

Кафедра **математики**

---

## **КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

по дисциплине **МАТЕМАТИКА (ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА)**

для студентов I курса ФБФО

направления подготовки/специальности СЗ, ЗКЗ, ТППЗ, ЭТМКЗ

семестр 1 2019/20 учебного года

### **Как выбрать номер вариант**

Номер варианта контрольной работы соответствует последней цифре номера студенческого билета (или зачетной книжки). Цифре ноль соответствует вариант № 10.

### **Правила оформления контрольных работ.**

- Каждую контрольную работу выполнять в отдельной тетради в клеточку (18 листов).
- На титульном листе должна быть полная информация:

**Фамилия, имя, отчество**

**Номер студенческого билета (или зачетной книжки)**

**Специальность**

**Номер контрольной работы и название дисциплины**

**Номер варианта**

**Дата**

- Перед каждым решением должно быть условие задачи.
- Контрольные работы сдавать на кафедру математики ауд. 404 С.
- К экзамену допускаются только студенты с зачтенными контрольными работами.

**Контрольная работа № 1**  
**«Аналитическая геометрия на плоскости»**

*Вариант 1*

1. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(-1; 3)$ ,  $B(4; 0)$  и  $C(-2; -2)$ . Найти угол между медианой и высотой, проведенными из вершины  $A$ .
2. Составить уравнение прямой, проходящей через фокус параболы  $x^2 = 12y$ , и перпендикулярно прямой  $3x + 2y - 4 = 0$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
  - а)  $x^2 + 2y^2 - 18 = 0$ ;
  - б)  $x^2 - 2y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ .

*Вариант 2*

1. Даны две смежные вершины  $A(1; -2)$ ,  $B(3; 2)$  параллелограмма и точка  $M(1; 1)$  пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон параллелограмма.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через фокус параболы  $x^2 = -8y$ , и параллельно прямой  $3x - 2y + 7 = 0$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
  - а)  $16x^2 - 9y^2 - 576 = 0$ ;
  - б)  $x^2 + 4y^2 - 6x - 8y - 3 = 0$ .

### Вариант 3

1. Даны уравнения двух сторон параллелограмма  $x + y - 1 = 0$ ,  $2x - y + 4 = 0$  и точка  $M(3; 3)$  пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон параллелограмма.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через середину отрезка  $AB$ , где  $A(3; -5)$ ,  $B(-5; 7)$  и фокус параболы  $x^2 + 4y + 8 = 0$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
  - а)  $16x^2 + 25y^2 = 400$ ;
  - б)  $x^2 - 9y^2 + 4x + 36y - 41 = 0$ .

### Вариант 4

1. Треугольник  $ABC$  задан сторонами  $(AB): x + y - 2 = 0$ ,  $(BC): x - y + 3 = 0$ ,  $(AC): 2x + y + 1 = 0$ . Найти уравнение средней линии треугольника  $MN$ , параллельной стороне  $AB$ .
2. Составить уравнение прямой, проходящей через правый фокус эллипса  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{28} = 1$ , и параллельной прямой  $2x - y + 4 = 0$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра (или вершины), фокусы, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
  - а)  $y^2 - 6x + 14y + 49 = 0$ ;
  - б)  $x^2 - 4y^2 - 2x - 24y + 33 = 0$ .

### Вариант 5

1. Точки  $A(2; 0)$ ,  $B(0; 5)$  и  $C(7; 3)$  образуют вершины треугольника. Найти угол между стороной  $AB$  и медианой  $BD$ .
2. Составить уравнение прямой, проходящей через левый фокус эллипса  $4x^2 + 5y^2 = 20$ , и под углом  $45^\circ$  к оси  $Ox$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
  - а)  $9x^2 - 16y^2 = 576$ ;
  - б)  $x^2 - 4x - 8y - 12 = 0$ .

### Вариант 6

1. Заданы уравнения диагоналей квадрата  $4x - 5y + 3 = 0$ ,  $5x + 4y - 27 = 0$  и координаты одной из его вершин  $A(-1; 8)$ . Найти уравнения всех сторон квадрата.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через левый фокус эллипса  $x^2 + 5y^2 - 5 = 0$  и точку  $M(3; 5)$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
  - а)  $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$ ;
  - б)  $x^2 - 4y + 2x - 7 = 0$ .

### Вариант 7

1. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(1;-1)$ ,  $B(-2;1)$ ,  $C(3;-5)$ . Найти уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины  $A$  на медиану, проведенную из вершины  $B$ .
2. Составить уравнение прямой, проходящей через левый фокус гиперболы  $8x^2 - y^2 - 8 = 0$ , перпендикулярно прямой  $y = 5x - 3$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты фокусов, уравнения директрис. Сделать чертеж.
  - а)  $y^2 - 4x + 8 = 0$ ;
  - б)  $x^2 + 16y^2 - 6x - 64y + 57 = 0$ .

