

2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 “ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ”

2.1. Методические указания к выполнению контрольной работы № 1

В контрольную работу № 1 включены задачи на следующие темы: кинематика поступательного и вращательного движения; динамика поступательного движения; работа постоянной и переменной силы, закон сохранения механической энергии; закон сохранения импульса, совместное применение законов сохранения импульса и механической энергии; динамика вращательного движения твёрдого тела; закон сохранения момента импульса, кинетическая энергия вращающегося тела; элементы специальной теории относительности.

Для решения задач по кинематике необходимо знать закон (уравнение) движения точки, усвоить понятия средних и мгновенных скоростей и ускорений, а также выяснить направление этих величин в каждой конкретной задаче.

Приступая к решению задач 101...110, проработайте соответствующий материал по пособию [1], с. 6...14.

Решение задач динамики (задачи 111...120) требует составления уравнения движения материальной точки, выражающего второй закон Ньютона.

При этом рекомендуется следующая последовательность действий:

1. Вначале необходимо сделать чертёж и показать все силы, действующие на тело.
2. Записать второй закон Ньютона в векторной форме.
3. Если силы действуют не по одной прямой, то выбирают две взаимно перпендикулярные оси X и Y , лежащие в плоскости действия сил. Спроецировать все векторы, входящие во второй закон Ньютона, и записать этот закон в виде двух скалярных уравнений.

4. В случае прямолинейного движения одну из осей (X) следует направить в направлении движения, а другую (Y) – перпендикулярно к ней.

5. Если все силы, действующие на тело, лежат вдоль одной прямой, то сразу можно представить второй закон Ньютона в скалярной форме.

Приступая к решению задач 111...120, ознакомьтесь с данной темой по учебному пособию [1], с. 14...19.

Решение задач на законы сохранения (импульса, механической энергии и момента импульса) требует усвоения понятия замкнутой (изолированной) системы тел. Решая конкретную задачу, необходимо выяснить, является ли система тел замкнутой.

Следует помнить, что закон сохранения импульса можно применить и для незамкнутых систем, когда внутренние силы значительно больше внешних.

Составляя уравнения, описывающие законы сохранения, следует рассматривать движение всех тел системы в одной и той же инерциальной системе отсчета.

Решение задач 121...130 требует знания понятий работы постоянной и переменной силы, кинетической и потенциальной энергий, механической энергии системы.

Закон сохранения механической энергии следует применять в тех задачах, когда в замкнутой системе между её телами действуют консервативные силы (например, гравитационные силы, силы упругости). Применение закона сохранения механической энергии, связывающего начальное и конечное состояния системы взаимодействующих тел, существенно упрощает решение задач, так как позволяет не рассматривать конкретный вид действующих между телами сил.

Другой тип задач: в системе действуют неконсервативные силы (например, силы трения). В этом случае изменение кинетической энергии системы равно работе всех сил.

Для решения задач 121...130 необходимо изучить соответствующий материал по учебному пособию [1], с. 23...29.

Приступая к решению задач 131...150, проработайте соответствующий материал по учебному пособию [1], с. 19...22; 30...34.

Решение задач 151...160 по теме “Динамика вращательного движения” требует знания основного уравнения динамики вращательного движения и физического смысла входящих в него величин – момента силы, момента инерции, момента импульса.

При решении задач 161...170 следует вначале выяснить, равен ли нулю результирующий момент всех внешних сил, приложенных к системе, т.е. можно ли применить закон сохранения момента импульса к данной задаче. Затем следует записать этот закон, приравняв суммарный момент импульса системы до и после взаимодействия.

Для решения задач 161...170 необходимо проработать соответствующий материал по учебному пособию [1], с. 34...40.

Задачи 171...180 относятся к теме “Элементы специальной теории относительности”. Для решения этих задач необходимо знать постулаты этой теории, преобразования Лоренца и следствия из них. Решение задач на релятивистскую динамику требует усвоения взаимосвязи массы и энергии, а также энергии и импульса свободной частицы.

Ознакомьтесь с материалом данной темы по учебному пособию [1], с. 67...79.

Вариант	Номера задач							
0	101	111	121	131	141	151	161	171
1	102	112	122	132	142	152	162	172
2	103	113	123	133	143	153	163	173
3	104	114	124	134	144	154	164	174
4	105	115	125	135	145	155	165	175
5	106	116	126	136	146	156	166	176
6	107	117	127	137	147	157	167	177
7	108	118	128	138	148	158	168	178
8	109	119	129	139	149	159	169	179
9	110	120	130	140	150	160	170	180

2.2. Основные законы и формулы. Примеры решения задач

2.2.1. Кинематика поступательного и вращательного движения

1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси X

$$x = f(t),$$

где $f(t)$ – некоторая функция времени.

2. Средняя скорость за промежуток времени Δt

$$\langle v_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

где $\Delta x = x_2 - x_1$; x_1 – положение точки в момент времени t_1 ; x_2 – положение точки в момент t_2 ; $\Delta t = t_2 - t_1$.

3. Мгновенная скорость

$$v_x = \frac{dx}{dt}.$$

4. Среднее ускорение

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

5. Мгновенное ускорение

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}.$$

6. Уравнение движения точки при вращательном движении твёрдого тела

$$\varphi = \varphi(t),$$

где φ – угловое положение точки в момент времени t .

7. Среднее значение угловой скорости

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

где $\Delta\varphi$ – угол поворота твёрдого тела за время Δt .

8. Мгновенное значение угловой скорости

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

9. Угловая скорость при равномерном движении по окружности

$$\omega = 2\pi n,$$

где n – число оборотов в секунду.

10. Среднее значение углового ускорения

$$\langle \beta \rangle = \frac{\Delta\omega}{\Delta t},$$

где $\Delta\omega = (\omega_2 - \omega_1)$ – изменение угловой скорости за промежуток времени Δt .

11. Мгновенное значение углового ускорения

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}.$$

12. Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности

$$v = \omega R,$$

$$a_\tau = \beta R,$$

$$a_n = \omega^2 R,$$

где v – линейная скорость точки (направлена по касательной к окружности), a_τ – тангенциальное ускорение (направлено по касательной), a_n – нормальное ускорение (направлено к центру окружности), R – радиус окружности.

