

Лабораторная работа № 5

1. Дана функция $f(x)$, непрерывная на отрезке $[a;b]$, которому принадлежит один из корней уравнения $f(x) = 0$. Вычислить приближенное значение этого корня с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ одним из известных численных методов.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

Вычислить корень уравнения $10 * x - e^x = 0$ с заданной точностью $\varepsilon = 0.001$ на отрезке $[0;1]$. Для вычисления корня уравнения использовать метод Ньютона, в котором очередное $n+1$ -ое приближение к корню уравнения вычисляется по формуле

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) / f'(x_n) \quad (1)$$

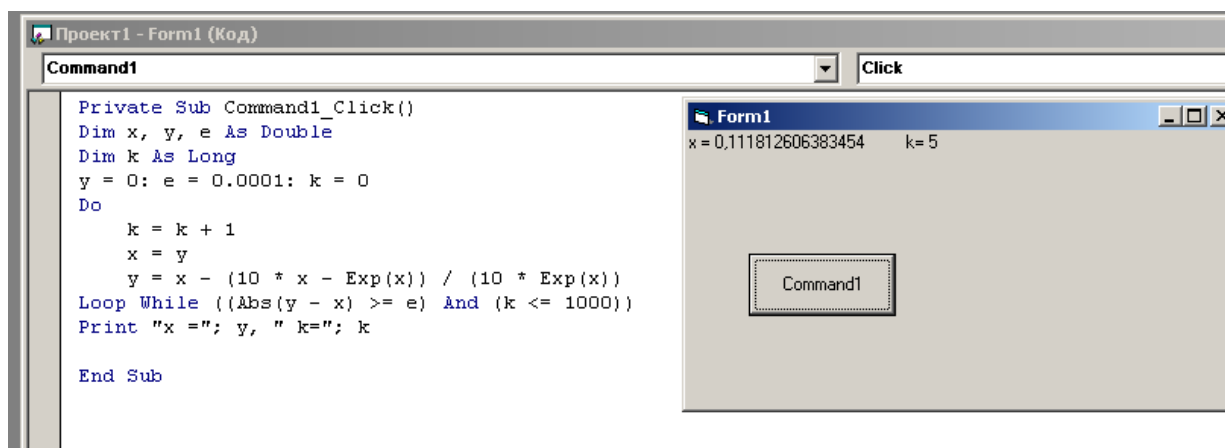
до тех пор, пока соблюдается условие

$$|x_{n+1} - x_n| \geq \varepsilon, \quad (2)$$

где ε - заданная погрешность вычисления корня.

При этом начальное приближение x_0 к корню уравнения целесообразно выбирать так, чтобы было выполнено условие $f'(x_0) * f''(x_0) > 0$.

Объявим вещественные переменные x и y для хранения предыдущего и последующего приближений к корню уравнения. Целая переменная k используется для подсчета количества итераций. В теле цикла `do` вычисляется по формуле (1) очередное приближение, меняется местами с предыдущим и одновременно увеличивается счетчик итераций k . Цикл прекращается, когда будет нарушено условие (2) или количество итераций превысит допустимое значение.



ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ.

№	Интервал	$F(x)$
1	[2, 3]	$3 \sin \sqrt{x} + 0,35x - 3,8 = 0$
2	[1, 2]	$0,1x^2 - x \ln x = 0$
3	[0, 1]	$\arccos x - \sqrt{1 - 0,3x^3} = 0$
4	[2, 4]	$3x - 4 \ln x - 5 = 0$
5	[0, 1]	$e^x - e^{-x} - 2 = 0$

