

ЗАДАНИЕ №2.

РАСЧЕТ ВАЛА НА ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ

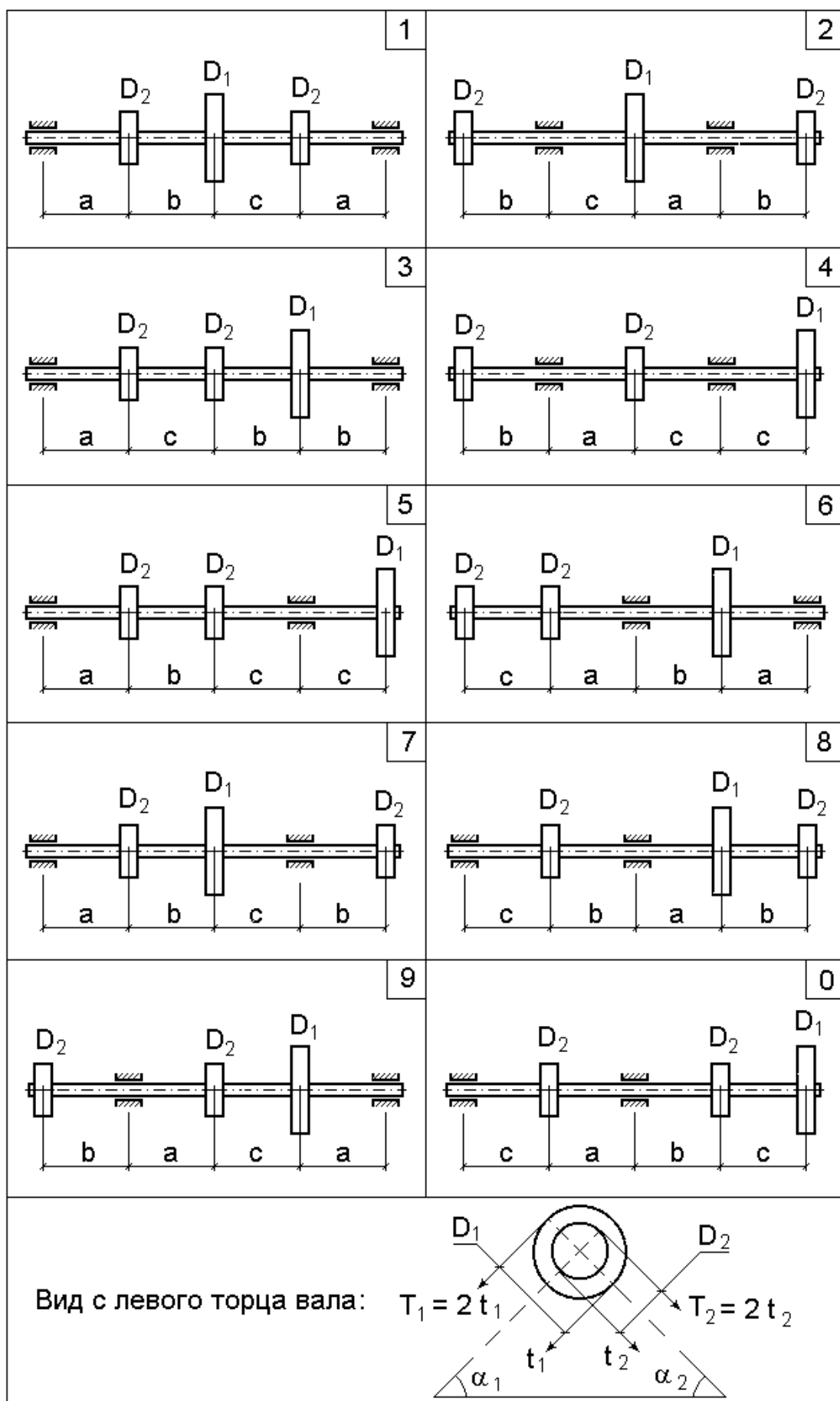
Шкив с диаметром D_1 и с углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 делает n оборотов в минуту и передает мощность N кВт. Два других шкива имеют одинаковые диаметры D_2 и углы наклона ветвей ремней к горизонту α_2 ; каждый из этих шкивов передает мощность $N/2$.

