

**Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ**

---

**Кафедра «Электротехника»**

## **ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

**Задание на контрольные работы  
для студентов заочного факультета  
с методическими указаниями**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2005**

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания предназначены для самостоятельной подготовки студентов-заочников к выполнению контрольных работ по расчету цепей переменного тока.

Перед выполнением работ необходимо проработать соответствующие разделы учебников и изучить материал данных методических указаний.

В соответствии с учебными планами, действующими с 2011 года, студенты строительных специальностей СЖД, МТ и Т выполняют по дисциплине «Электротехника» две контрольные работы.

В данных методических указаниях приведены варианты задач по расчету и анализу цепей однофазного и трехфазного тока, оформленные в виде двух контрольных работ.

В первую контрольную работу включены задачи по расчету цепей однофазного тока двумя методами: параметрическим и символическим (с использованием аппарата комплексных чисел).

Студенты специальностей СЖД, МТ и Т выполняют в контрольной работе №1 8 задач (1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 2.1, 2.4).

Контрольная работа №2 содержит одну задачу по расчету символическим методом трехфазной цепи, соединенной по схеме «звезда с нейтральным проводом». Студенты строительных специальностей ведут расчет этой цепи только в нормальном режиме (при наличии нейтрального провода).

Контрольные работы выполняются студентами-заочниками до лабораторно-экзаменационной сессии не позднее, чем за две недели до начала занятия по данной дисциплине и сдаются на проверку.

Каждый студент выполняет контрольные работы в соответствии с заданным вариантом. Номер варианта для контрольной работы №1 определяется по последней цифре учебного шифра студента, а вариант контрольной работы №2 – по двум последним, причем если в учебном шифре одна цифра, то предпоследней цифрой необходимо считать ноль.

***При оформлении контрольных работ необходимо соблюдать следующие требования:***

1) Контрольные работы следует выполнять чернилами, оставляя поля для замечаний преподавателя.

2) Контрольные задачи решать в общем виде, подробно объясняя основные этапы решения. В полученные формулы подставлять цифровые значения величин, указывая размерность полученного результата.

3) Все рисунки графики, векторные диаграммы выполнять аккуратно, в достаточно крупном масштабе. Для выполнения графиков и векторных диаграмм пользоваться миллиметровкой.

4) Схемы и векторные диаграммы выполнять с помощью чертежных инструментов, элементы схем обозначать в соответствии с ГОСТом.

5) В начале контрольной работы указать фамилию, имя, отчество, учебный шифр, специальность, наименование и год издания методических указаний, которыми он пользовался.

6) В конце контрольной работы проставить дату ее выполнения и личную подпись студента.

Контрольные работы зачитываются, если решение всех задач выполнено принципиально правильно и отвечает перечисленным требованиям. В случае если контрольная работа не зачтена, все исправления должны быть выполнены в той же тетради после подписи преподавателя-рецензента.

К сдаче экзамена по дисциплине «Электротехника и электроника» допускаются студенты, выполнившие лабораторные работы и защитившие отчеты по ним, а также имеющие зачтенные контрольные работы.

## 1. РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

### 1.1. Цепь с последовательным соединением приемников

Приемник электрической энергии, включенный в цепь синусоидального тока, в отличие от цепи постоянного тока в общем случае, кроме электрического (активного) сопротивления  $r$ , обладает индуктивным  $x_L$  и емкостным  $x_C$  сопротивлениями, причем

$$x_L = \omega L = 2\pi fL, \quad x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC},$$

где  $L$  – индуктивность;  $C$  – емкость;  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота;  $f$  – частота питающей сети.

Рассмотрим цепь с последовательным соединением  $r$ ,  $L$  и  $C$ , представленную на рисунке 1.1а.

