

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ СРЕДСТВАМИ MATHCAD

Цель лабораторной работы – ознакомиться с методами создания графиков в среде пакета MathCAD.

В пакет MathCAD встроено несколько различных типов графиков, которые можно разбить на две большие группы.

Двумерные графики:

- XY (декартовый) график (XY Plot);
- полярный график (Polar Plot).

Трёхмерные графики:

- график трёхмерной поверхности (Surface Plot);
- график линий уровня (Contour Plot);
- трёхмерная гистограмма (3D Bar Plot);
- трёхмерное множество точек (3D Scatter Plot);
- векторное поле (Vector Field Plot).

Все графики создаются совершенно одинаково, с помощью панели инструментов Graph (График), различия обусловлены отображаемыми данными.

Построение графиков в декартовой системе координат возможно следующим способом.

Вначале необходимо ранжировать аргумент, указав диапазон его изменения и шаг. Это выполняется по правилам, рассмотренным для ранжирования переменных в предыдущей лабораторной работе. Затем надо задать соответствующие функции и ввести шаблон **X-Y Plot** с помощью меню. Появится шаблон графика с заданной функцией. В средние шаблоны данных нужно поместить имя переменной и имена функций. Если строятся графики нескольких функций в одном шаблоне, то для их разделения следует использовать запятые. Крайние шаблоны данных служат для указания предельных значений абсцисс и ординат, т.е. они задают масштаб графика. Если оставить эти шаблоны незаполненными, то масштабы по осям графика будут устанавливаться автоматически.

Чтобы произошло построение графика в автоматическом режиме вычислений, достаточно вывести курсор за пределы графика или нажать клавишу F9. Пример построения графиков показан на рис. 6.

$$x \text{ -- } 10 \text{ -- } 9.99 \text{ -- } 10 \quad f(x) = \sin(x)^3 \quad f1(x) = \frac{x^3}{1562} \quad f2(x) = e^x$$

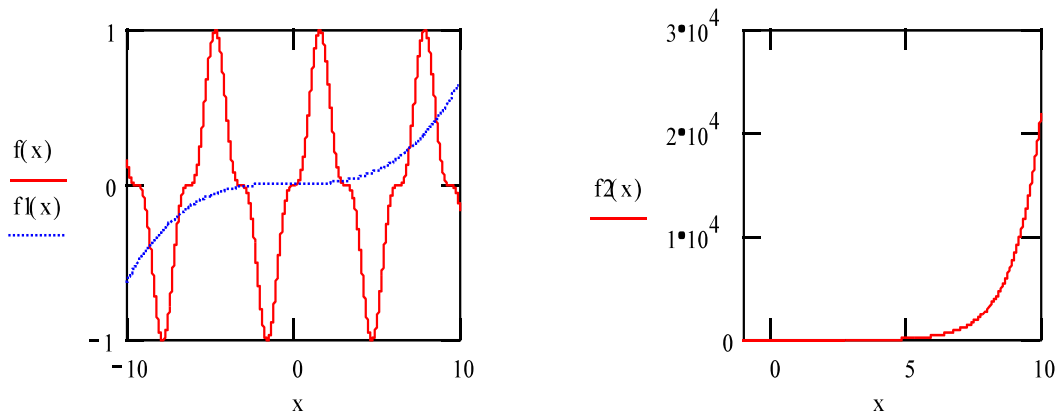


Рис. 6

Построение графиков в полярной системе координат производится углом W и модулем радиус-вектора $R(W)$. График функции строится в виде линии, которую описывает конец радиус-вектора при изменении угла W в определенных пределах, чаще всего от 0 до 2π . Опция **Polar Plot** выводит шаблон таких графиков в форме окружности с шаблонами данных. Возможно построение в одном шаблоне двух или нескольких графиков. На рис. 7 показан пример построения графика в полярной системе координат.