Полное ускорение

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Примеры решения задач

Задача 1

Уравнение движения материальной точки вдоль оси X имеет вид $X = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2$ м; $B = 1$ м/с; $C = -0,5$ м/с³.

Найти координату, скорость и ускорение точки в момент времени 2с.

Дано:	Решение:
$X = A + Bt + Ct^3$	Координату точки найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A , B , C и времени,
$A = 2$ м	
$B = 1$ м/с	
$C = -0,5$ м/с ³	
$t = 2$ с	
$x - ?$ $v - ?$ $a - ?$	$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) \text{ м} = 0.$ <p>Так как требуется найти скорость и ускорение в определенный момент времени ($t = 2$ с), то это значит, нужно определить мгновенные величины v_x и a_x.</p>

Мгновенная скорость есть первая производная от координаты по времени

$$v_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6Ct .$$

Произведя вычисления для момента времени $t = 2$ с, получим:

$$v_x = (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2) \text{ м/с} = - 5 \text{ м/с} ,$$

$$a_x = 6 (- 0,5) \cdot 2 \text{ м/с}^2 = - 6 \text{ м/с}^2 .$$

Задача 2

Диск радиусом 0,1 м, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением 0,5 рад/с². Найти тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска через две секунды после начала вращения.

<p>Дано:</p> <p>$R = 0,1$ м</p> <p>$\omega_0 = 0$</p> <p>$\beta = 0,5$ рад/с²</p> <p>$t = 2$с</p> <hr/> <p>$a_\tau - ?$ $a_n - ?$ $a = ?$</p>	<p>Решение:</p> <p>Тангенциальное и нормальное ускорение точки вращающегося тела выражаются формулами</p> $a_\tau = \beta R, \quad (1)$ $a_n = \omega^2 R, \quad (2)$ <p>где ω – угловая скорость тела, β – его угловое ускорение, R – радиус диска.</p>
---	--

В условии задано угловое ускорение, которое определяется выражением

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} . \quad (3)$$

Следовательно, угловая скорость равна

$$\omega = \omega_0 + \beta t, \quad (4)$$

причем по условию начальная угловая скорость $\omega_0 = 0$. Учитывая соотношения (2) и (4), получаем формулу для нормального ускорения

$$a_n = \omega^2 R = \beta^2 t^2 R.$$

В момент времени $t = 2$ с нормальное ускорение

$$a_n = \beta^2 t^2 R = 0,5^2 \cdot 2^2 \cdot 0,1^2 = 0,1 \text{ м/с}^2,$$

тангенциальное ускорение

$$a_\tau = \beta R = 0,5 \cdot 0,1 = 0,05 \text{ м/с}^2,$$

полное ускорение

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{10^{-2} + 0,25 \cdot 10^{-2}} = 1,1 \cdot 10^{-1} \text{ м/с}^2$$

2.2.2. Динамика. Законы Ньютона

1. Импульс материальной точки массой m , движущейся поступательно со скоростью \vec{v}

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

2. Второй закон Ньютона в общем случае

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

где \vec{F} – результирующая всех сил, приложенных к материальной точке.

3. Второй закон Ньютона в случае средней силы, действующей за время Δt :

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F},$$

4. Если масса постоянна, то второй закон Ньютона может быть записан в виде:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

5. Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент жесткости пружины; x – абсолютная деформация;

б) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих материальных точек; r – расстояние между материальными точками;

в) сила трения скольжения

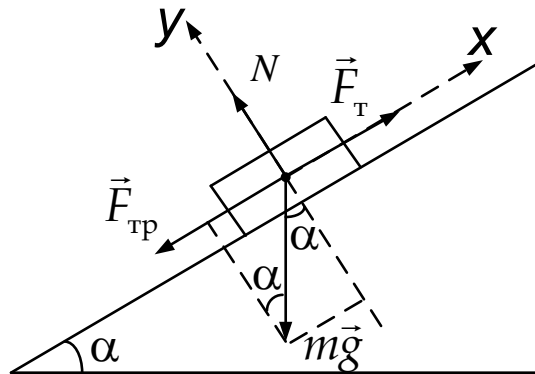
$$F = fN,$$

где f – коэффициент трения скольжения, N – сила нормального давления.

Примеры решения задач

Задача 1

Автомобиль массой 1 т поднимается по шоссе с уклоном 30° под действием силы 7 кН. Коэффициент трения между шинами автомобиля и поверхностью шоссе равен 0,1. Определить ускорение автомобиля.



Дано:

$$m = 1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}$$

$$F_T = \text{кН} = 7 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$f = 0,1$$

$$a = ?$$

Решение:

На автомобиль действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции шоссе \vec{N} , сила тяги \vec{F}_T , сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. По условию задачи вектор \vec{a} направлен вверх по наклонной плоскости.

Запишем второй закон Ньютона в векторной

форме:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_T + \vec{N} + \vec{F}_{тр}.$$

Спроецируем обе части этого уравнения на выбранные направления осей X и Y (см. рис. 1).

$$ma = -mg \sin \alpha + \vec{F}_T - F_{тр}.$$

(1)

$$-mg \cos \alpha + N = 0.$$

(2)

Из уравнения (2) находим $N = mg \cos \alpha$.

Учитывая, что $F_{тр} = fN = fmg \cos \alpha$, запишем уравнение (1) в виде:

$$ma = -mg \sin \alpha + \vec{F}_T - fmg \cos \alpha,$$

откуда

$$a = \frac{F - mg(\sin \alpha + f \cos \alpha)}{m}.$$

(3)

Подставив в формулу (3) числовые значения, получим:

$$a = \frac{7 \cdot 10^3 - 10^3 \cdot 9,81(0,52 + 0,1 \cdot 0,87)}{10^3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

2.2.3. Работа постоянной и переменной силы. Закон сохранения механической энергии

1. Работа постоянной силы

$$A = FS \cos \alpha,$$

где α – угол между вектором силы и перемещением.

2. Работа переменной силы

$$A = \int_s F_s dS,$$

где F_s – проекция силы на направление перемещения dS .

3. Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{или} \quad E_k = \frac{p^2}{2m}.$$

4. Потенциальная энергия:

а) упруго деформированной пружины

$$E_{\text{II}} = \frac{kx^2}{2},$$

где k – коэффициент жесткости пружины, x – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия

$$E_{\text{II}} = -G \frac{m_1 m_2}{r},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между ними (данные тела считаются материальными точками);

в) тела, находящегося вблизи поверхности Земли (в однородном поле силы тяжести)

$$E_{\text{II}} = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения тела; h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли).

5. Работа, совершаемая внешними силами, определяется как мера изменения энергии системы

$$A = \Delta E = E_2 - E_1.$$

6. Закон сохранения механической энергии

$$E = E_k + E_{\text{II}} = \text{const.}$$

Примеры решения задач

Задача 1

К нижнему концу пружины жёсткостью $3 \cdot 10^2$ Н/м присоединена другая пружина жёсткостью $5 \cdot 10^2$ Н/м, к концу которой прикреплена гиря. Пренебрегая массой пружины, определить отношение потенциальных энергий пружины.

<p style="text-align: center;">Дано:</p> <p>$k_1 = 3 \cdot 10^2$ Н/м</p> <p>$k_2 = 5 \cdot 10^2$ Н/м</p> <hr style="border: 0.5px solid black;"/> <p style="text-align: center;">$\frac{E_{\text{п2}}}{E_{\text{п1}}} = ?$</p>	<p style="text-align: center;">Решение:</p> <p>Так как на обе пружины действует одна и та же сила (mg), то силы упругости одинаковы для обеих пружин, т.е.</p> $k_1 x_1 = k_2 x_2, \tag{1}$ $\frac{x_2}{x_1} = \frac{k_1}{k_2}.$
---	---

отсюда

(2)

Известно, что потенциальная энергия пружины имеет вид

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}.$$

Запишем выражение для потенциальных энергий первой и второй пружин:

$$E_{\text{п1}} = \frac{k_1 x_1^2}{2} \text{ и } E_{\text{п2}} = \frac{k_2 x_2^2}{2}.$$

Разделим $E_{\text{п2}}$ на $E_{\text{п1}}$:

$$\frac{E_{\text{п2}}}{E_{\text{п1}}} = \frac{k_2 x_2^2}{k_1 x_1^2} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{x_2^2}{x_1^2}.$$

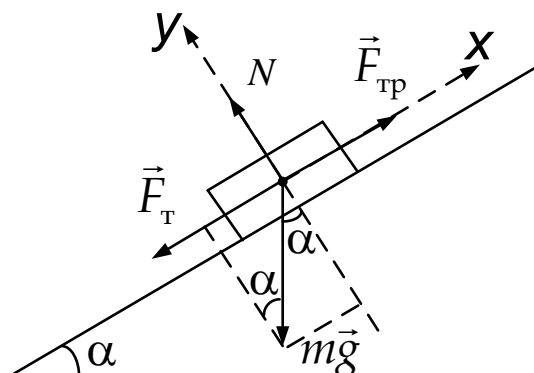
(3)

Подставив (2) в выражение (3), получим:

$$\frac{E_{\text{п2}}}{E_{\text{п1}}} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{x_1^2}{x_2^2} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Задача 2

Поезд массой 600 т движется под гору с уклоном $0,3^\circ$ и за 1 минуту развивает скорость 18 км/ч. Коэффициент трения равен 0,01. Определить среднюю мощность локомотива.



Дано:

$$m = 600 \text{ т} = 6 \cdot 10^5 \text{ кг}$$

$$\alpha = 0,3^\circ$$

$$t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$$

$$f = 0,01$$

$$v = 18 \text{ км/ч} = 5 \text{ м/с}$$

$$\langle N \rangle = ?$$

Решение:

Средняя мощность, развиваемая локомотивом

$$\langle N \rangle = F_T \langle v \rangle, \quad (1)$$

где F_T – сила тяги.

Среднее значение скорости $\langle v \rangle = \frac{v_{\max}}{2}$, $v_{\max} = v$,

ускорение поезда $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v}{t}$.

Запишем уравнение II закона Ньютона в проекции на направление движения:

$$ma = F_T + mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}, \quad (2)$$

(2)

где

$$F_{\text{тр}} = fmg \cos \alpha. \quad (3)$$

(3)

Тогда из уравнения (2) с учётом (3) запишем выражение для силы тяги локомотива:

$$F_t = m \frac{v}{t} + fmg \cos \alpha - mg \sin \alpha,$$

(4)

средняя мощность, развиваемая локомотивом, $\langle N \rangle$ вычисляется по формуле

$$\langle N \rangle = \frac{mv}{2} \left(\frac{v}{t} + fg \cos \alpha - g \sin \alpha \right).$$

Ответ: $N = 195$ кВт.

Задача 3

Молот массой 5 кг, двигаясь со скоростью 4 м/с, ударяет по железному изделию, лежащему на наковальне. Масса наковальни вместе с изделием равна 95 кг. Считая удар неупругим, определить энергию, расходуемую на ковку (деформацию) изделия. Определить коэффициент полезного действия (КПД) удара.

Дано:

$$m_1 = 5 \text{ кг}$$

$$m_2 = 95 \text{ кг}$$

$$v_1 = 4 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 0$$

$$E_{\text{деф}} = ?$$

Решение:

Систему, состоящую из молота, изделия и наковальни, считаем замкнутой во время удара, когда силы ударного взаимодействия значительно превышают равнодействующую сил тяжести и силы реакции опоры. К такой системе можно применить закон сохранения импульса.

