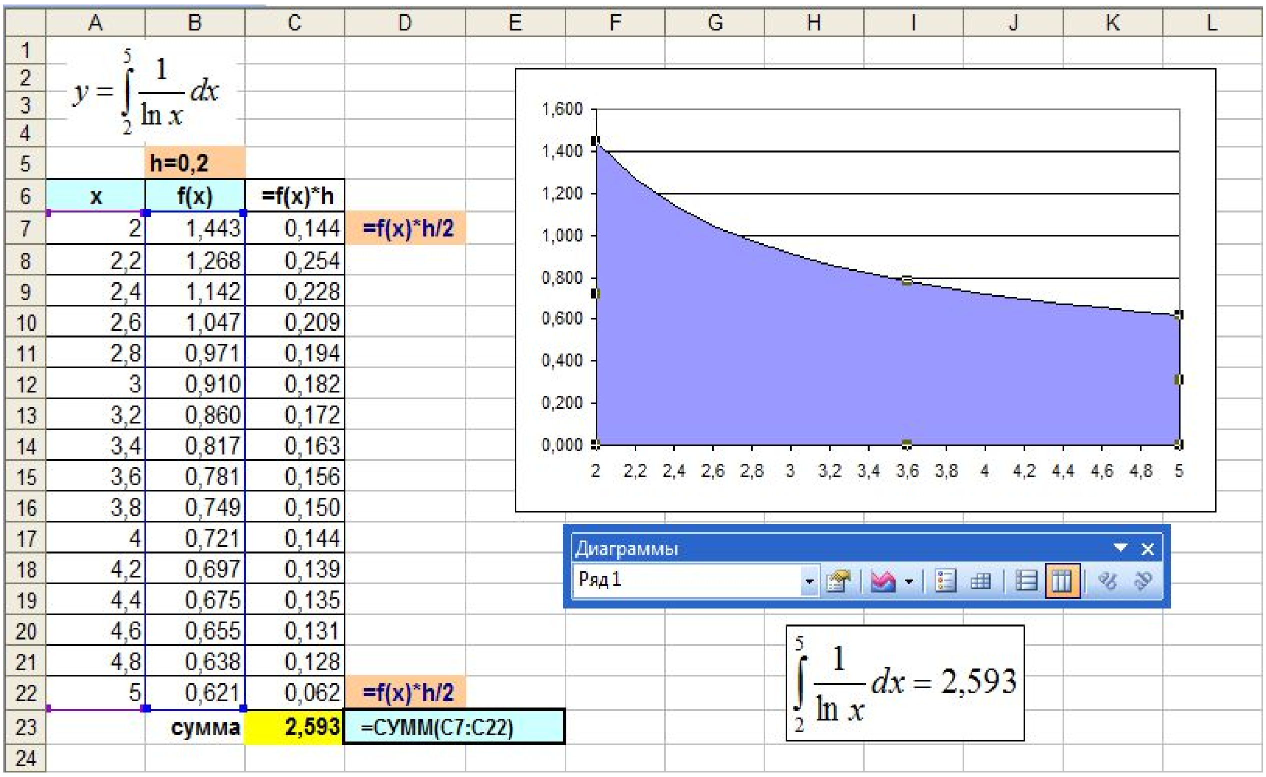
1. В ячейки **A7:A22** вводим значения аргумента ***x*** от **2 до 5 с шагом 0,2** (рис. 7)
2. В ячейках **B7:B22** вычислим соответствующие значения подынтегральной функции

$$f(x) = \frac{1}{\ln x}$$

3. В ячейке **C7** вычислим значение $f(x_0)$***h/2**; в ячейке **C22** вычислим $f(x_n)$***h/2** (где $x_0=a$; $x_n=b$; **h - шаг**)
4. В остальных ячейках **C8:C21** вычислим значения ***f(x)**h**
5. В ячейке **C23** вычислим **сумму** ячеек **C7:C22**.

В результате получим приближённое значение искомого интеграла (**2,593**).

6. Далее построим **точечный график** функции *f(x)* на заданном отрезке.
7. Выделив график, изменим **тип диаграммы**: «***С областями***» (см. рис. 7).



	A	B	C	D
5		h=0,2		
6	x	f(x)	=f(x)*h	
7	2	1,443	0,144	=f(x)*h/2
8	2,2	1,268	0,254	
9	2,4	1,142	0,228	
10	2,6	1,047	0,209	
11	2,8	0,971	0,194	
12	3	0,910	0,182	
13	3,2	0,860	0,172	
14	3,4	0,817	0,163	
15	3,6	0,781	0,156	
16	3,8	0,749	0,150	
17	4	0,721	0,144	
18	4,2	0,697	0,139	
19	4,4	0,675	0,135	
20	4,6	0,655	0,131	
21	4,8	0,638	0,128	
22	5	0,621	0,062	=f(x)*h/2
23		сумма	2,593	=СУММ(C7:C22)

Рис. 7. Результат вычисления определенного интеграла

Таким образом, площадь фигуры, ограниченная функцией $\frac{1}{\ln x}$ и осью *OX*, на отрезке [2, 5] равняется **2,593**

Варианты задания 3

Задание 3. Вычислить определенный интеграл $y = \int_a^b f(x)dx$ методом трапеций.

Шаг подберите самостоятельно так, чтобы количество отрезков было не менее 15.

№ варианта	a	b	$f(x)$
1	0,8	1,6	$\frac{1}{\sqrt{2x^2+1}}$
2	1,6	2,4	$(x+1)\sin x$
3	0,8	1,2	$\frac{\sin(2x)}{x^2}$
4	0,8	1,6	$\frac{\lg(x^2+1)}{x}$
5	0,4	1,2	$\sqrt{x}\cos\left(x^2\right)$
6	0,4	0,8	$\frac{tg(x^2+0{,}5)}{1+2x^2}$
7	0,15	0,63	$\sqrt{x+1}\lg(x+3)$
8	1,2	2,8	$\left(\frac{x}{2}+1\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)$
9	0,6	0,72	$\left(\sqrt{x}+1\right)tg 2x$
10	0,8	1,6	$\left(x^2+1\right)\sin(x-0{,}5)$
11	1,6	3,2	$\frac{x}{2}\lg\left(\frac{x^2}{2}\right)$
12	0.8	1,7	$\frac{1}{\sqrt{2x^2+0{,}3}}$
13	1,3	2,1	$\frac{\sin\left(x^2-1)\right)}{2\sqrt{x}}$
14	0,8	1,2	$\frac{\sin\left(x^2-0{,}4)\right)}{x+2}$
15	0,8	1,2	$\frac{\cos x}{x^2+1}$

ПОСЛЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ВСЕХ ЗАДАНИЙ ОФОРМИТЕ ОТЧЕТ В MS WORD С ФОРМУЛИРОВКОЙ ЗАДАНИЙ И РЕЗУЛЬТАТАМИ РАСЧЕТОВ.