

Порядок выполнения лабораторной работы
«Корректирующие коды Хемминга»

В лабораторной работе исследуется усечённый код Хемминга (9,5). Длина кодового слова $n = 9$ разрядов, информационная часть содержит $k = 5$ разрядов, количество проверочных разрядов $r = 4$. Соответствующие алгоритмы проверки на чётность рассматриваемого кода имеют вид:

$$\begin{aligned} r_1 &= i_2 \oplus i_3, \\ r_2 &= i_1 \oplus i_3 \oplus i_4, \\ r_3 &= i_2 \oplus i_4 \oplus i_5, \\ r_4 &= i_1 \oplus i_2 \oplus i_5, \end{aligned} \tag{1}$$

а алгоритм вычисления символов синдрома:

$$\begin{aligned} S_1 &= i_2 \oplus i_3 \oplus r_1, \\ S_2 &= i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus r_2, \\ S_3 &= i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus r_3, \\ S_4 &= i_1 \oplus i_2 \oplus i_5 \oplus r_4, \end{aligned} \tag{2}$$

где знак \oplus означает сложение по модулю 2: $0 \oplus 0 = 0$; $1 \oplus 1 = 0$; $0 \oplus 1 = 1$; $1 \oplus 0 = 1$.

Классический код Хемминга (9,5) можно сформировать и описать с помощью кодера на рисунке 1.

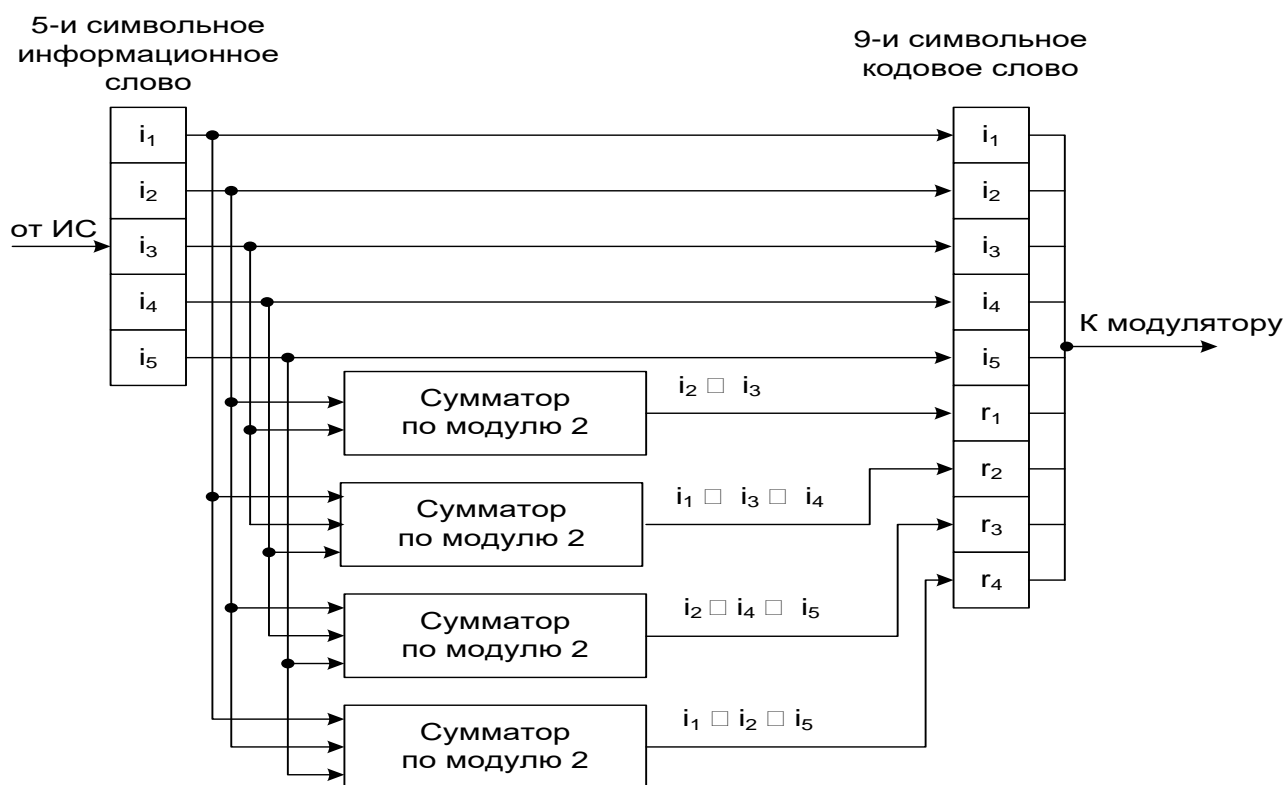


Рисунок 1 – Кодер для усеченного (9,5) кода Хемминга

На рисунке 2 приведена схема декодера, позволяющего исправить ошибки, возникающие в процессе передачи информации.

