

$$S = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Проверка размерности величин S и H :

$$[S] = \frac{m^2 \cdot c^2}{c^2 \cdot m} = m.$$

Подставляя числовые данные, получим

$$\text{дальность полета } S = \frac{100^2 \cdot \sin 60^\circ}{9,81} = 8,83 \cdot 10^2 \text{ м,}$$

$$\text{максимальная высота подъема } H = \frac{(100 \cdot \sin 30^\circ)^2}{2 \cdot 9,81} = 1,27 \cdot 10^2 \text{ м.}$$

8. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1

ВАРИАНТ 1

1. За короткий промежуток времени клеть поднимается равноускоренно. По заданному уравнению движения $s = 15t + 2t^2$ построить график зависимости мгновенной скорости от времени.
2. Вагонетку при буксировке тянут горизонтально с постоянной скоростью 5 м/с. Натяжение троса равно 600 Н. Какая работа совершается при перемещении вагонетки на расстояние 1,5 км? Определить мощность, развиваемую при буксировке.
3. Бур массой m движется под действием постоянной силы F . Найти зависимость кинетической энергии бура от времени и от пройденного пути, если принять, что в начальный момент времени скорость бура равна нулю.
4. Определить силу, которую необходимо приложить при изготовлении предварительно напряженного железобетона к стальному арматурному пруту длиной 6 м и диаметром 20 мм для того, чтобы удлинить его на 2 мм.
5. Магнитофонная пленка наматывается на бобину, двигаясь с постоянной линейной скоростью $v = 9$ м/мин. Какой промежуток

20

времени займет прослушивание одной катушки, если ее радиус $r = 8$ см? Радиус намотки $r_0 = 0,8$ см, толщина пленки $b = 0,1$ мм.

6. Определить плотность планеты, продолжительность суток на которой равна T , если известно, что на экваторе планеты тела невесома.
7. Определить линейную скорость искусственного спутника Земли на высоте 300 км. Орбиту считать круговой.
8. Начальная фаза колебаний точки равна $\pi/3$. Период колебаний $T = 0,06$ с. Определить ближайшие моменты времени, в которые скорость и ускорение в два раза меньше амплитудных значений.

ВАРИАНТ 2

1. Зависимость пройденного телом пути от времени выражается уравнением $s = 1/4 t^4 - 9t^2$. Найти экстремумы скорости тела. Построить график зависимости скорости от времени за первые 5 с движения.
2. Для погрузки угля в вагоны применяется ленточный транспортер, который перемещает уголь вверх по наклону на высоту 5 м. В минуту погрузчик доставляет 12 т угля к товарным вагонам. Какую работу совершает транспортер за 5 мин.?
3. Какую работу необходимо совершить, чтобы вытянуть пробку из горлышка бутылки, если длина пробки a , сила трения между всей пробкой и бутылкой F ? Стенки бутылки сжимают пробку по всей длине равномерно.
4. Трубчатая стальная колонна длиной 4 м и с наружным диаметром 300 мм сжата силой $F = 10^6$ Н. Найти толщину стенок и абсолютное изменение длины колонны, если допустимое давление $p_0 = 3 \cdot 10^7$ Н/м².
5. Определить момент инерции цилиндрической муфты относительно оси, совпадающей с ее осью симметрии. Масса муфты $m = 2$ кг, внутренний радиус $r = 0,03$ м, внешний $R = 0,05$ м.
6. Рулон изоляционного покрытия с равномерной линейной скоростью наматывается на барабан машины радиусом r_0 .

21

Определить, с какой скоростью меняется радиус рулона в зависимости от времени. Толщина одного слоя покрытия b .

7. Спутник летит на высоте 300 км. Какую минимальную добавочную скорость ему нужно сообщить, чтобы он стал искусственным спутником Солнца? Орбиту считать круговой.
8. При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с одной и той же частотой и амплитудами, равными 2 см и 4 см, получается гармоническое колебание с амплитудой 5 см. Найти разность фаз складываемых колебаний.