6	[3, 4]	$e^x + \ln x - 10x = 0$
7	[1, 3]	$3x - 14 + e^x - e^{-x} = 0$
8	[1, 3]	$3 \ln^2 x + 6 \ln x - 5 = 0$
9	[0.4, 1]	$2x \sin x - \cos x = 0$
10	[0.2, 1]	$x \operatorname{tg} x - 1/3 = 0$
11	[0, 1]	$\sqrt{1-x} - \cos \sqrt{1-x} = 0$
12	[0, 2]	$0,25x^3 + x - 1,2592 = 0$
13	[0, 1]	$\sqrt{1-0,4x^2} - \arcsin x = 0$
14	[1.2, 2]	$x - 2 + \sin 1/x = 0$
15	[0, 1.5]	$1 - x + \sin x - \ln(1+x) = 0$

Таблица производных основных элементарных функций

<p>Константа $y = C$</p> $(C)' = 0$ <p>Степенная функция $y(x) = x^n$</p> $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	<p>Показательная функция $y(x) = a^x$</p> $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ <p>Экспоненциальная функция $y(x) = e^x$</p> $(e^x)' = e^x$
<p>Логарифмическая функция</p> $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ <p>В случае $y(x) = \ln x$</p> $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	<p>Тригонометрические функции</p> $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
<p>Обратные тригонометрические функции</p> $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ $(\operatorname{arccotg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$	<p>Гиперболические функции</p> $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$ $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$ $(\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$ $(\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$

2. В зависимости от значения некоторого выражения вычислите значения функции $y(x)$, определенной на отрезке $[a;b]$, в узлах разбиения данного отрезка с постоянным шагом h .

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

Пусть функция $y(x)$ имеет вид:

$$y(x) = \begin{cases} x^2+1, & \text{если } \sin(x) > 0,2 \\ x^2-1, & \text{если } \sin(x) < 0,1 \\ x^2, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

для $x \in [-2\pi; 2\pi]$, $h = 0,5$.

Для вычисления искомых значений организуется цикл, в котором переменная x принимает значения от -2π до 2π с шагом h . Для каждого x в теле цикла вычисляются $y(x) = x^2$ и $\sin(x)$ и, в зависимости от полученного значения $\sin(x)$, значение функции $y(x)$ уменьшается, увеличивается на единицу или остается неизменным.

Для вычисления искомых значений организуется цикл, в котором переменная x принимает значения от -2π до 2π с шагом h . Для каждого x в теле цикла вычисляются $y(x) = x^2$ и $\sin(x)$ и, в зависимости от полученного значения $\sin(x)$, значение функции $y(x)$ уменьшается, увеличивается на единицу или остается неизменным.

```

Project1 - Form1 (Код)
Command1

Private Sub Command1_Click()
    Dim a, b, x, y, h As Double
    a = -6.28: b = 6.28: x = a: h = 0.5

    Do While (x <= b)
        y = x * x
        If Sin(x) > 0.2 Then y = y + 1
        If Sin(x) < 0.1 Then y = y - 1
        Print "y("; x; ") = "; y
        x = x + h
    Loop

End Sub

```

Output:

```

y(-6.28) = 38.4384
y(-5.78) = 34.4084
y(-5.28) = 28.8784
y(-4.78) = 23.8484
y(-4.28) = 19.3184
y(-3.78) = 15.2884
y(-3.28) = 10.7584
y(-2.78) = 6.7284
y(-2.28) = 4.1984
y(-1.78) = 2.1684
y(-1.28) = 0.6384000000000001
y(-0.78) = -0.3916
y(-0.28) = -0.9216
y( 0.22) = 1.0484
y( 0.72) = 1.5184
y( 1.22) = 2.4884
y( 1.72) = 3.9584
y( 2.22) = 5.9284
y( 2.72) = 8.3984
y( 3.22) = 9.3684
y( 3.72) = 12.8384
y( 4.22) = 16.8084
y( 4.72) = 21.2784
y( 5.22) = 26.2484
y( 5.72) = 31.7184
y( 6.22) = 37.6884

```

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ.