Возможно построение графика в полярной системе координат с использованием шаблона обычного графика в прямоугольной системе координат. Для этого нужно по оси X установить $R(W) \cdot \cos(W)$, а по оси Y — $R(W) \cdot \sin(W)$.

$$W \text{ -- } 0 \text{ -- } 0.001 \text{ -- } 2\pi \quad R1(W) = \sin(3W) \quad R2(W) = 1.3\cos(5W)$$

$$Rmin = 0 \quad Rmax = 1.3$$

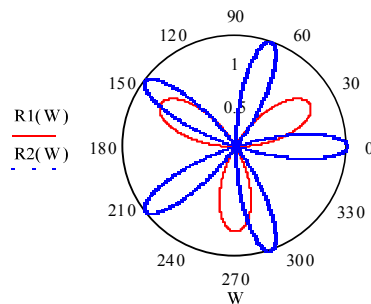


Рис. 7

Для построения графика поверхности можно воспользоваться двумя способами:

1. Если вам надо только посмотреть общий вид поверхности, то MathCAD предоставляет возможность быстрого построения подобных графиков. Для этого достаточно определить функцию $f(x,y)$ и выполнить команду **Insert** → **Graph** → **Surface Plot** или нажать соответствующую кнопку наборной панели **Graph** (сочетание клавиш [Ctrl+7]). В появившейся графической области под осями на месте шаблона для ввода надо указать имя (без аргументов) функции. MathCAD автоматически построит график поверхности. Независимые переменные x и y принимают значения из промежутка $[-5,5]$. График приведен на рис. 8.

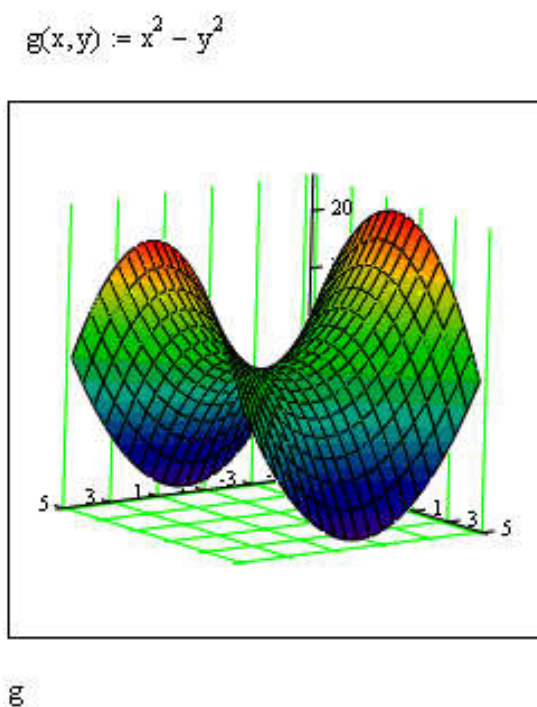


Рис. 8

При необходимости этот промежуток может быть уменьшен или увеличен. Для этого необходимо выделить график и воспользоваться командой **Format** → **Graph** → **3D Plot** или щелкнуть ПРАВОЙ кнопкой мыши по выделенному графику и в контекстном меню выбрать команду **Format**. В появившемся окне **3-D Plot Format** на вкладке **QuickPlot Data** (рис. 9) можно установить другие параметры изменения независимых переменных x и y .

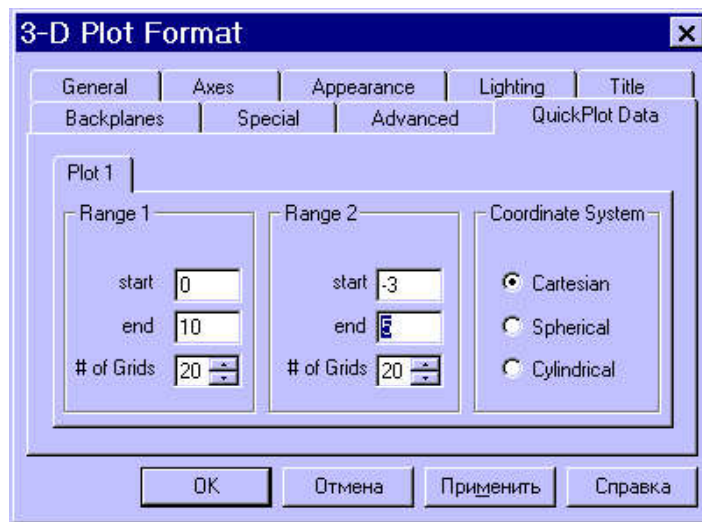


Рис. 9

Для построения графика поверхности в определенной области изменения независимых переменных или с конкретным шагом их изменения необходимо сначала задать узловые точки x_i и y_j , в которых будут определяться значения функции. После (а можно и до) этого надо определить функцию $f(x,y)$, график которой хотите построить. После этого необходимо сформировать матрицу значений функции в виде $A_{i,j} = f(x_i, y_j)$.