1. Определить внешние скручивающие моменты, приложенные к шкивам, и соответствующие окружные усилия в ремнях шкивов.
2. Построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$.
3. Получить эпюры изгибающих моментов от вертикальных сил $M_{ив}$, от горизонтальных сил $M_{нг}$ и эпюру суммарных изгибающих моментов M_{Σ} .
4. Подобрать диаметр сплошного вала по третьей теории прочности, приняв допускаемое напряжение $[\sigma]=70$ МПа.
5. УИРС: Подобрать диаметр трубчатого вала, приняв соотношение внутреннего и наружного диаметров равным 0,9; определить экономию металла при замене сплошного вала трубчатым.

Численные данные к расчету вала определяются по 1-й цифре шифра из следующей таблицы:

Группа	1-я цифра шифра	N кВт	n об/мин	α_1°	α_2°	D_1 м	D_2 м	a м	b м	c м
31	0	10	100	0	30	1.2	0.8	0.2	0.2	0.2
	1	20	200	30	30	1.3	0.9	0.2	0.2	0.3
	2	30	300	45	30	1.4	1.0	0.2	0.3	0.3
	3	40	400	60	90	1.5	1.1	0.3	0.3	0.2
32	0	50	500	0	45	1.0	0.8	0.3	0.2	0.3
	1	60	600	30	45	1.1	0.9	0.3	0.3	0.2

	2	70	700	45	45	1.2	1.0	0.2	0.3	0.2
	3	80	800	45	90	1.3	1.1	0.3	0.3	0.3
33	0	90	900	0	60	1.2	0.9	0.4	0.2	0.2
	1	100	1000	30	60	1.3	1.0	0.2	0.4	0.2
	2	80	900	45	60	1.4	1.1	0.2	0.2	0.4
	3	70	800	30	90	1.5	1.2	0.4	0.2	0.4
34	0	60	700	0	90	1.1	0.9	0.2	0.3	0.4
	1	50	600	60	60	1.3	1.0	0.4	0.3	0.2
	2	40	500	60	45	1.2	1.1	0.2	0.4	0.3
	3	30	400	60	30	1.4	1.2	0.3	0.4	0.2



Расчетная схема вала принимается по 2-й цифре шифра:

7.4. Методические указания к расчету вала на изгиб с кручением

1. Определить моменты, приложенные к шкивам, пользуясь формулой

$$M = 9,55 \frac{N}{n} \text{ кНм}, \quad (7.4.1)$$

где N – мощность, кВт;

n – число оборотов в мин.

2. Построить эпюру крутящих моментов M_k

3. Вычислить по найденным моментам и заданным диаметрам шкивов их окружные усилия t_1, t_2, T_1, T_2 . Подсчитать силы давления шкивов на вал, их вертикальные и горизонтальные составляющие.

4. Составить расчетные схемы вала при изгибе в вертикальной и горизонтальной плоскостях, считая подшипник А шарнирной подвижной опорой, а В – шарнирной неподвижной.

5. Найти вертикальные и горизонтальные реакции подшипников. Проверить и указать на схемах найденные значения реакций.

6. Построить эпюры изгибающих моментов M_B в вертикальной плоскости и M_T – в горизонтальной.

7. Получить значения суммарных изгибающих моментов в поперечных сечениях вала по центрам шкивов и подшипников с помощью формулы

$$M_{из} = \sqrt{M_B^2 + M_T^2} \quad (7.4.2)$$

Отметить, что на концах вала $M_{из} = 0$.

8. Вычертить эпюру суммарных изгибающих моментов, совместив плоскости их действия в различных поперечных сечениях с плоскостью

чертежа. Учесть, что такая эпюра на некоторых участках вала не будет прямолинейной.

9. При помощи эпюр M_k и $M_{из}$ выявить опасное сечение и установить величину максимального расчетного момента по третьей теории прочности с помощью формулы

$$M_p = \sqrt{M_{из}^2 + M_k^2} \quad (7.4.3)$$

10. Вычислить диаметр вала сплошного кругового поперечного сечения по формуле

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_p}{\pi [\sigma]}} \quad (7.4.4)$$

и подобрать по найденной величине окончательное значение диаметра вала d из следующего ряда:

30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.

11. Вычислить диаметр вала кольцевого поперечного сечения по формуле

$$d_H \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_p}{\pi [\sigma] (1 - \alpha^4)}},$$

где $\alpha = \frac{d_B}{d_H}$ – отношение внутреннего и наружного диаметров кольцевого поперечного сечения.