### Вариант 8

1. Найти координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон  $x + 2y = 4$ ,  $x + 2y = 10$  и уравнение одной из его диагоналей  $y = x + 2$ .
2. Составить уравнение прямой, проходящей через правый фокус эллипса  $\frac{x^2}{41} + \frac{y^2}{25} = 1$ , и под углом  $45^\circ$  к оси  $Ox$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
  - а)  $x^2 - 12y = 0$ ;
  - б)  $x^2 - y^2 - 2x - 4y - 7 = 0$ .

### Вариант 9

1. Найти точку симметричную точке  $M(-2;0)$  относительно прямой  $2x + y - 6 = 0$ .
2. Составить уравнение прямой, проходящей через фокус параболы  $y^2 - 2y - 8x - 15 = 0$ , и параллельно прямой  $2x + y - 3 = 0$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
  - а)  $5x^2 + 9y^2 = 45$ ;
  - б)  $9x^2 - 16y^2 + 64y - 208 = 0$ .

### Вариант 10

1. Даны уравнения сторон треугольника  $(AB): x + 2y - 1 = 0$ ,  $(BC): 5x + 2y - 17 = 0$  и  $(AC): x - 4y + 11 = 0$ . Составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно противоположной стороне.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через правый фокус эллипса  $3x^2 + 4y^2 = 12$  и точку  $M(-2;3)$ .
3. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
  - а)  $x^2 + 20y = 0$ ;
  - б)  $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$ .

**Контрольная работа № 2**  
**«Линейная и векторная алгебра,**  
**аналитическая геометрия в пространстве»**

*Вариант 1*

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1, \\ x - 2y + 3z = 1, \\ 7x + 3y - 2z = 2. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(5; -6; 0)$ ;  $B(-1; 3; -3)$  и  $C(2; -4; -3)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\hat{A}BC$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2; 1; 1)$  и параллельной плоскости  $2x - 8y + 3z = 0$ .
4. В треугольнике с вершинами  $A(4; 0; 2)$ ,  $B(0; 2; 1)$  и  $C(4; -1; 3)$  через вершину  $A$  провести прямую, параллельную противоположной стороне.

*Вариант 2*

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ x + y - z = 0, \\ 4x - y + 5z = 3 \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(-2; -1; -1)$ ,  $B(3; 1; -4)$  и  $C(-5; 2; -8)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\hat{A}BC$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).

3. Написать уравнение плоскости, содержащей точку  $M(3; -1; 2)$  и

прямую  $\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -t + 4. \\ z = 2t + 5 \end{cases}$

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(3; 4; 5)$  перпендикулярно плоскости  $3x - y + 5z + 2 = 0$ .



### Вариант 3

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -5, \\ x + 2y - 3z = 8, \\ 3x + 4z = -1. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(2; -2; 1)$  и  $C(2; 1; 0)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\hat{A}BC$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(4; 2; 3)$  параллельно двум векторам  $\vec{a}(3; -1; 2)$  и  $\vec{b}(1; 0; -1)$ .
4. Составить уравнения прямой, проходящей через точку  $M_0(2; 2; 1)$  параллельно прямой  $\begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0, \\ x + y + 2z + 1 = 0. \end{cases}$

Вариант 4

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x + y + 2z = -4, \\ 2x - y + 2z = 3, \\ 4x + y + 4z = -3 \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(1; -1; 1)$ ,  $B(-2; 0; 3)$  и  $C(2; -2; -4)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\widehat{ABC}$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).

3. Найти уравнение плоскости, в которой лежат две параллельные

прямые:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{4}$ ,  $\begin{cases} x = 4t \\ y = -6t + 3. \\ z = 8t - 2 \end{cases}$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку  $A(2; -1; 4)$  и перпендикулярной векторам  $\bar{a} = 3\bar{i} - 2\bar{j} + 4\bar{k}$  и  $\bar{b} = 2\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ .

Вариант 5

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 5, \\ x + 3y - 4z = 3, \\ 5x - y + 3z = 1. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(2; 4; 4)$ ,  $B(1; 5; -4)$  и  $C(-5; 2; 0)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\hat{A}BC$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(1; -1; 4)$  параллельно плоскости  $2x + y - 2z + 1 = 0$ .
4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $C$ , перпендикулярной плоскости треугольника  $ABD$ , если  $A(5; -3; 2)$ ,  $B(1; 4; 7)$ ,  $C(4; 2; -3)$ ,  $D(5; -1; 6)$ .