Теперь после выполнения команды **Insert** → **Graph** → **Surface Plot** в появившейся графической области достаточно ввести имя матрицы (без индексов):

$$\begin{aligned}
 N &:= 30 & i &:= 0..N & j &:= 0..N \\
 \phi_i &:= 3 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N} & \psi_j &:= 2 \cdot \pi \cdot \frac{j}{N} \\
 R(\phi) &:= 8 \cdot e^{\frac{-\phi}{5}} & r(\phi) &:= 4 \cdot e^{\frac{-\phi}{5}} \\
 x_{i,j} &:= \left(R(\phi_i) + r(\phi_i) \cdot \cos(\psi_j) \right) \cdot \cos(\phi_i) \\
 y_{i,j} &:= \left(R(\phi_i) + r(\phi_i) \cdot \cos(\psi_j) \right) \cdot \sin(\phi_i) \\
 z_{i,j} &:= r(\phi_i) \cdot \sin(\psi_j)
 \end{aligned}$$

В итоге получим график, изображенный на рис. 10.

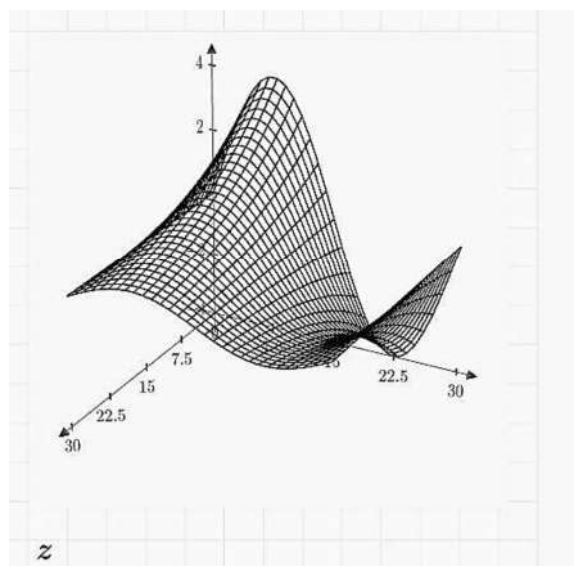
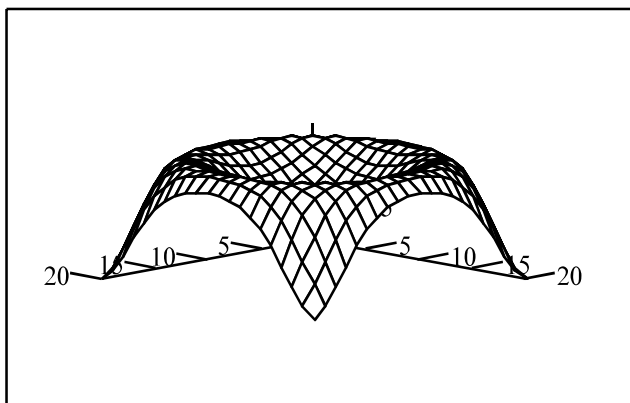


Рис. 10

-

$$N = 20 \quad i = 0 : N \quad j = 0 : N \quad x_i = -1.5 + 0.15i \quad y_j = -1.5 + 0.15j$$