7.5. Пример расчета вала на изгиб с кручением

Горизонтальный стальной вал с тремя жестко закрепленными на нем шкивами вращается в подшипниках А и В со скоростью n об/мин посредством приводного ремня, который идет под углом α_1 горизонту и передает на шкив с диаметром D_1 мощность N кВт. Два других шкива

передают мощность 0,5N кВт каждый с вала на исполнительные механизмы через их ремни, имеющие один и тот же угол наклона к горизонту α_2 (рис. 20).

Требуется подобрать диаметр вала сплошного круглого поперечного сечения по результатам его расчета на изгиб с кручением при допускаемом напряжении $[\sigma] = 80$ МПа.

Выявить экономию материала от замены сплошного круглого поперечного сечения на кольцевое с отношением внутреннего диаметра к наружному $\alpha = 0,8$ по всей длине вала.

Дано: $N = 40$ кВт, $n = 500$ об/мин,

$$\alpha_1 = 60^\circ, \quad \alpha_2 = 45^\circ,$$

$$D_1 = 1,2 \text{ м}, \quad D_2 = 1,1 \text{ м},$$

$$a = 0,2 \text{ м}, \quad b = 0,4 \text{ м}, \quad c = 0,3 \text{ м}.$$

1. Моменты, приложенные к шкивам

$$M_1 = 9,55 \frac{N}{n} = 9,55 \frac{40}{500} = 0,764 \text{ кНм},$$

$$M_2 = 9,55 \frac{N}{2n} = 9,55 \frac{40}{2 \cdot 500} = 0,382 \text{ кНм},$$

2. Крутящие моменты в поперечных сечениях вала

I участок $0 < Z < a$

$$M_K = M_2 = 0,382 \text{ кНм}$$

II участок $a \leq Z \leq 2a + b$

$$M_K = M_2 - M_1 = 0,382 - 0,764 = -0,382 \text{ кНм}$$

Эпюра M_K показана на рис. 21.

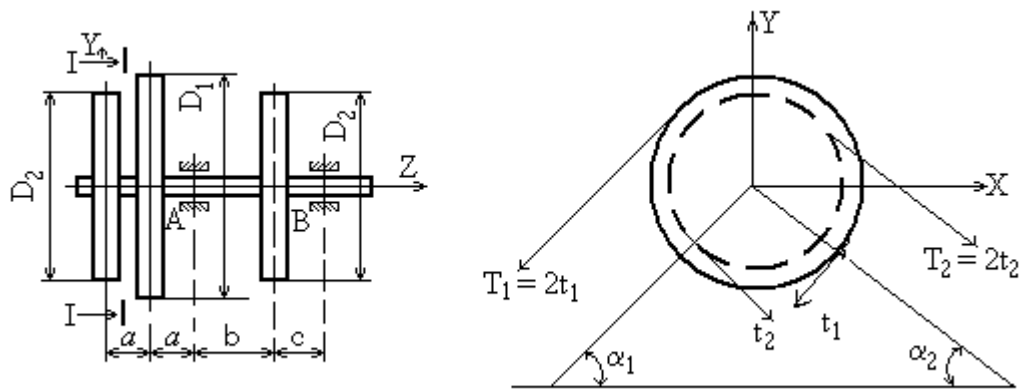
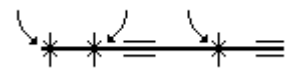


СХЕМА ВАЛА ПРИ КРУЧЕНИИ

Рис. 20



ЭПЮРА M_k [кНм]

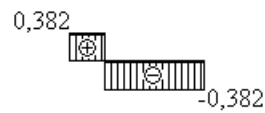


Рис. 21

3. Силы давления шкивов на вал

$$T_1 \frac{D_1}{2} - t_1 \cdot \frac{D_1}{2} = M_1; \quad (2t_1 - t_1) \frac{D_1}{2} = M_1,$$

$$t_1 = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 0,764}{1,2} = 1,273 \text{ кН},$$

$$T_1 = 2 \cdot 1,273 = 2,546 \text{ кН},$$

$$t_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0,382}{1,1} = 0,695 \text{ кН},$$

$$T_2 = 2t_2 = 2 \cdot 0,695 = 1,389 \text{ кН}.$$

Сила давления большого шкива на вал

$$P_1 = T_1 + t_1 = 2,546 + 1,273 = 3,819 \approx 3,82 \text{ кН.}$$

Сила давления малых шкивов на вал

$$P_2 = T_2 + t_2 = 1,389 + 0,695 = 2,084 \text{ кН} \approx 2,08 \text{ кН.}$$

Вертикальные составляющие сил давления шкивов

$$P_{1B} = P_1 \cdot \sin \alpha_1 = 3,82 \cdot 0,866 = 3,3 \text{ кН (вниз),}$$

$$P_{2B} = P_2 \cdot \sin \alpha_2 = 2,08 \cdot 0,707 = 1,473 \text{ кН (вниз).}$$