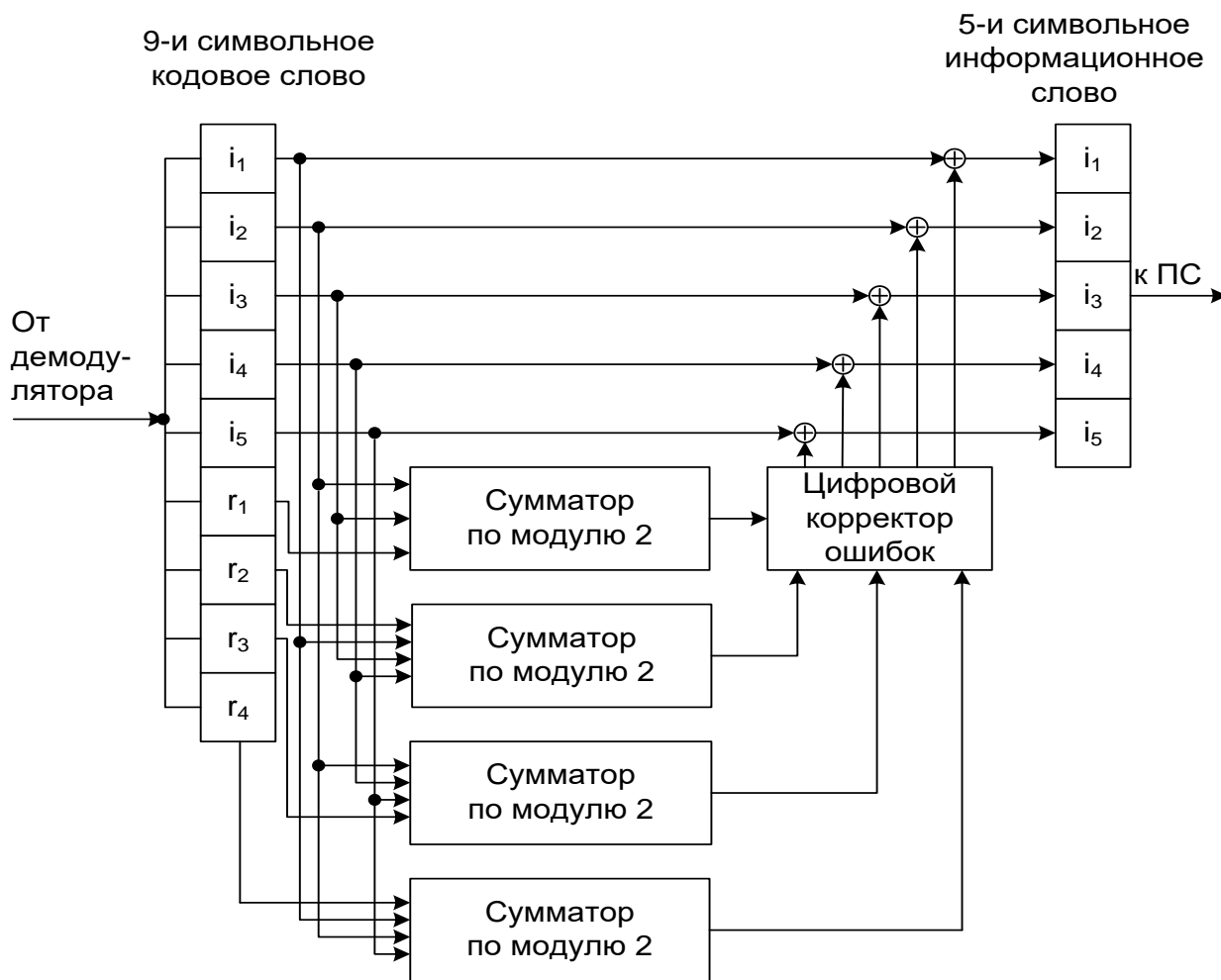


Рисунок 2 – Декодер для усеченного (9,5) кода Хемминга

При выполнении лабораторной работы заполняются две таблицы: в первую вносится одна ошибка, во вторую – две ошибки.