$$f(x, y) = \sin(x^2 + y^2) \quad M_{i,j} = f(x_i, y_j)$$



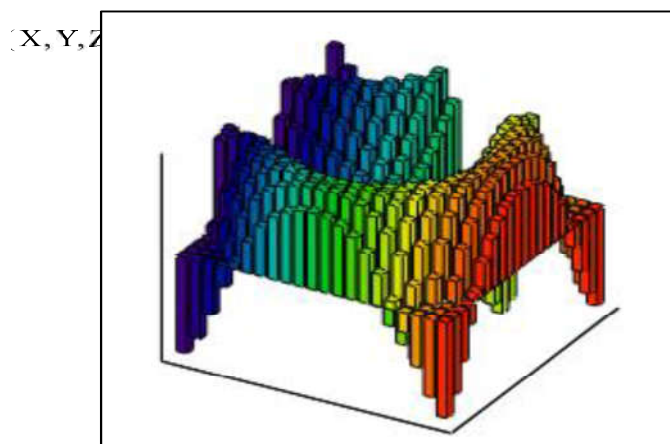
M

Рис. 11

2. Построение трехмерного графика в виде гистограммы, представляющей собой трехмерные столбики, высота которых определяется значениями координаты $Z(x,y)$. Подобные графики широко применяются при представлении сложных статистических данных, например представленных тремя независимыми переменными. Пример построения такой гистограммы показан на рис. 12.

$$f(x,y) := -\sin|x^2 \cdot y| \quad x := 0..15 \quad y := 0..15$$

$$M_{x,y} := \left[\frac{(x-10)}{5}, \frac{(y-10)}{5} \right]$$



М

Рис. 12

Порядок выполнения работы

1. Построить график функции в декартовой системе координат. Установить размеры графика не менее 100×100 мм. Установить опции «Формат \rightarrow трассировка», устанавливающие цвет линии – зеленый, линия – пунктирная, толщина – 3.

Таблица 6

| Вариант | Задание | Вариант | Задание |
|---------|----------------------|---------|--------------------------------|
| 1. | $y = x^2 + x - 2 $ | 6. | $y = (x-1)(2- x)$ |
| 2. | $y = (1-x) x+1 $ | 7. | $y = \frac{x^3 + x}{ x }$ |
| 3. | $y = x^2 - 2 x + 1$ | 8. | $y = \frac{x^3 - x^2}{2 x-1 }$ |
| 4. | $y = x^2 + x $ | 9. | $y = (x-1) x-2 $ |
| 5. | $y = (1+ x)(2- x)$ | 10. | $y = x^4 - 2x^2 + 2$ |

2. Построить график, на котором отражены два периода функции. Установить размеры графика не менее 150×100 мм. Установить

опции «Формат → трассировка», устанавливающие цвет линии – синий, линия – штриховая, толщина – 4. Указать значение периода функции.

Таблица 7

| Вариант | Задание | Вариант | Задание |
|---------|--|---------|---|
| 1. | $y = 4 \left(\cos^4 \frac{x}{2} + \sin^4 \frac{x}{2} \right)$ | 6. | $y = \sin x + \sin x $ |
| 2. | $y = \cos x + \sin x$ | 7. | $y = \sin x + \sin x $ |
| 3. | $y = \tan x \cdot \cos x$ | 8. | $y = \frac{\cos 2x}{2}$ |
| 4. | $y = \cot x \cdot \sin x $ | 9. | $y = \frac{\sin^2 x - 2 \sin x}{x^2 + 1}$ |
| 5. | $y = \cot x \cdot \sec x$ | 10. | $y = 2 \sin x \cos x $ |

3. Построить график функции. Модифицировать график, изменив его масштаб, включить координатную сетку, обозначить оси координат. Сохранить все варианты построенных графиков.

1. $y = -|x|$ при x , изменяющемся в диапазоне от -100 до $+100$;

2. $y = |x| + |x-1| + |x+1|$ при x , изменяющемся в диапазоне от -15 до $+15$;

3. $y = |x^2 + x - 2|$ при x , изменяющемся в диапазоне от -25 до $+25$;

4. $y = (1-x)|x+1|$ при x , изменяющемся в диапазоне от -10 до $+10$;

5. $y = x^3 - 3x$ при x , изменяющемся в диапазоне от -5 до $+5$;

6. $y = x^3 - 3x^2 + 2$ при x , изменяющемся в диапазоне от -5 до $+5$;

7. $y = 4 \left(\cos^4 \frac{x}{2} + \sin^4 \frac{x}{2} \right)$ при x , изменяющемся в диапазоне от -2π до $+2\pi$;

8. $y = \cos x + \sin x$ при x , изменяющемся в диапазоне от -2π до $+2\pi$;

9. $y = \sqrt[3]{x}$ при x , изменяющемся в диапазоне от -30 до $+30$;

10. $y = x^{\frac{2}{3}}$ при x , изменяющемся в диапазоне от -30 до $+30$.