Горизонтальные составляющие сил давления шкивов

$$P_{1r} = P_1 \cdot \cos \alpha_1 = 3,82 \cdot 0,5 = 1,91 \text{ кН (влево),}$$

$$P_{2r} = P_2 \cdot \cos \alpha_2 = 2,08 \cdot 0,707 = 1,473 \text{ кН (вправо).}$$

4. Расчетная схема вала при изгибе показана на рис. 22а и 22в.

5. Реакции подшипников

В вертикальной плоскости

$$\Sigma M_{Aj} = 0; \quad -R_{Bb} \cdot 0,7 - 1,47 \cdot 0,4 + 3,31 \cdot 0,2 + 1,47 \cdot 0,4 = 0$$

$$R_{Bb} = 3,31 \frac{0,2}{0,7} = 0,95 \text{ кН.}$$

$$\Sigma M_{Bi} = 0;$$

$$-R_{Ab} \cdot 0,7 + 1,47 \cdot 0,3 + 3,31 \cdot 0,9 + 1,47 \cdot 1,1 = 0$$

$$R_{Ab} = 1,47 \frac{0,3}{0,7} + 3,31 \frac{0,9}{0,7} + 1,47 \frac{1,1}{0,7} = 0,63 + 4,26 + 2,31 = 7,20 \text{ кН}$$

СХЕМА ВАЛА ПРИ ИЗГИБЕ В
ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

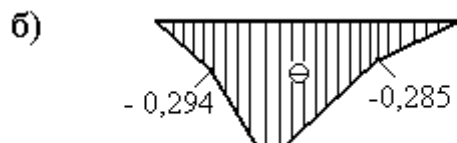
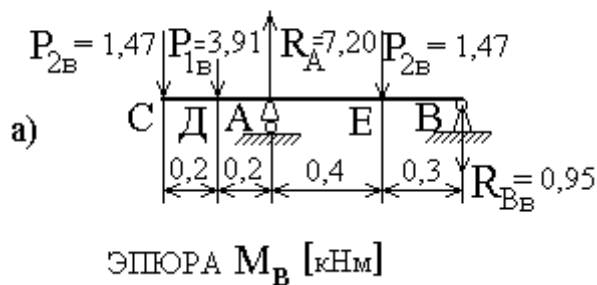
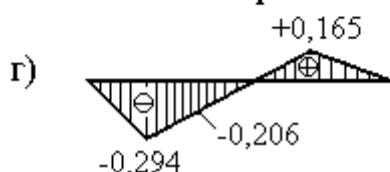
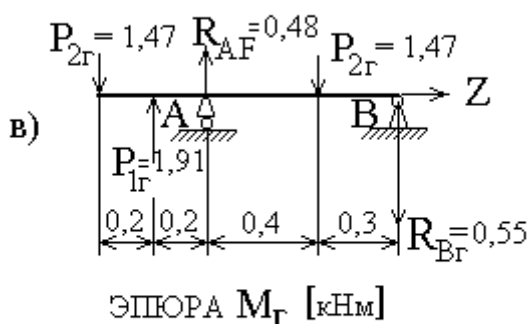


СХЕМА ВАЛА ПРИ ИЗГИБЕ В
ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ



Проверка:

$$\Sigma Y = 0; 7,20 - 1,47 - 3,31 - 1,47 - 0,95 = 0$$

$$7,20 - 7,20 = 0$$

В горизонтальной плоскости

$$\Sigma M_{Ai} = 0;$$

$$-R_{B\Gamma} \cdot 0,7 - 1,47 \cdot 0,4 - 1,91 \cdot 0,2 + 1,47 \cdot 0,4 = 0$$

Рис. 22

$$-R_{B\Gamma} \cdot 0,7 - 1,47 \cdot 0,4 - 1,91 \cdot 0,2 + 1,47 \cdot 0,4 = 0$$

$$R_{B\Gamma} = 1,91 \frac{0,2}{0,7} = 0,55 \text{ кН}$$

$$\Sigma M_{Bi} = 0;$$

$$-R_{A\Gamma} \cdot 0,7 + 1,47 \cdot 0,3 - 1,91 \cdot 0,9 + 1,47 \cdot 1,1 = 0$$

$$R_{A\Gamma} = 1,47 \frac{0,3}{0,7} + 1,47 \frac{1,1}{0,7} - 1,91 \frac{0,9}{0,7} = 0,63 + 2,31 - 2,46 = 0,48 \text{ кН}$$