Во время удара изменяется только кинетическая энергия тел, поэтому энергия $E_{\text{деф}}$, затраченная на деформацию, равна разности значений механической энергии системы до и после удара

$$E_{\text{деф}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2},$$

(1)

где u – общая скорость всех тел, входящих в систему, после неупругого удара. Эту скорость найдем на основе закона сохранения импульса

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)u,$$

(2)

откуда

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1.$$

(3)

Подставив в формулу (1) значение u из выражения (3), определим $E_{\text{деф}}$:

$$E_{\text{деф}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

(4)

Полезной считается энергия, затраченная на деформацию. Поэтому КПД равен

$$\eta = \frac{E_{\text{деф}}}{\frac{m_1 v_1^2}{2}} = \frac{\frac{m_1 v_1^2}{2} \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2}}{\frac{m_1 v_1^2}{2}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

(5)

Подставив числовые значения заданных величин в формулу (5), получим:

$$\eta = \frac{95}{95 + 5} = 0,95.$$

Из выражения (5) видно, что КПД удара тем больше, чем больше масса наковальни по сравнению с массой молота.

2.2.4. Закон сохранения импульса. Совместное применение законов сохранения импульса и механической энергии

1. Закон сохранения импульса

$$\vec{p}_c = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

то есть суммарный импульс замкнутой системы тел \vec{p}_c сохраняется постоянным.

2. Закон сохранения импульса для системы из двух тел

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$

где \vec{v}_1 и \vec{v}_2 – скорости тел в короткий момент до взаимодействия; \vec{u}_1 и \vec{u}_2 – скорости тех же тел после взаимодействия.

3. Применение законов сохранения энергии и импульса к прямому центральному удару шаров:

а) неупругий удар

- закон сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u},$$

- скорость шаров после неупругого удара

$$u = \frac{m_1 v_1 \pm m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

знак “минус” соответствует движению шаров навстречу;

б) упругий удар

скорости упругих шаров после удара

$$u_1 = \frac{\pm 2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1 \pm (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2},$$

где v_1 и v_2 – скорости шаров до удара, u_1 и u_2 – после удара.

Примеры решения задач

Задача 1

Человек массой 60 кг стоит на тележке массой 30 кг. Определить скорость тележки, если человек будет двигаться по ней с относительной скоростью 3 м/с. Трением между тележкой и дорогой пренебречь.

Дано:	Решение:
$m_1 = 60 \text{ кг}$	Систему человек – тележка можно считать замкнутой, так как сила тяжести уравновешивается силой нормальной реакции тележки.
$m_2 = 30 \text{ кг}$	
$v = 3 \text{ м/с}$	
<hr/> $u = ?$	До взаимодействия суммарный импульс человек – тележка был равен нулю.

При движении человека его скорость относительно Земли будет равна $(v - u)$, а импульс человека $m_1(v - u)$. Тележка получит импульс $-m_2u$.

Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось X в системе отсчета относительно Земли

$$m_1(v - u) - m_2u = 0.$$

Отсюда
$$u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}.$$

Проведём вычисление u :

$$u = \frac{60 \cdot 3}{90} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Задача 2

Пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 400 м/с, попадает в мешок с песком массой 4 кг, висящий на длинной нерастяжимой нити и застревает в нем. Найти высоту, на которую поднимется мешок после попадания в него пули.

Дано:	Решение:
$m_1 = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг};$	Решение задачи основано на использовании двух законов: закона сохранения энергии и закона сохранения импульса. После попадания пули мешок с песком движется
$v_1 = 400 \text{ м/с};$	
$m_2 = 4 \text{ кг};$	
$v_2 = 0$	

$h = ?$ | вместе с застрявшей в нем пулей со скоростью u .

На основе закона сохранения энергии запишем:

$$\frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} = (m_1 + m_2)gh.$$

(1)

Для определения скорости совместного движения мешка и пули используем закон сохранения импульса. Запишем его в проекции на ось X :

$$m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2)u,$$

(2)

откуда

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1.$$

(3)

Подставим выражение (3) в формулу (1) и тогда высота h равна

$$h = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \cdot \frac{v_1^2}{2g}.$$

(4)

Выполним вычисления по формуле (4)

$$h = \left(\frac{10^{-1}}{4,01} \right)^2 \cdot \frac{16 \cdot 10^4}{2 \cdot 9,81} \approx 5,1 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 5,1 \text{ см.}$$

2.2.5. Динамика вращательного движения твёрдого тела

1. Основной закон (основное уравнение) динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

где \vec{M} – результирующий момент всех внешних сил относительно оси вращения; \vec{L} – момент импульса (момент количества движения) твёрдого тела относительно оси вращения

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega},$$

где J – момент инерции твёрдого тела относительно той же оси вращения.

2. Основной закон динамики вращательного движения при $J = \text{const}$

$$\vec{M} = J \cdot \vec{\beta},$$

где $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ – угловое ускорение тела.

3. Основной закон динамики вращательного движения для среднего значения момента силы

$$\vec{M} = J \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t},$$

где $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ – изменение угловой скорости за промежуток времени Δt .

4. Момент силы относительно оси вращения:

$$M = Fr \sin \alpha = Fl,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы F); α – угол между направлением действия силы и радиус-вектором \vec{r} , проведённым от оси вращения к точке приложения силы.

5. Момент инерции материальной точки относительно заданной оси:

$$J = mr^2,$$

где m – масса материальной точки; r – расстояние её до оси вращения.

6. Моменты инерции некоторых тел массой m относительно оси, проходящей через центр симметрии:

а) стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню

$$J = \frac{1}{12} ml^2;$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) радиуса R относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра)

$$J = \frac{1}{2} mR^2;$$

в) диска радиуса R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска

$$J = \frac{1}{2} mR^2;$$

г) шара радиуса R относительно оси, проходящей через центр шара

$$J = \frac{2}{5} mR^2.$$

Примеры решения задач

Задача 1

К ободу однородного сплошного диска радиусом 0,5 м приложена постоянная касательная сила 100 Н. При вращении диска на него действует момент сил трения 2 Н·м. Определить массу диска, если известно, что его угловое ускорение постоянно и равно 16 рад/с².

<p>Дано:</p> <p>$R = 0,5$ м</p> <p>$F = 100$ Н</p> <p>$M_{\text{тр}} = 2$ Н·м</p> <p>$\beta = 16$ рад/с²</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> <p>$m = ?$</p>	<p>Решение:</p> <p>Для решения задачи используем основное уравнение динамики вращательного движения</p> $M = J \cdot \beta,$ <p>(1)</p> <p>где M – результирующий момент внешних сил</p> $M = FR - M_{\text{тр}},$ <p>(2)</p>
---	--

где FR – вращающий момент; $M_{\text{тр}}$ – момент сил трения; β – угловое ускорение,

$$J = \frac{mR^2}{2}$$

(3)

момент инерции диска.