ВАРИАНТ 3

1. Две автомашины движутся по двум перпендикулярным и взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку с постоянными скоростями $v_1 = 50$ км/ч и $v_2 = 100$ км/ч. Перед началом движения первая машина находилась на расстоянии $s_1 = 100$ км от перекрестка, вторая - на расстоянии $s_2 = 50$ км. Через сколько времени после начала движения расстояние между машинами будет минимальным?
2. Ленточным транспортером мощностью 10 кВт разгружают баржу с углем на пристань со средней высотой 2,5 м. Считая к.п.д. равным 75%, определить, сколько тонн угля можно разгрузить за 20 мин.
3. Из шахты глубиной $h = 600$ м поднимают клеть массой $m_1 = 3,0$ т на канате, каждый метр которого имеет массу 1,5 кг. Какая работа A совершается при поднятии клетки на поверхность Земли? Каков коэффициент полезного действия подъемного устройства?
4. Для измерения глубины морского дна используется стальной трос, имеющий по всей длине постоянный диаметр. Определить максимально допустимую длину троса и его абсолютное удлинение, вызванное только действием собственного веса, если допустимое напряжение для материала проволоки равно $2 \cdot 10^8$ Н/м². Считать проволоки в тросе прямыми.
5. Радиус вала махового колеса $r = 10^{-2}$ м. На вал намотан шнур, к концу которого привязан груз $m = 0,2$ кг. Под действием силы тяжести груз опускается за 5 с с высоты $h_1 = 1,2$ м, а затем,

22

вследствие вращения колеса, по инерции поднимается на высоту $h_2 = 0,8$ метра. Определить момент инерции колеса.

6. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $2,5$ рад/с². Через 1 с после начала движения полное ускорение колеса стало 20 м/с². Найти диаметр колеса.
7. Вычислить скорость движения спутника Земли в любой точке эллиптической траектории, если большая полуось эллипса a .
8. Материальная точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, описываемых уравнениями $x = 2 \cos(\pi t/2)$, $y = -\cos(\pi t)$. Определить уравнение траектории точки.

ВАРИАНТ 4

1. Частица движется с переменным ускорением. В любое мгновение ее перемещение равно $s = s_0 + At^2 + Bt^3$ где A и B постоянные. Найти выражения для скорости и ускорения в любой момент времени.
2. Сила тяги автомобиля изменяется с расстоянием по закону $F = D + Bs + Cs^2$. Определить работу силы на участке пути (s_1, s_2) .
3. Деревянный брусок массой $m_1 = 0,35$ кг, находящийся на горизонтальной плоскости, привязан к нити, которая перекинута через блок (без трения). Другим концом нить прикреплена к грузу массой $m_2 = 0,265$ кг. Коэффициент трения между бруском и плоскостью $0,45$. Определить ускорение системы и натяжение нити.
4. Определить растяжение стального троса сечением 10 мм² и длиной 50 м, если с его помощью поднимается груз массой 500 кг из вертикальной шахты. Решить задачу с учетом и без учета массы троса.
5. Определить момент инерции цилиндрической муфты относительно оси, совпадающей с ее осью симметрии. Масса муфты $m = 2$ кг, внутренний радиус $r = 0,03$ м, внешний $R = 0,05$ м.
6. Линолеум с равномерной линейной скоростью наматывается на барабан машины радиусом r_0 . Определить, с какой скоростью

23

меняется радиус рулона линолеума в зависимости от времени. Толщина линолеума b .

7. По оси вращения земного шара пробурована шахта. В нее падает тело. Определить максимальную скорость тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

8. Математический маятник массой $m = 100$ г и длиной $l = 1$ м совершает гармонические колебания по закону $\alpha = 0,25 \sin 2\pi t$. Определить натяжение в момент времени $t = T/2$.

ВАРИАНТ 5

1. Зависимость пути от времени для тела, движущегося прямолинейно, выражена уравнением $s = 4 + 40t - 4t^2$. Найти скорость в моменты времени 0 с, 3 с, 5 с. Построить график скорости и ускорения от времени.

2. Ветер, дующий со скоростью $v_0 = 20$ м/с, действует на парус площадью $S = 25$ м² с силой $F = aS\rho(v_0 - v)^2/2$, где a - безразмерный коэффициент, ρ - плотность воздуха, v - скорость судна. Определить условия, при которых мощность ветра максимальна. Найти работу силы ветра за время $t = 60$ с, если $a = 1$, $\rho = 1,2$ кг/м³.