Вариант 6

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x - 2y + z = 9, \\ 2x + y - 4z = 9, \\ 3x + 4y - 2z = 2. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(-5; -3; 2)$ ,  $B(-2; -6; -3)$  и  $C(-2; 2; -1)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\hat{A}BC$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).
3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $K(-3; 2; 1)$  и перпендикулярной плоскостям  $2x + 3y - 4z + 4 = 0$  и  $3x - 4y + 2z + 4 = 0$ .
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(2; 1; -3)$  параллельно прямой  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ .

Вариант 7

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 4y & = 7, \\ 3x - y + 2z & = 0, \\ 2x + 3y + 3z & = -3 \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(2; 3; 1)$ ,  $B(1; 1; -1)$  и  $C(5; 9; -8)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\hat{A}BC$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три данные точки  $M_1(3; -1; 2)$ ,  $M_2(4; -1; -1)$  и  $M_3(2; 0; 2)$ .
4. Найти уравнение прямой, перпендикулярной векторам  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = \{4; 0; 4\}$ , и проходящей через точку  $M(2; 3; 0)$ .

Вариант 8

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = -2, \\ x - 2y = 7, \\ 2x + 3y + 2z = 8. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(1; 2; 4)$ ,  $B(5; 2; 0)$  и  $C(-1; 9; 1)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\hat{A}BC$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(1; 2; -6)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = 4\vec{j} - 3\vec{k}$ .
4. Составить канонические уравнения прямой являющейся линией пересечения плоскостей  $2x + 3y - 4z + 4 = 0$  и  $3x - 4y + 2z + 4 = 0$ .

Вариант 9

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x + 5y + z = -7, \\ 2x - y = 4, \\ x + 3y - 2z = -5. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(3; 6; -3)$ ,  $B(-10; 6; 7)$  и  $C(-1; -5; 2)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\hat{A}BC$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).

3. Написать уравнение плоскости, в которой лежат точка  $M(2; -1; 3)$  и прямая  $x + 2 = y - 1 = \frac{z - 3}{5}$ .

4. Написать уравнение прямой, перпендикулярной двум прямым:

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2} = z+1, \begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = -t \\ z = 3t - 1 \end{cases}.$$

Вариант 10

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 7, \\ 4x + y - 5z = 8, \\ 2x + 3z = -8. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник  $ABC$  с координатами вершин  $A(-2; 0; -4)$ ,  $B(4; -8; -4)$  и  $C(1; -4; 6)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) косинус угла  $\hat{A}BC$ ; в) площадь треугольника  $ABC$  (через векторное произведение).

3. Написать уравнение плоскости, в которой лежат две

пересекающиеся прямые:  $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2} = z+1$ ,  $\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = -t \\ z = 3t - 1 \end{cases}$ .

4. Даны вершины треугольника  $A(3; 6; -7)$ ,  $B(-5; 2; 3)$  и  $C(4; -7; -2)$ . Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через вершину  $A$ , параллельно стороне  $BC$ .



**Контрольная работа № 3**  
**«Дифференциальное исчисление»**

*Вариант 1*

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

$$\text{а) } y = \sqrt[9]{5x+6} \cdot 8^{-x^3} - \frac{2}{5x+6}; \quad \text{б) } y = \frac{\operatorname{arctg}^3 2x}{\sqrt{\sin 3x}}.$$

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = t^4 \sin^2 t, \\ y = t \cos t. \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = x e^{\frac{1}{x}}$  является решением дифференциального уравнения  $x^3 y'' + xy' - y = 0$ .

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{4-x^3}{x^2}$  при  $x = -1$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{\ln(x^2 - 2x - 2)}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^x}{\sin 2x - \operatorname{tg} x}.$$

## Вариант 2

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

$$\text{а) } y = \sqrt[3]{\arccos 4x} \sin^3 x + 7\sqrt{x}; \quad \text{б) } y = \frac{\operatorname{arctg}(\cos 5x)}{\sqrt{\cos 5x}}.$$

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \sqrt{t^2 + 1}, \\ y = \ln(t^2 + 1). \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = e^{5x}(3 \cos 2x - 4 \sin 2x)$  является решением дифференциального уравнения  $y'' - 10y' + 29y = 0$ .