Подставим выражения (2) и (3) в формулу (1) и получим:

$$FR - M_{\text{тр}} = \frac{mR^2}{2} \cdot \beta,$$

(4)

откуда

$$m = \frac{2(FR - M_{\text{тр}})}{\beta R^2}.$$

(5)

Проведём вычисления в формуле (5), подставив туда числовые значения. Получим:

$$m = \frac{2(10^2 \cdot 0,5 - 2)}{16 \cdot 0,25} = 24 \text{ кг.}$$

2.2.6. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращающегося тела

1. Закон сохранения момента импульса в случае замкнутой системы ($\vec{M} = 0$ – момент внешних сил равен нулю)

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n J_i \vec{\omega}_i = \text{const},$$

где L_i – момент импульса тела с номером i , входящим в состав системы.

2. В случае системы из двух тел закон сохранения момента импульса запишется в виде

$$J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2 = J_1^1 \omega_1^1 + J_2^1 \omega_2^1,$$

где $J_1, J_2; \omega_1$ и ω_2 – моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; $J_1^1, J_2^1; \omega_1^1$ и ω_2^1 – те же величины после взаимодействия.

3. Работа постоянного момента силы, действующего на вращающееся тело,

$$A = M\varphi,$$

где φ – угол поворота тела.

4. Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела,

$$N = M \cdot \omega.$$

5. Кинетическая энергия вращающегося тела:

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2}.$$

6. Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$E_k = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2},$$

где $\frac{mv_c^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения тела; v_c –

скорость центра инерции тела; $\frac{J_c\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр инерции.

7. Работа, совершаемая при вращении тела, и изменение его кинетической энергии связаны соотношением

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}.$$

Примеры решения задач

Задача 1

Частота вращения маховика, момент инерции которого равен $120 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, составляет 240 об/мин. После прекращения действия на него вращающего момента маховик под действием сил трения в подшипниках

остановился за π секунд. Считая трение в подшипниках постоянным, определить момент сил трения.

Дано:	Решение:
$n_1 = 240 \text{ об/мин} = 4 \text{ об/с}$	Изменение кинетической энергии маховика равно работе сил трения:
$J = 120 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$	
$t = \pi \text{ с}$	
$M = ?$	
	$\Delta E_k = A, \text{ т.е.}$
	$0 - \frac{J\omega_1^2}{2} = M \cdot \varphi, \quad (1)$

где φ – угол поворота за промежуток времени t .

Из формулы (1) момент сил трения

$$M = \frac{J\omega_1^2}{2\varphi}.$$

(2)

Для равнозамедленного движения маховика угол поворота φ :

$$\varphi = \omega_1 t - \frac{\beta t^2}{2},$$

(3)

где β – угловое ускорение.

По условию задачи тело останавливается через промежуток времени t , т.е.

$$\omega_1 - \beta t = 0,$$

откуда

$$\beta = \frac{\omega_1}{t},$$

(4)

где $\omega_1 = 2\pi n_1$.

Подставим выражение (4) в формулу (3), получим:

$$\varphi = \omega_1 t - \frac{\omega_1 t}{2} = \frac{\omega_1 t}{2}. \quad (5)$$

После подстановки выражения для φ и ω_1 в формулу (2) момент сил трения M имеем

$$M = \frac{J\omega_1^2}{2\varphi} = \frac{J \cdot 4\pi^2 n_1^2 \cdot 2}{2 \cdot 2\pi n_1} = \frac{2\pi n_1 J}{t}, \text{ т.е.}$$

$$M_1 = \frac{2\pi n_1 J}{t}. \quad (6)$$

Проведём вычисления в формуле (6)

$$M = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 1,2 \cdot 10^2}{\pi} = 16 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Задача 2

Платформа, имеющая форму сплошного однородного диска, может вращаться по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси. На краю платформы стоит человек, масса которого в 3 раза меньше массы платформы. Определите, как и во сколько раз изменится угловая скорость вращения платформы, если человек перейдёт ближе к центру на расстояние, равное половине радиуса платформы.

Дано:	Решение:
$m_1 = \frac{m}{3}$	В системе человек–платформа сумма моментов сил тяжести и реакции опоры равна нулю.
$r_1 = \frac{R}{2}$	Тогда для решения задачи можно применить закон сохранения момента импульса:
$\frac{\omega_2}{\omega_1} = ?$	$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2, \quad (1)$
	отсюда

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{J_1}{J_2},$$

(2)

где

$$J_1 = \frac{mR^2}{2} + \frac{m}{3} R^2 = \frac{5}{6} mR^2,$$

(3)

$$J_2 = \frac{mR^2}{2} + \frac{m}{3} \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \frac{7}{12} mR^2.$$

(4)

J_1 – момент инерции системы человек–платформа в начальном состоянии,
 J_2 – в конечном состоянии.

Подставим выражения (3) и (4) в формулу (2) и получим:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{5mR^2 \cdot 12}{6 \cdot 7mR^2} = \frac{10}{7} = 1,43.$$

2.2.7. Элементы специальной теории относительности

1. Длина тела l и длительность события Δt в различных системах отсчета

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2};$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где l – длина тела в системе отсчета, относительно которой тело движется; l_0 – длина тела в системе отсчета, относительно которой тело покоится; $\beta = v/c$ – скорость тела, выраженная в долях скорости света в вакууме (c); Δt – длительность события, измеренная в системе отсчета, относительно которой тело движется; Δt_0 – длительность события, измеренная по часам, движущимся вместе с телом.

2. Релятивистский импульс частицы

$$p = mv = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

3. Полная энергия частицы

$$E = mc^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где $E = m_0c^2$ – энергия покоя частицы; m_0 – масса покоя частицы; E – полная энергия частицы; $E = E_0 + E_k$; E_k – кинетическая энергия свободной частицы.