3. Нагруженная песком железнодорожная платформа с начальной массой m начинает движение из состояния покоя под действием постоянной силы тяги F . Через отверстие в дне платформы высыпается песок с постоянной скоростью $\Delta m/\Delta t$ кг/с. Определить зависимость скорости платформы от времени.

4. Вагон с углем, имеющий массу 40 т, движется со скоростью 2 м/с навстречу к неподвижному вагону такой же массы и сталкивается с ним. Определить максимальное сжатие пружины буферов вагонов, считая деформацию пружины упругой, если известно, что под действием силы $F = 200$ кН сжатие пружины составляет 1 см.

5. Вращение Земли вызывает отклонение поверхности воды в реках от горизонтального положения. Рассчитать наклон поверхности воды в реке к горизонту на широте φ . Река течет с севера на юг.

24

6. Цилиндр диаметром 12 см, имеющий массу 3 кг, лежит боковой поверхностью на горизонтальной плоскости. Определить момент инерции цилиндра относительно оси, проходящей по линии контакта с плоскостью.

7. Определите первую и вторую космические скорости.

8. Материальная точка совершает колебания по закону $x = x_0 \sin(2\pi t + \pi/6)$. В какой момент времени ее потенциальная энергия равна кинетической?

Вариант 6

1. Между 1-й и 5-й секундами движения шахтного комбайна путь (в метрах) в зависимости от времени изменяется по закону $s = 50/t$. Построить график пути, скорости и ускорения.

2. Скорость электропоезда, масса которого равна m , изменяется по закону $v = D + Bt + Ct^2$. Определить работу силы тяги за промежутки времени (t_1, t_2) .

3. Пуля, двигаясь со скоростью $v_0 = 600$ м/с, пробивает стену толщиной 0,4 м и вылетает из нее со скоростью $v_1 = 150$ м/с. Найти время движения пули в стене, считая сопротивление стены пропорциональным кубу скорости движения пули.

4. На железобетонную колонну высотой $h = 10$ м действует сила $F = 4 \cdot 10^6$ Н. Найти деформацию колонны, если площадь поперечного сечения колонны, занятая бетоном $S_6 = 0,09$ м² и стальной арматурой - $S_{ст} = 0,01 S_6$, а модуль упругости бетона $E_6 = 0,1 E_{ст}$. Весом колонны пренебречь.

5. Платформа в виде диска диаметром $D = 3$ м и массой $m_1 = 180$ кг может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью ω_1 будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой $m_2 = 70$ кг со скоростью $v = 1,8$ м/с относительно платформы?

6. Кинолента движется со скоростью v . Момент инерции катушки без пленки J_0 . Определить зависимость момента инерции катушки с

25

пленкой от времени. Ширина пленки a , плотность ее ρ , толщина b , первоначальный радиус бобины r_0 .

7. Советская космическая ракета, ставшая первой искусственной планетой, обращается вокруг Солнца по эллипсу. Наименьшее расстояние r_{\min} ракеты от Солнца составляет 0,97, наибольшее расстояние $r_{\max} = 1,31$ от среднего расстояния между центрами Земли и Солнца. Определить период T вращения (в годах) искусственной планеты.

8. Математический маятник длиной 1,2 м совершает колебания в среде с малым сопротивлением. Считая, что сопротивление среды не влияет на период колебаний маятника, найти коэффициент затухания β и логарифмический декремент λ , если за 8 мин амплитуда колебаний маятника уменьшилась в 3 раза.

Вариант 7

1. Ракета установлена над поверхностью Земли на высоте 5 м. Построить графики пути, скорости и ускорения ракеты за первые 5 с после старта. Для графика пути за начало отсчета принять поверхность Земли. Ускорение ракеты в зависимости от времени изменяется по закону $a = kt^2$, где $k = 0,3$ м/с⁴.

2. Ускорение корабля на подводных крыльях меняется по закону $a = D + Bs + Cs^2$. Его масса равна M . Найти работу по перемещению корабля на участке пути (s_1, s_2) .