№	Интервал	h	$f(x)$
1	[1, 1.3]	0.1	$\begin{cases} 0.5x^2, & \text{если } \cos(x) > 0,5 \\ -3x^2 / \cos x, & \text{если } \cos(x) < 0,3 \\ 10x^3 - 5, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
2	[0.1, 2.8]	0.2	$\begin{cases} \sin(x), & \text{если } \tan(x) > 0,3 \\ \cos(x), & \text{если } \tan(x) < 0 \\ 7x^3 - x^2, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

3	[0.5, 1.2]	0.1	$\begin{cases} \tan^2(x), & \text{если } \operatorname{ctan}(x) > 0,8 \\ \operatorname{ctan}(x), & \text{если } \operatorname{ctan}(x) < 0,6 \\ \sin^2(2x-1), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
4	[0, 1.6]	0.2	$\begin{cases} \sin(x/2), & \text{если } e^{2\sin(x)} > 0,5 \\ \cos(x/2), & \text{если } e^{2\sin(x)} < 0,5 \\ \frac{\tan(x/2)}{x}, & \text{если } e^{2\sin(x)} = 0,5 \\ \frac{x}{x^2+4}, & \text{если } \cos(x) > 0,5 \\ \frac{x}{x^2+4}, & \text{если } \cos(x) < 0,5 \\ x^3, & \text{если } \cos(x) = 0,5 \end{cases}$
5	[0.2, 1]	0.1	$\begin{cases} (x-1)^4, & \text{если } \sin(x) > 0 \\ (x+1)^4, & \text{если } \sin(x) < 0 \end{cases}$
6	[2, 3.4]	0.1	$\begin{cases} x^4 - 1, & \text{если } \sin(x) = 0 \\ x^2 - 2x + 5, & \text{если } \tan(x) > 0,6 \\ x^2 + 2x + 5, & \text{если } \tan(x) < 0,4 \end{cases}$
7	[3.5, 6.4]	0.3	$\begin{cases} x^2 + 2x - 5, & \text{в остальных случаях} \\ (x-1)^{\sin(x)}, & \text{если } \operatorname{ctan}(x) > -0,1 \\ (x+1)^{\sin(x)}, & \text{если } \operatorname{ctan}(x) \leq -0,2 \end{cases}$
8	[3.2, 3.9]	0.1	$\begin{cases} x^{\sin(x)}, & \text{в остальных случаях} \\ \sin(x)/x, & \text{если } e^x > 0,1 \\ \sin^4(x)/x, & \text{если } e^x < 0,1 \\ \sin^4(x), & \text{если } e^x = 0,1 \end{cases}$
9	[2.6, 3.8]	0.2	$\begin{cases} \sin^2(x) - \sin(x) + 1, & \text{если } \cos(x) > 0,8 \\ \cos^2(x) - \cos(x) + 1, & \text{если } \cos(x) < 0,5 \\ \cos^2(x) - \sin(x), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
10	[0.1, 1.4]	0.2	$\begin{cases} (\sin(x)-1)^2, & \text{если } \sin(x) > 0 \\ (\cos(x)+1)^2, & \text{если } \sin(x) < 0 \end{cases}$
11.	[5.7, 9.4]	0.3	$\begin{cases} \cos(x), & \text{если } \sin(x) = 0 \\ \tan^2(x) - \tan(x) + 4, & \text{если } \tan(x) > 0 \\ \operatorname{ctan}^2(x) + 2e \tan(x) + 3, & \text{если } \tan(x) < 0 \\ 2e \tan(x) - 5, & \text{если } \tan(x) = 0 \end{cases}$
12.	[6.5, 7.1]	0.1	$\begin{cases} (\tan(x)-1)^{1/2}, & \text{если } \operatorname{ctan}(x) > -0,3 \\ (\tan(x)+1)^{1/2}, & \text{если } \operatorname{ctan}(x) < -0,3 \end{cases}$
13.	[0, 1]	0.1	$\begin{cases} \tan(x)+1, & \text{если } \operatorname{ctan}(x) = -0,3 \\ \cos(x)/\sin^2(x), & \text{если } e^{\cos(x)} > 0 \\ \sin(x)/\cos^2(x), & \text{если } e^{\cos(x)} < 0 \end{cases}$
14.	[7.3, -0.1]	0.1	$\begin{cases} \sin(x)-1, & \text{если } e^{\cos(x)} = 0 \\ \cos^2(x), & \text{если } \sin(x) > 0,5 \\ x \sin^2(x), & \text{если } \sin(x) < 0 \end{cases}$
15.	[2.3, 4.6]	0.3	$\begin{cases} x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