4. Кинетическая энергия свободной частицы

$$E_k = E - E_0 = E_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

5. Связь между энергией и импульсом свободной частицы

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2,$$

или

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_k(E_k + 2E_0)}.$$

Примеры решения задач

Задача 1

Определить, какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы его скорость составила 90 % скорости света.

<p>Дано:</p> <p>$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг</p> <p>$q_p = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл</p> <p>$v = 0,9$ с</p> <hr/> <p>$U = ?$</p>	<p>Решение:</p> <p>Пройдя ускоряющую разность потенциалов U, протон приобретает кинетическую энергию</p> $E_k = eU. \quad (1)$ <p>Так как скорость частицы велика ($v = 0,9$ с), то кинетическую энергию частицы можно определить по релятивистской формуле</p>
---	---

$$E_k = m_p c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

(2)

Приравняв правые части выражений (1) и (2), получим:

$$U = \frac{m_p c^2}{e} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

(3)

Проведём вычисления, подставляя в формулу (3) числовые значения

$$U = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - 0,81}} - 1 \right] = 1,22 \cdot 10^9 = 1,22 \text{ ГВ}.$$

2.3. Задание на контрольную работу № 1

101. Материальная точка движется под действием силы согласно уравнению $X = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 1 \text{ м/с}^2$; $D = -0,2 \text{ м/с}^3$. Определить, в какой момент времени сила равна нулю.

102. Движение материальной точки задано уравнением $X = At + Bt^2$, где $A = 4 \text{ м/с}$; $B = -0,05 \text{ м/с}^2$. Определить момент времени, в который скорость точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент.

103. Прямолинейное движение материальной точки описывается уравнением $X = At + Bt^3$, где $A = 2,0 \text{ м/с}$; $B = 0,04 \text{ м/с}^3$. Определить величину средней скорости и среднего ускорения за первые 4 с движения.

104. Зависимость скорости тела от времени при прямолинейном движении дана уравнением $v = 0,3t^2$. Найти величину ускорения тела в момент времени 2 с и путь, пройденный телом за интервал времени от 0 до 2 с.

105. Прямолинейное движение двух материальных точек описывается уравнениями $X_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $X_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $A_1 = 20$ м; $B_1 = -2$ м/с; $C_1 = 4$ м/с²; $A_2 = 2$ м; $B_2 = 2$ м/с; $C_2 = 0,5$ м/с². В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми? Чему равны скорости и ускорения в этот момент времени?

106. Точка движется по окружности согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2$ рад; $B = 3$ рад/с; $C = 1$ рад/с³. Определить угол поворота, угловую скорость и угловое ускорение точки в момент времени 1 с.

107. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением 2 рад/с². Через 0,5 с после начала движения полное ускорение точек на ободе колеса стало равным 0,136 м/с². Найти радиус колеса.

108. Колесо автомобиля вращается равнозамедленно. За 2 минуты оно изменило частоту вращения от 240 до 60 мин⁻¹. Определить: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

109. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости 20 рад/с через 10 оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса.

110. По дуге окружности радиусом 10 м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки равно 4,9 м/с², вектор полного ускорения составляет в этот момент угол 60° с вектором нормального ускорения. Определить мгновенную скорость и тангенциальное ускорение точки в этот момент.

111. Автомобиль массой 1,5 т мчится по шоссе со скоростью 150 км/ч. Если отпустить педаль газа, то в течение 5 секунд его скорость снизится до

120 км/ч. Чему равна средняя сила сопротивления? Какую часть она составляет от веса автомобиля?

112. К нити подвешена гиря. Если поднимать эту гирю с ускорением 2 м/с^2 , то натяжение нити будет вдвое меньше того натяжения, при котором нить рвется. С каким ускорением надо поднимать эту гирю, чтобы нить не разорвалась?

113. Тело массой $0,5 \text{ кг}$ движется прямолинейно согласно уравнению $X = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 5 \text{ м/с}^2$; $D = 1 \text{ м/с}^3$. Найти величину силы, действующей на тело в конце первой секунды движения.

114. Масса автомобиля 2 т . Во время движения на автомобиль действует сила трения, равная $0,1$ его веса. Определить силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если он движется в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути.

115. Решить предыдущую задачу при условии, что автомобиль движется под гору с тем же ускорением.

116. Масса поезда равна 3000 т . Коэффициент трения равен $0,02$. Какова должна быть сила тяги локомотива, чтобы поезд набрал скорость 60 км/ч через 2 минуты после начала движения?

117. Два груза массами $0,5 \text{ кг}$ и $0,7 \text{ кг}$ связаны невесомой нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности. К первому грузу массой $0,5 \text{ кг}$ приложена горизонтально направленная сила в 6 Н . Пренебрегая трением, определить: 1) ускорение грузов; 2) силу натяжения нити.

118. Вагон массой 11 т движется со скоростью 18 км/ч . Какова должна быть сила торможения, чтобы остановить вагон на расстоянии 250 м ?

119. К нити подвешен груз массой $0,5 \text{ кг}$. Определить силу натяжения нити, если нить с грузом: 1) поднимать с ускорением 2 м/с^2 ; 2) опускать с ускорением 2 м/с^2 .

120. Тело массой $0,5 \text{ кг}$ движется так, что зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $S = A \sin \omega t$, где $A = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $\omega =$

π рад/с. Найти силу, действующую на тело через $1/6$ секунды после начала движения.

121. Какую работу совершает двигатель автомобиля массой $1,3$ т, трогаясь с места, на первых 75 м пути, если это расстояние автомобиль проходит за 10 с? Коэффициент трения шин о дорогу равен $0,05$.

122. Автомобиль массой 2 т движется в гору, уклон которой составляет 2 м на каждые 100 м. Определить: 1) работу, совершенную двигателем автомобиля на пути 5 км, если коэффициент трения равен $0,1$; 2) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 минут.

123. На горизонтальном участке пути длиной 3 км скорость автомобиля увеличилась от 36 км/ч до 72 км/ч. Масса автомобиля 3 т, коэффициент трения $0,01$. Чему равна работа, совершаемая двигателем автомобиля?