4. Построить в одной системе координат графики двух функций, обеспечив визуальную возможность их идентификации.

1. $y = \cos x + \sin x$, $z = |\cos x|$ при x от -2π до 2π ;

2. $y = |\sin x| + \sin|x|$, $z = 2\sin x |\cos x|$ и x от -2π до 2π ;

3. $y = |\sin x| + \sin x$, $z = |\sin x|$ при x от -2π до 2π ;

4. $y = x \sin x$, $z = \sin x^2$ при x от $-\pi$ до π ;

5. $y = \frac{1}{3 + 2\cos x}$, $z = \frac{1 + \cos x}{3 - \sin x}$ при x от -2π до 2π ;

6. $y = |\arcsin x|$, $z = x - \arcsin x$ при x от $-\pi$ до π ;

7. $y = |\operatorname{arctg} x|$, $z = \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ при x от $-\pi$ до π ;

8. $y = \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$, $z = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ при x от $-\pi$ до π ;

9. $y = \arcsin |\sin x|$, $z = \arccos(\cos x)$ при x от $-\pi$ до π ;

10. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$, $z = \arccos x^2$ при x от $-\pi$ до π .

5. Построить график в полярной системе координат.

1. $R(\varphi) = 8 + 2,8 \cos(\varphi)$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 2\pi$;

2. $R(\varphi) = \frac{0,09(\varphi^3 + 1)^{\frac{2}{3}}}{\varphi^2 + 2}$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 20\pi$;

3. $R(\varphi) = \cos(2\varphi) + \sqrt{\cos^2(2\varphi)} + 1,3$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 2\pi$;

4. $R(\varphi) = 2|\varphi|$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 20\pi$;

5. $R(\varphi) = \sqrt{\cos(2\varphi)^2}$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 2\pi$;

6. $R(\varphi) = 1,8 + 1,6 \cos(\varphi)$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 2\pi$;

7. $R(\varphi) = \cos(2\varphi) + \sqrt{\cos^2(2\varphi)} + 4,5$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 2\pi$;

8. $R(\varphi) = 3e^{0,1\varphi}$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 20\pi$;

9. $R(\varphi) = \cos(2\varphi) + \sqrt{\cos^2(2\varphi)} - 0,01$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 2\pi$;

10. $R(\varphi) = -9 + 3,6 \cos(\varphi)$ для φ изменяющегося в диапазоне $0 \div 2\pi$.

6. Построить график функции $Y(x)$ и исследовать ее поведение в окрестностях точки X_0 путем построения еще одного крупномасштабного графика в окрестностях этой точки.

1. $Y(x) = 3x^3 - 1,8x + 5,8$ $X_0 = 0$;

2. $Y(x) = x^3 - 3x$ $X_0 = 0$;

3. $Y(x) = x^2 - x^3$ $X_0 = 0$;

4. $Y(x) = 2,5x^3 + 3,8x + 1$ $X_0 = 0,5$;

5. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ $X_0 = 0$;

6. $Y(x) = 2x^3 - 4,5x + 3,8$ $X_0 = 0$;

7. $Y(x) = 2x^4 - 2x^2 + 2$ $X_0 = 1$

8. $Y(x) = 2x^3 - 4,5x + 3,8$ $X_0 = 0$

9. $Y(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ $X_0 = 1$

10. $Y(x) = 2,1x^3 - 3,1x + 1,1$ $X_0 = 0$

Построить график поверхности, заданной 900 точками. Поверхность описывается выражением $f(x, y) = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3}$. Изменить опции, влияющие на вид графика.

8. Построить трехмерную гистограмму по 225 точкам. Функция описывается выражением $f(x, y) = \cos(x^3 \cdot 2y)$.

9. Оформите протокол лабораторной работы средствами MathCAD.

Содержание отчета

1. Титульный лист.
2. Решение всех задач с комментариями.

Контрольные вопросы

1. Назовите порядок построения графика в декартовых системах координат.
2. Назовите порядок построения графика в полярной системе координат.
3. Каким образом можно управлять видом графика, выполняемого в декартовой системе координат?
4. Чем определяется количество точек, по которым строится график?