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{3-x}{x+2}$  при  $x = -1$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^3 - 3x - 18}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 2x}{e^{4x} - 1}.$$

### Вариант 3

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

$$\text{а) } y = \arccos^3(2x+1) + \frac{3}{\sqrt[3]{x}}; \quad \text{б) } y = \frac{1-3\operatorname{tg}^5 4x}{\sqrt{3-4x^2}}.$$

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = e^{-2t} \cos t, \\ y = e^{-2t} \sin t. \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = e^{-2x} \cos x$  удовлетворяет уравнению

$$y'' + 3y' + 3y = e^{-2x} \sin x.$$

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x^3}{1-x^2}$

при  $x = 0$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 - 5x + 1}{\ln(3x - 2)}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{3x}}{\operatorname{tg} 4x}.$$

Вариант 4

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

$$\text{а) } y = \operatorname{tg}^3(2x-1) \arcsin 4x + 4^{3x^2+1}; \quad \text{б) } y = \frac{\sin(x + \sqrt{x})}{\sqrt{3x+1}}.$$

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = 3t e^{-t^2}, \\ y = \ln(3 - t^2). \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = e^{-x}(\cos 3x - \sin 3x)$  удовлетворяет уравнению  $y'' + 2y' + 10y = 0$ .

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{3x}{x+2}$  при  $x = -1$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 3x + 5}{\sqrt[3]{9+x} - 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - 1}{\operatorname{tg} 5x}.$$

Вариант 5

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

$$\text{а) } y = \operatorname{arctg}(5x+1) \sin^3 x + 5^{\sqrt{5x+1}}; \quad \text{б) } y = \frac{\ln(3x^2+1)}{\sqrt{2x^3+1}}.$$

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \arccos \sqrt{t}, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = xe^{-2x}$  является решением уравнения

$$y'' + 2y' = -2e^{-2x}.$$

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x^3}{x^2 - 9}$

при  $x = -1$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x + 2}{3x^2 - 6\sqrt{x+2}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - e^{6x}}{1 - \cos 3x}.$$

Вариант 6

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

$$\text{а) } y = \sin^3(2x-1) \ln(x^3 - 3x) + 7; \quad \text{б) } y = \frac{\arcsin(3x + \sqrt{x})}{\sqrt{1-x^2}}.$$

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = 2 \cos t - 1, \\ y = 3 \sin t - t. \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = e^{-x}(2 \cos 5x - 3 \sin 5x)$  удовлетворяет уравнению  $y'' + 2y' + 26y = 0$ .

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x^2}{x-2}$  при  $x = -1$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 2x + 4}{x^2 - 2\sqrt{6+x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-4x^2} - 1}{1 - \cos 3x}.$$

Вариант 7

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

$$\text{а) } y = \operatorname{tg}^2 3x \cdot \arcsin \sqrt{1-x^2} - \frac{7}{x^4}; \quad \text{б) } y = \frac{1 + \ln(\cos 5x)}{e^{\sin 3x}}.$$

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t). \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = x + 2 \cos 2x - 3 \sin 2x$  удовлетворяет уравнению  $y'' + 4y = 4x$ .

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x^2 - 7}{x - 2}$  при  $x = 1$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 6}{(2x - 1)^2 + 4x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x) - e^{-4x}}{\operatorname{tg} 5x}.$$

Вариант 8

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

а)  $y = \arccos^3 2x \cdot \ln(3 + \sqrt{x^2 + 1}) + 4^{-3x^2}$ ;    б)  $y = \frac{\cos 2x + \sin 3x}{\sqrt{4 - x^3}}$ .

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = 2 \cos^2 5t, \\ y = \operatorname{ctg} 5t. \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = \arcsin x$  удовлетворяет уравнению

$$(1 - x^2)y'' = xy'.$$

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{3 - x^3}{(x - 3)^2}$

при  $x = 1$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-3x}}{\operatorname{arctg} 2x}$ .



Вариант 9

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

$$\text{а) } y = x^3 \arcsin \sqrt{1-x^2} + \frac{9}{x^3}; \quad \text{б) } y = \left( \frac{1 + \operatorname{tg}^2 3x}{1 + \sqrt{x}} \right)^2.$$

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = 5 \cos^3 t, \\ y = 5 \sin^3 t. \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = 4e^{-2x} + 3e^{5x}$  удовлетворяет уравнению  $y'' - 3y' - 10y = 0$ .

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{3x-5}{x+2}$  при  $x = 1$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8\sqrt{x}}{\sqrt{4+3x} - 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2+2x} - e^{-3x}}{\arcsin 2x}.$$

Вариант 10

1. Найти производную  $y'_x$  функций:

$$\text{а) } y = \sqrt[3]{1+8x} \cdot \operatorname{arctg}^3 5x + \frac{6}{x}; \quad \text{б) } y = \frac{\operatorname{ctg}^3 5x}{\sqrt{3x^2-1}}.$$

2. Найти производную  $y'_x$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \cos 3t + t \sin 3t, \\ y = \sin 3t - t \cos 3t. \end{cases}$$

3. Показать, что функция  $y = e^{-x} \cos x$  удовлетворяет уравнению  $y'' + 2y' + 2y = 0$ .

4. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$  при  $x = 1$ . Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

5. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x - 4}{4x^2 + 3x + 5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1 + \ln(1 - 5x)}{\sin 4x}.$$