124. В пружинном ружье пружина сжата на 10 см. При взводе её сжали до 20 см. С какой скоростью вылетит из ружья стрела массой 30 г, если жесткость пружины 144 Н/м?

125. Две пружины жесткостью $3 \cdot 10^2$ Н/м и $5 \cdot 10^2$ Н/м соединены последовательно. Определить работу по растяжению обеих пружин, если вторая пружина растянута на 3 см.

126. Пружина жесткостью 10^4 Н/м сжата силой $2 \cdot 10^2$ Н. Определить работу внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину ещё на 1 см.

127. Две пружины жесткостью $0,5$ кН/м и 1 кН/м скреплены последовательно. Определить потенциальную энергию данной системы при действии внешней силы 10 Н.

128. Определить работу, которую совершат силы гравитационного поля Земли, если тело массой 1 кг упадет на поверхность Земли с высоты, равной радиусу Земли.

129. Найти значение второй космической скорости для Луны, то есть скорости, которую нужно сообщить телу, чтобы удалить его с поверхности

Луны за пределы гравитационного поля Луны (масса Луны $7,33 \cdot 10^{22}$ кг, радиус Луны $1,74 \cdot 10^6$ м).

130. Какова будет скорость ракеты на высоте, равной радиусу Земли, если ракета запущена с Земли с начальной скоростью 10 км/с? Сопротивление воздуха не учитывать.

131. Какую скорость приобретает ракета массой 0,6 кг, если продукты горения массой $1,5 \cdot 10^{-2}$ кг вылетают из ее сопла со скоростью 800 м/с?

132. Мальчик стоит на абсолютно гладком льду и бросает мяч массой 0,5 кг. С какой скоростью после броска начнет скользить мальчик, если горизонтальная составляющая скорости мяча равна 5 м/с, а масса мальчика равна 20 кг?

133. Вагон массой 3 т, движущийся по горизонтальному пути со скоростью 1,5 м/с, автоматически на ходу сцепляется с неподвижным вагоном массой 2 т. С какой скоростью движутся вагоны после сцепки?

134. Человек и тележка движутся навстречу друг другу. Масса тележки 32 кг, масса человека 64 кг. Скорость тележки 1,8 км/ч, скорость человека 5,4 км/ч. Человек прыгает на тележку. С какой скоростью и в каком направлении будет двигаться тележка с человеком?

135. Снаряд массой 20 кг, летящий горизонтально со скоростью 500 м/с, попадает в платформу с песком массой 10 т, движущуюся со скоростью 36 км/ч навстречу снаряду, и застревает в песке. Определить скорость, которую получит платформа.

136. С тележки, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью 3 м/с, в сторону, противоположную ее движению, прыгает человек, после чего скорость тележки изменилась и стала равной 4 м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки 210 кг, масса человека 70 кг.

137. Человек, находящийся в лодке, переходит с носа на корму. На какое расстояние переместится лодка длиной 3 м, если масса человека 60 кг, масса лодки 120 кг? Сопротивление воды не учитывать.

138. При горизонтальном полете со скоростью 300 м/с снаряд массой 9 кг разорвался на две части. Большая часть массой 7 кг получила скорость 450 м/с в направлении полёта снаряда. Определить величину и направление скорости меньшей части снаряда.

139. С судна массой 750 т произведён выстрел из пушки в сторону, противоположную его движению, под углом 60° к горизонту. На сколько изменилась скорость судна, если снаряд массой 30 кг вылетел со скоростью 1 км/с относительно судна?

140. Ракета, масса которой вместе с зарядом равна 250 г, взлетает вертикально вверх и достигает высоты 150 м. Определить скорость истечения газов из ракеты, считая, что сгорание заряда происходит мгновенно. Масса заряда равна 50 г.

141. Теннисный мяч, летящий со скоростью 10 м/с, отброшен ударом ракетки в противоположном направлении со скоростью 8 м/с. При этом его кинетическая энергия изменилась на 5 Дж. Найти изменение импульса мяча.

142. Движущийся шар массой 5 кг ударяется о неподвижный шар массой 0,5 кг. Кинетическая энергия обоих шаров непосредственно после удара равна 6 Дж. Определить кинетическую энергию первого шара до удара. Удар считать центральным, неупругим.

143. В деревянный шар массой 5 кг, подвешенный на нити, попадает горизонтально летящая пуля массой 5 г и застревает в нём. Найти скорость пули, если шар с застрявшей в нем пулей поднялся на высоту 10 см.

144. Два шара массами 2 кг и 3 кг, движущиеся по одной прямой навстречу друг другу со скоростями 8 м/с и 4 м/с, соответственно, неупруго сталкиваются и движутся после удара совместно. Определить работу деформации шаров после удара.

145. Шар массой 1,8 кг упруго сталкивается с покоящимся шаром большей массы. В результате прямого центрального упругого удара шар потерял 36 % своей кинетической энергии. Определить массу покоящегося шара.

146. Молотком, масса которого 1 кг, забивают в стену гвоздь массой 75 г. Определить КПД удара.

147. По небольшому куску металла, лежащему на наковальне, масса которой 300 кг, ударяет молот массой 8 кг. Определить КПД удара, считая удар неупругим. Полезной энергией считать энергию, затраченную на деформацию металла.

148. Из орудия массой 5 т вылетает снаряд массой 100 кг. Кинетическая энергия снаряда при вылете $7,5 \cdot 10^6$ Дж. Какую кинетическую энергию получает орудие вследствие отдачи?

149. Движущееся тело ударяется о неподвижное тело. Удар считать упругим и центральным. Чему должно равняться отношение масс тел, чтобы при ударе скорость первого тела уменьшилась в 1,5 раза?

150. Тело массой 990 г лежит на горизонтальной поверхности. В него попадает пуля массой 10 г и застревает в нем. Скорость пули направлена горизонтально и равна 700 м/с. Какой путь пройдет тело до остановки, если коэффициент трения между телом и поверхностью равен 0,05?

151. Два различных груза подвешены на невесомой нити, перекинутой через блок радиусом 0,4 м, момент инерции которого равен $0,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Блок вращается с постоянным угловым ускорением $2,5 \text{ рад/с}^2$, причем момент сил трения равен $4 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Найти разность натяжений нити с обеих сторон блока.