В процессе заполнения этих таблиц потребуется определить синдромы и соответствующие шумовые векторы. Способ определения синдромов кода (9,5) показан в таблице 1. В таблице 2 представлены ненулевые синдромы и соответствующие конфигурации ошибок.

Таблица 1 – Таблица вычисления ненулевых синдромов кода Хемминга (9,5)

| i_1 | i_2 | i_3 | i_4 | i_5 | r_1 | r_2 | r_3 | r_4 | Синдром |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| Исходный код (9,5): | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Ошибка в символе i_1 : | | | | | | | | | |
| {1} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 1 0 1 |
| Ошибка в символе i_2 : | | | | | | | | | |
| 0 | {1} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 0 1 1 |
| Ошибка в символе i_3 : | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | {1} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 1 0 0 |
| Ошибка в символе i_4 : | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | {1} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 1 1 0 |
| Ошибка в символе i_5 : | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | {1} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 0 1 1 |
| Ошибка в символе r_1 : | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | {1} | 0 | 0 | 0 | 1 0 0 0 |
| Ошибка в символе r_2 : | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | {1} | 0 | 0 | 0 1 0 0 |
| Ошибка в символе r_3 : | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | {1} | 0 | 0 0 1 0 |
| Ошибка в символе r_4 : | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | {1} | 0 0 0 1 |

Таблица 2 – Таблица соответствия ненулевых синдромов и векторов ошибок

| Синдром | 0101 | 1011 | 1100 | 0110 | 0011 | 1000 | 0100 | 0010 | 0001 |
|--------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Шумовой вектор (вектор ошибок) | 10000000 | 01000000 | 00100000 | 00010000 | 00001000 | 00000100 | 00000010 | 00000001 | 00000000 |
| Ошибка в символе | i_1 | i_2 | i_3 | i_4 | i_5 | r_1 | r_2 | r_3 | r_4 |

а) Заполнение таблицы с однократной ошибкой

В 1-ый столбец необходимо ввести большими русскими буквами первые пять символов своей фамилии, допустимых для кода МТК-2. (Таблица кодов МТК-2 помещена в конце лабораторной работы №1 методических указаний к выполнению лабораторных работ № 1–4). Во 2-ом столбце следует закодировать каждый символ кодом МТК-2, а в 3-м столбце записать код (9,5). Проверочные символы определяются алгоритмом 1.

Пример

| Символ | Код МТК-2 | Код (9,5) | Искажения | Синдром | Шумовой вектор (вектор ошибок) |
|--------|------------------------------------|--|-----------|---------|--------------------------------|
| Г | $i_1 i_2 i_3 i_4 i_5$ 0 1 0 1 1 | $i_1 i_2 i_3 i_4 i_5 r_1 r_2 r_3 r_4$ 0 1 0 1 1 1 1 1 0 | | | |

Пример заполнения таблицы с однократной ошибкой – таблица 3. В кодовые слова кода (9,5) следует внести любые однократные ошибки в каждой строке в любой разряд, в результате чего формируются некоторые векторы, не совпадающие с соответствующими векторами. Их нужно записать в столбец 4.

Пользуясь алгоритмом 2, определить синдром S для каждой строки и записать его в столбец 5. Соответствующие шумовые векторы из таблицы 2 занести в столбец 6.

Таблица 3

| Символ | Код МТК-2 | Код (9,5) | Искажения | Синдром | Шумовой вектор (вектор ошибок) |
|--------|-----------|-----------|------------|---------|--------------------------------|
| Г | 01011 | 010111110 | 110111110 | 0101 | 100000000 |
| Р | 01010 | 010101101 | 010111101 | 0011 | 000010000 |
| О | 00011 | 000110101 | 000111101 | 1000 | 000001000 |
| З | 10001 | 100010110 | 1110010110 | 1011 | 010000000 |
| А | 11000 | 110001110 | 110001111 | 0001 | 000000001 |

Необходимо проанализировать шумовые векторы и убедиться в том, что ненулевая позиция в этих векторах соответствует искаженным разрядам в столбце 4.

б) Пример заполнения таблицы с двукратной ошибкой (таблица 4)

В кодовые слова кода (9,5) следует внести двукратные ошибки в каждой строке в любые два разряда и затем повторить действия предыдущего пункта.