Проверка

$$\Sigma Y = 0;$$

$$0,55 + 0,48 + 1,91 - 1,47 - 1,47 = 0$$

$$2,94 - 2,94 = 0$$

6. Изгибающие моменты

В вертикальной плоскости

$$\text{в сеч. С } M_B = 0, \text{ сеч. Д } M_B = -1,47 \cdot 2 = -0,294 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$\text{в сеч. А } M_B = -1,47 \cdot 0,4 - 3,31 \cdot 0,2 = -0,588 - 0,662 = -1,250 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

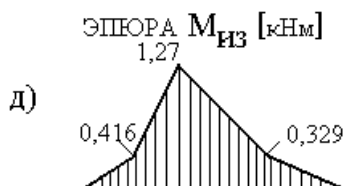
$$\text{в сеч. Е } M_B = -0,95 \cdot 0,3 = -0,285 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$\text{в сеч. В } M_B = 0$$

В горизонтальной плоскости

$$\text{в сеч. С } M_{\Gamma} = 0,$$

$$\text{в сеч. Д } M_{\Gamma} = -1,47 \cdot 0,2 = -0,294 \text{ кН}\cdot\text{м},$$



в сеч. А $M_{\Gamma} = -1,47 \cdot 0,4 + 1,91 \cdot 0,2 = -0,588 + 0,382 = -0,206 \text{ кН} \cdot \text{м}$,

в сеч. Е $M_{\Gamma} = 0,55 \cdot 0,3 = 0,165 \text{ кН} \cdot \text{м}$,

в сеч. В $M_{\Gamma} = 0$

7. Суммарные изгибающие моменты

в сеч. С $M_{\text{из}} = 0$,

в сеч. Д

$$M_{\text{из}} = \sqrt{M_{\text{В}}^2 + M_{\Gamma}^2} = \sqrt{0,294^2 + 0,294^2} = 0,416 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

в сеч. А

$$M_{\text{из}} = \sqrt{1,25^2 + 0,206^2} = 1,27 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

в сеч. Е

$$M_{\text{из}} = \sqrt{0,285^2 + 0,165^2} = \sqrt{0,081225 + 0,027225} = 0,329 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

в сеч. В $M_{\text{из}} = 0$.

Эпюры $M_{\text{В}}$ и M_{Γ} показаны на рис. 22б, 22г.

8. Результирующая эпюра изгибающих моментов показана на рис.

22д.

9. Расчетный момент

Совместное влияние изгиба и кручения здесь учитывается по третьей теории прочности с помощью следующей формулы для расчетного момента

$$M_p = \sqrt{M_{из}^2 + M_{кр}^2}$$

Из рассмотрения эпюр M_k и $M_{из}$ следует, что опасным является сечение А, так как в нем изгибающий момент максимален $M_{из} = 1,27$ кН·м, а крутящий момент $M_k = 0,38$ кН·м имеет такую же величину, как и в других сечениях, и значит в этом сечении M_p по приведенной формуле получается максимальным

$$M_p = \sqrt{1,27^2 + 0,382^2} = 1,326 \text{ кН·м}$$

10. Диаметр вала сплошного кругового поперечного сечения

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_p}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,326 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 80}} = 55 \text{ мм}$$

Принимаем диаметр вала $d = 60$ мм.

11. Диаметр вала кольцевого поперечного сечения

$$d_H \geq \sqrt[3]{\frac{32M_p}{\pi[\sigma](1-\alpha^4)}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,258 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 80(1-0,8^4)}} = 66 \text{ мм}$$

Принимаем диаметр $d_H = 70$ мм, тогда $d_B = 0,8 \cdot 70 = 56$ мм.

12. Экономия материала при применении полого вала по отношению к сплошному будет

$$\frac{\frac{\pi d^2}{4} - \frac{\pi d_H^2}{4} (1-\alpha^2)}{\frac{\pi d^2}{4}} = 1 - \left(\frac{d_H}{d}\right)^2 (1-\alpha^2) = 1 - \left(\frac{70}{60}\right)^2 (1-0,8^2) = 0,51$$