152. Стержень массой 6 кг и длиной 40 см вращается вокруг оси, проходящей через его середину, перпендикулярно длине стержня. Угол поворота стержня изменяется во времени по закону $\varphi = 6 + 4t - t^2 + 3t^3$. Определить вращающий момент, действующий на стержень через 2 с после начала вращения.

153. Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило за 1 минуту частоту вращения от 300 до 180 об/мин. Момент инерции колеса равен $2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Найти: 1) угловое ускорение колеса; 2) тормозящий момент;

3) работу сил торможения; 4) число оборотов, сделанных колесом за эту минуту.

154. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость 63 рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения один маховик остановился через одну минуту, а второй сделал до полной остановки 360 оборотов. У какого маховика тормозящий момент больше и во сколько раз?

155. На барабан диаметром $0,8 \text{ м}$ намотан трос с закрепленным на конце грузом массой 3 кг . Вращаясь равноускоренно под действием силы натяжения троса, барабан за 4 секунды приобрел угловую скорость 16 рад/с . Определить момент инерции барабана.

156. К ободу диска радиусом $0,2 \text{ м}$ приложена постоянная касательная сила $98,1 \text{ Н}$. При вращении на диск действует момент сил трения, равный $0,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением 100 рад/с^2 .

157. Маховик в виде диска радиусом 40 см и массой 20 кг вращается с частотой 60 об/с . Определить угловое ускорение и частоту вращения маховика через $3,14$ секунды после того, как к ободу маховика с силой 1 кН была прижата тормозная колодка, коэффициент трения которой о диск равен $0,4$.

158. Шар массой 10 кг и радиусом 20 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Угол поворота изменяется во времени по закону $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где $A = 5 \text{ рад}$; $B = 4 \text{ рад/с}^2$; $C = -1 \text{ рад/с}^3$. Определить величину момента сил, приложенных к шару в момент времени 2 с .

159. Однородный диск массой 5 кг и радиусом $0,2 \text{ м}$ вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени задана уравнением $\omega = A + Bt$, где $B = 8 \text{ рад/с}^2$. Найти величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.

160. Маховик массой 10 кг и радиусом 0,2 м соединен с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно 14,7 Н. Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через 10 секунд после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.

161. Стержень длиной 1,2 м и массой 1 кг закреплен на вертикальной оси, проходящей через его центр перпендикулярно длине стержня. В конец стержня попадает пуля массой 8 г, летящая горизонтально со скоростью 100 м/с, и застревает в стержне. С какой угловой скоростью начнет вращаться стержень?

162. На скамье Жуковского стоит человек и держит в вытянутых руках гантели массой 6 кг каждая. Длина руки человека 60 см. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью 4 рад/с. С какой угловой скоростью будет вращаться скамья с человеком, если он опустит руки с гантелями вниз вдоль оси вращения? Суммарный момент инерции человека и скамьи $5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Гантели считать материальными точками.

163. На краю горизонтальной платформы стоит человек массой 80 кг. Платформа представляет собой круглый однородный диск массой 160 кг, вращающийся вокруг вертикальной оси, проходящей через её центр, с частотой 6 об/мин. Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек перейдет от края платформы к её центру? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

164. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью 4 рад/с. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи $5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Длина стержня 1,8 м, его масса 6 кг. Считать, что центр тяжести стержня с человеком находится на оси вращения скамьи.

165. Цилиндрический вал вращается вокруг оси, проходящей через центры оснований, с частотой 6 об/с. Диаметр вала 0,6 м, масса 200 кг. Определить, какое количество теплоты выделилось при трении, если из-за этого частота вращения уменьшилась в 2 раза.

166. К ободу диска массой 5 кг приложена постоянная касательная сила 2Н. Какую кинетическую энергию будет иметь диск через 5 секунд после начала действия силы?

167. Маховик вращается по закону, который задан уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где φ – угол поворота, $A = 2$ рад, $B = 32$ рад/с, а $C = -4$ рад/с². Найти среднюю мощность, развиваемую силами, действующими на маховик при его вращении, до остановки. Момент инерции маховика $100 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

168. Кинетическая энергия вращающегося маховика равна 1 кДж. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав 80 оборотов, остановился. Определить момент сил торможения.

169. С наклонной плоскости скатывается без скольжения диск. Высота наклонной плоскости 5 м. Найти скорость центра тяжести диска у основания наклонной плоскости, если его начальная скорость равна нулю.

170. Обруч и сплошной цилиндр, имеющие одинаковую массу 2 кг, катятся без скольжения с одинаковой скоростью 5 м/с. Во сколько раз кинетическая энергия обруча больше, чем у сплошного цилиндра?

171. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью $v = 0,6c$ (c – скорость света в вакууме). Во сколько раз замедляется течение времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

172. При какой относительной скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25 %?

173. Мюоны, рождаясь в верхних слоях атмосферы, при скорости $0,995c$ (c – скорость света в вакууме) пролетают до распада путь в 6 км. Определить: 1) собственную длину пути, пройденную ими до распада; 2)

время жизни мюона для наблюдателя на Земле; 3) собственное время жизни мюона.

174. Синхрофазотрон дает пучок протонов, кинетическая энергия которых равна 10^4 МэВ. Какую долю скорости света составляет скорость протонов в этом пучке?

175. Найти скорость релятивистской частицы, если ее полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

176. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличится в 4 раза?

177. Протон влетает со скоростью $v = 0,9c$ (c – скорость света в вакууме) в тормозящее электрическое поле. Какую разность потенциалов он сможет преодолеть?

178. На сколько процентов изменится продольный размер протона после прохождения им ускоряющей разности потенциалов 1 МВ?

179. Частица движется со скоростью $v = 0,5c$ (где c – скорость света в вакууме). Какую долю полной энергии составляет кинетическая энергия частицы?

180. Импульс релятивистской частицы равен m_0c (m_0 – масса покоя частицы, c – скорость света в вакууме). Под действием внешних сил импульс частицы увеличился в 2 раза. Во сколько раз при этом увеличилась кинетическая энергия