3. При перемещении груза на расстояние $S = 70$ см равномерно возрастающей силой была затрачена работа 120 Дж. Определить значение F_2 силы в конце перемещения, если ее значение в начале $F_1 = 20$ Н. Считать силу направленной вдоль перемещения во всем его протяжении.

4. На металлическую пластину длиной $l = 1000$ мм и поперечным сечением $S = 80 \times 3$ мм² нормально к сечению действует сила $F = 3 \cdot 10^4$ Н. Определить абсолютное изменение длины и ширины пластины, если модуль упругости $E = 0,2 \cdot 10^{12}$ Н/м², а коэффициент Пуассона $\gamma = 0,3$.

26

5. Выведите формулу для момента инерции тонкого стержня массой m и длиной l относительно оси, проходящей через центр тяжести, перпендикулярно его длине. Пользуясь теоремой Штейнера, определите момент инерции относительно параллельной оси, проходящей через конец стержня.

6. Найти зависимость ускорения свободного падения на полюсе от высоты тела над уровнем моря. На каком расстоянии от поверхности Земли ускорение уменьшается вдвое?

7. Какую работу необходимо совершить, чтобы вывести тело массой $m = 500$ кг на орбиту искусственной планеты солнечной системы?

8. Тело массой m совершает колебания по закону $x = x_0 \sin \alpha t$. Определить силу, действующую на тело, и его максимальную кинетическую энергию.

Вариант 8

1. Самолет летит по компасу с севера на юг со скоростью 650 км/ч. Ветер дует под углом 47° к направлению север - юг со скоростью 20 км/ч и относит самолет в западном направлении. Определить скорость и курс самолета.

2. Скорость реактивного самолета на некотором участке меняется с расстоянием по закону $v = D + Bs$. Найти работу за промежуток времени (t_1, t_2) , если масса самолета m . В момент времени t_1 скорость равна v_1 .

3. Стальной и медный провода, длины которых равны соответственно 1 м и 0,6 м, а сечения - 1,5 мм², скреплены концами. Вычислить удлинение проводов, если растягивающая их сила равна 400 Н.

4. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин с коэффициентами жесткости $k_1 = 400$ Н/м и $k_2 = 250$ Н/м, если первая пружина при этом растянулась на $\Delta l = 2$ см.

5. Определить момент инерции вала массой $m = 5$ кг и радиусом $R = 0,02$ м относительно оси, совпадающей с его осью симметрии.

27

6. Найти изменение ускорения свободного падения тела на глубине h от поверхности Земли. Определить ускорение свободного падения на глубине 1,2 км шахтного ствола. На поверхности Земли положить ускорение свободного падения равным стандартному ускорению силы тяжести. Плотность Земли считать постоянной. Считать, что со стороны вышележащего слоя тело не испытывает никакого притяжения.
7. Для осуществления всемирной телевизионной связи достаточно иметь три спутника Земли, вращающихся по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток и расположенных друг относительно друга под углом 120° . Период обращения каждого спутника $T=24$ ч. Определить радиус орбиты и линейную скорость такого спутника.
8. Тело движется под действием силы $F = f \cos \alpha t$ по закону $x = c \sin \alpha t$. Найти работу силы за время от $t = t_H$ до $t = t_K$. Найти работу силы за один период действия и среднюю мощность за тот же период.

Вариант 9

- За какое время самолет преодолет расстояние 390 км, если скорость его в воздухе 360 км/ч, а скорость попутно-бокового ветра, направленного под углом 60° к курсу, равна 20 м/с?
- На моторную лодку, движущуюся на север, действует сила ветра F_p . Направление силы ветра меняется по закону $\alpha = Bs$, где α - угол между направлением силы F_p и перемещением s ($B = \text{const}$). Найти работу ветра, если его направление изменилось с южного на восточный.
- Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на $\Delta l = 3$ мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты $h = 8$ см?
- Две пружины жесткостью $k_1 = 0,5$ кН/м и $k_2 = 1$ кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации $\Delta l = 4$ см.