3. Дан вектор $x = \{x_1, \dots, x_n\}$. В соответствии с вариантом задания измените значения некоторых его компонентов.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

Среди компонент вектора $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ ($n < 20$) найти максимальный элемент и поменять его местами с элементом x_j . Исходные данные:

$$n = 10, x = \{-1.6, 0.9, 1.3, 1.8, -0.2, -0.3, 4.1, 5.5, 1.4, -1.5\}$$

Будем хранить элементы вектора x в одномерном массиве $x[10]$, а текущие значения максимального элемента и его номера в переменных max и k соответственно.

Предположим, что максимальный элемент массива есть его первый элемент. Далее в теле цикла будем сравнивать это значение с остальными элементами и, когда очередной элемент массива окажется больше значения max , переменной max присвоим значение этого элемента. Одновременно в переменной k будем сохранять номер максимального элемента. И, наконец, если найденный максимальный элемент не является первым элементом массива, переставим их местами.

The screenshot shows the Visual Basic IDE with two windows. The left window is the code editor for 'Form1 (Код)', showing the following code:

```

Private Sub Command1_Click()
    Dim i, k As Integer
    Dim x(10), max As Double

    k = 0
    '*Ввод элементов массива*
    MasText = Split(Text1, " ")
    For i = 0 To 9
        x(i) = Val(MasText(i))
    Next i

    '*Поиск максимального элемента и его номера*'

    max = x(0)
    For i = 1 To 9
        If (x(i) > max) Then
            max = x(i): k = i
        End If
    Next i

    '*Перестановка местами максимального *
    '*и первого элементов массива *
    If (k <> 0) Then
        x(k) = x(0)
        x(0) = max
    End If

    '*Вывод элементов массива*'
    For i = 0 To 9
        Print "x["; i + 1; "]="; x(i)
    Next i
End Sub

```

The right window is the 'Form1' window, which contains a text box with the text '-1.6, 0.9, 1.3, 1.8, -0.2, -0.3, 4.1, 5.5, 1.4, -1.5' and a button labeled 'Command1'. On the left side of the form, there is a list of array elements: x[1]=5.5, x[2]=0.9, x[3]=1.3, x[4]=1.8, x[5]=-0.2, x[6]=0.3, x[7]=4.1, x[8]=-1.6, x[9]=1.4, x[10]=-1.5.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ.

1. Заменить первый элемент массива суммой максимального и минимального элементов.
2. Заменить последний элемент массива суммой максимального и минимального элементов.
3. Заменить первый элемент массива разностью максимального и минимального элементов.
4. Заменить последний элемент массива разностью максимального и минимального элементов.

5. Заменить первый элемент массива произведением максимального и минимального элементов.
6. Заменить последний элемент массива произведением максимального и минимального элементов.
7. Заменить первый элемент массива частным максимального и минимального элементов.
8. Заменить последний элемент массива частным максимального и минимального элементов.
9. Заменить первый элемент массива средним арифметическим максимального и минимального элементов.
10. Заменить последний элемент массива средним арифметическим максимального и минимального элементов.
11. Заменить первый элемент массива средним геометрическим максимального и минимального элементов.
12. Заменить последний элемент массива средним геометрическим максимального и минимального элементов.
13. Заменить первый элемент массива полуразностью максимального и минимального элементов.
14. Заменить последний элемент массива полуразностью максимального и минимального элементов.
15. Поменять местами максимальный и первый элементы массива.