Таблица 4

| Символ | Код МТК-2 | Код (9,5) | Искажения | Синдром | Шумовой вектор (вектор ошибок) |
|--------|-----------|-----------|------------|---------|--------------------------------|
| Г | 01011 | 010111110 | 01011110 | 1000 | 00000 1000 |
| Р | 01010 | 010101101 | 11010101 | 1101 | ***** ** |
| О | 00011 | 000110101 | 1110110101 | 1110 | ***** ** |
| З | 10001 | 100010110 | 100110110 | 0101 | ***** ** |
| А | 11000 | 110001110 | 11000110 | 1100 | 00100 0000 |

При анализе шумовых векторов необходимо учитывать, что таблица декодирования исследуемого в лабораторной работе кода содержит только синдромы, соответствующие однократным ошибкам. Каждая из ошибок имеет свой единственный синдром. Поэтому возможны две ситуации:

а) вычисленному синдрому S_i в таблице не соответствует никакой шумовой вектор. В этом случае шумовой вектор следует отобразить в виде (*****).

б) вычисленному синдрому S_i в таблице соответствует некоторый шумовой вектор. В этом случае необходимо убедиться в том, что он неправильно отображает реальную конфигурацию ошибок.

Оформление отчета

В отчете должна быть приведена таблица №2, а также таблицы №3 и №4, заполненные в соответствии с заданием. На основании результатов, полученных в таблицах №3 и №4, сделать выводы о возможности исправления цифровым корректором (рисунок 2) однократных и двукратных ошибок для рассматриваемого кода (9,5).

Контрольные вопросы и задачи

1. Перечислить и пояснить методы повышения качества приёма передаваемой информации.
2. Какие способы повышения избыточности находят применение в настоящее время?
3. Рассмотрите преимущества и недостатки метода многократного повторения.
4. Какие коды называются равнодоступными?
5. В чём заключается сущность помехоустойчивого кодирования?
6. Какие задачи решают помехоустойчивые коды?
7. Какой код называется кодом с проверкой по паритету?
8. В чём заключается сложность выбора корректирующего кода для реальных каналов связи?
9. Какие коды называются блочными?
10. Какие коды называются непрерывными?
11. Приведите примеры равномерных и неравномерных кодов.

12. Какова особенность неразделимых кодов? Приведите пример неразделимого кода.
13. Какие коды называются систематическими? Каковы их основные свойства?
14. Перечислите основные классы систематических кодов.
15. Перечислите основные характеристики корректирующих кодов.
16. Что такое минимальное кодовое расстояние?
17. Укажите количественную связь между минимальным кодовым расстоянием и корректирующей способностью кода.
18. Что определяет верхние границы для кодового расстояния?
19. Что определяет нижние границы для кодового расстояния?
20. Определите границы Плоткина и Хемминга для кодов $(6,3)$ и $(7,4)$, имеющих $d_{\min} = 3$.
21. Определите границу Варшамова - Гильберта для этих же кодов.
22. Дайте определение синдрома ошибок.
23. Закодируйте целые числа от 5 до 8 кодом Хемминга $(7,4)$, пользуясь уравнениями для проверок.
24. Дайте определение шумового вектора.
25. Определите шумовой вектор для конфигурации из одной ошибки в пятой позиции кода $(9,5)$.
26. Определите шумовой вектор для конфигурации из двух ошибок в пятой и седьмой позициях кода $(9,5)$.
27. Чему равна скорость и избыточность кода $(9,5)$?
28. Сколько всего синдромов ошибок может содержать таблица декодирования кода $(9,5)$?

Литература

1 Никитин Г.И. Основы кодирования сообщений в системах связи: Методические указания к выполнению лабораторных работ / Г.И. Никитин. СПб ГУАП. 2004г. 136 с.

2 Журавлев А.К., Никитин Г.И.. Радиотехнические системы передачи информации: Учеб.пособие / А.К. Журавлев, Г.И. Никитин. ЛИАП, Л., 1984, 86 с.

3 Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки: пер. с англ. / У. Питерсон, Э. Уэлдон . М.: Мир, 1976, 600 с.

4 Кларк Д., Кейн Д. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: пер. с англ. / Д. Кларк, Д. Кейн. М.: Радио и Связь, 1987, 300 с.

5 Пенин П.Е., Филиппов Л.Н. Радиотехнические системы передачи информации / П.Е. Пенин, Л.Н. Филиппов. М: Радио и связь, 1984, 256 с.

6 Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки: пер. с англ. / Р. Блейхут . М.: Мир, 1986, 576 с.