28

5. Вычислить момент инерции тонкого обода радиусом $r = 0,5$ м. Масса обода 3 кг.
6. На какой высоте h над поверхностью Земли напряженность гравитационного поля равна 1 Н/кг ? Радиус Земли R считать известным.
7. Луна движется вокруг Земли со скоростью $v_1 = 1,02$ км/с. Среднее расстояние между Луной и Землей равно $60,3 R$ (R - радиус Земли). Определить по этим данным, с какой скоростью v_2 должен двигаться искусственный спутник, вращающийся вокруг Земли на незначительной высоте над ее поверхностью.
8. На тело действует сила, изменяющаяся по закону $F = A \cos \omega t$ (A и ω - постоянные числа). Найти закон движения тела при условии, что для $t=0: x=0, v=0$. Показать, что такое движение является колебательным. Определить период колебания, наибольшее значение $x(t)$ и наибольшее значение скорости $v(t)$.

Вариант 10

- Человек переправляется на лодке из пункта A в пункт B , находящийся на кратчайшем расстоянии от A на противоположном берегу. Скорость лодки относительно воды 2,5 м/с, скорость течения реки 1,5 м/с. Какое минимальное время потребуется ему для этого, если ширина реки 800 м?
- Сани, движущиеся горизонтально по льду со скоростью 5 м/с, выезжают на дорогу. Определить расстояние, пройденное санями по дороге, если их длина 1 м, а коэффициент трения саней о поверхность дороги 0,5. Трением саней о лед пренебречь.
- Стальной провод длиной 100 см и площадью поперечного сечения $0,025 \text{ см}^2$ под действием нагрузки удлинится на 0,3 см. Определить силу растяжения.
- Какую работу A нужно совершить, чтобы пружину жесткостью $k = 800$ Н/м, сжатую на $x = 6$ см, дополнительно сжать на $\Delta x = 8$ см?
- Определить момент инерции полого шара массой $m = 0,5$ кг относительно касательной к внешней поверхности шара. Внешний радиус шара $R = 0,02$ м, внутренний - $r = 0,01$ м.

29

6. Определить ускорение свободного падения на поверхности Луны g_L , если на поверхности Земли ускорение свободного падения g считать известным.
7. На какой высоте должен вращаться искусственный спутник Земли, чтобы он находился все время над одной и той же точкой Земли?
8. Под действием силы $F = A \cos \omega t$ движется тело массой m . В момент времени $t = 0$ скорость тела $v = 0$. Найти выражение для кинетической энергии тела. Определить максимум кинетической энергии.

9. СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

Таблица 1

ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Физическая величина	Численное значение
Гравитационная постоянная	$\gamma = 6,67259(85) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
Ускорение силы тяжести стандартное (ускорение свободного падения)	$g = 9,80665 \text{ мс}^{-2}$ (точно).

Таблица 2

МНОЖИТЕЛИ, ПРИСТАВКИ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ, КРАТНЫХ ЕДИНИЦ

Множитель	Приставка		Пример
	Наименование	Обозначение	
10^{12}	Тера	T	Терагерц - ТГц
10^9	Гига	G	Гигаватт - ГВт
10^6	Мега	M	Мегаджоуль - МДж
10^3	Кило	k	Килограмм - кг
10^{-1}	Деци	d	Дециметр - дм
10^{-2}	Санти	c	Сантиметр - см
10^{-3}	Милли	m	Милливольт - мВ
10^{-6}	Микро	mk	Микроампер - мкА
10^{-9}	Нано	n	Нанокюлон - нКл
10^{-12}	Пико	p	Пикофарада - пФ

30

НЕКОТОРЫЕ АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Таблица 3

Физическая величина	Численное значение
Средний радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	5500 кг/м^3
Масса Земли	$5,96 \cdot 10^{24}$ кг
Средний радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,97 \cdot 10^{30}$ кг
Средний радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,3 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние между центрами Луны и Земли	$3,84 \cdot 10^8$ м
Среднее расстояние между центрами Земли и Солнца	$1,5 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27 суток 7 ч 43 мин
Средняя плотность Солнца	1400 кг/м^3

Таблица 4

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛОВ

Металл	Алюминий	Железо (сталь)	Медь
Плотность, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	$2,7 \cdot 10^3$	$7,87 \cdot 10^3$ ($7,87 \cdot 10^3$)	$8,92 \cdot 10^3$
Модуль упругости (Юнга), ГПа	70,8	211 (211)	129