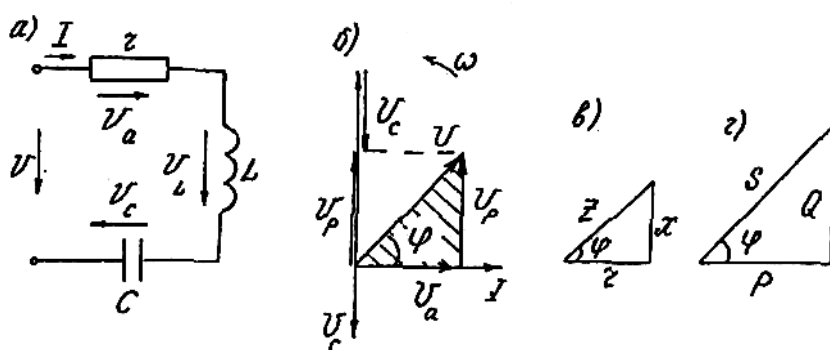


Рис.1.1

Можно показать, что при общем для всей цепи токе  $i = I_m \sin \omega t$  напряжение на активном сопротивлении  $u = U_{m_a} \sin \omega t$  совпадает по фазе с током, напряжение на индуктивном элементе  $u_L = U_{m_L} \sin(\omega t + \pi/2)$  опережает ток на угол  $\pi/2$ , напряжение на емкости  $u_C = U_{m_C} \sin(\omega t - \pi/2)$  отстает от тока на угол

$\pi/2$ . Согласно второму закону Кирхгофа, для мгновенных значений синусоидальных напряжений справедливо соотношение  $u = u_a + u_L + u_C$ .

Как известно, можно заменить операции алгебраического сложения мгновенных значений синусоидальных величин операциями геометрического сложения вращающихся векторов, изображающих эти синусоиды  $\vec{U}_m = \vec{U}_{m_a} + \vec{U}_{m_L} + \vec{U}_{m_C}$ , а для действующих значений  $\vec{U} = \vec{U}_a + \vec{U}_L + \vec{U}_C$ , где согласно закону Ома:  $U_m = I_m z$ ;  $U_{m_a} = I_m r$ ;  $U_{m_L} = I_m x_L$ ;  $U_{m_C} = I_m x_C$ . Разделив обе части этих равенств на  $\sqrt{2}$ , получим:  $U = Iz$ ;  $U_a = Ir$ ;  $U_L = Ix_L$ ;  $U_C = Ix_C$ .

Графическое решение векторного уравнения  $\vec{U} = \vec{U}_a + \vec{U}_L + \vec{U}_C$  представляет собой векторную диаграмму напряжений, представленную на рисунке 1.1б. Из диаграммы видно, что индуктивное и емкостное напряжения находятся в противофазе, образуя вектор реактивного напряжения  $\vec{U}_p = \vec{U}_L - \vec{U}_C = \vec{I}x$ , где  $x = x_L - x_C$  – реактивное сопротивление. На диаграмме можно выделить прямоугольный векторный треугольник напряжений (на рис. 1.1б он заштрихован). По теореме Пифагора

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = \sqrt{I^2 r^2 + I^2 x^2} = I\sqrt{r^2 + x^2} = Iz,$$

где  $z = \sqrt{r^2 + x^2}$  – полное сопротивление цепи. Разделив стороны треугольника напряжений на ток  $I$ , получим подобный исходному треугольник сопротивлений (см. рис. 1.1в). Из треугольника сопротивлений вытекают следующие соотношения:

$$\cos \varphi = \frac{r}{z}; \quad \sin \varphi = \frac{x}{z}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{r}; \quad \varphi = \arccos \frac{r}{z} = \arcsin \frac{x}{z} = \operatorname{arctg} \frac{x}{r}.$$

Умножив стороны треугольника напряжений на ток или стороны треугольника сопротивлений на квадрат тока, получим треугольник мощностей (см. рис. 1.1г) со сторонами:

$$P = U_a I = I^2 r = S \cos \varphi \text{ Вт} - \text{активная мощность};$$

$$Q = Q_L - Q_C = U_p I = I^2 x = S \sin \varphi \text{ вар} - \text{реактивная мощность};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI = I^2 z \text{ ВА} - \text{полная мощность}.$$

## 1.2. Цепь с параллельным соединением ветвей

Имея на векторной диаграмме (см. рис. 1.2а) правильно ориентированные друг относительно друга вектор напряжения  $\vec{U}$  и вектор тока  $\vec{I}$ , можно представить последний в виде двух составляющих.

Составляющую тока, совпадающую по направлению с вектором напряжения, называют *активной составляющей*, или *активным током* ( $I_a$ ), составляющую, перпендикулярную вектору напряжения – *реактивной составляющей*, или *реактивным током* ( $I_p$ ).

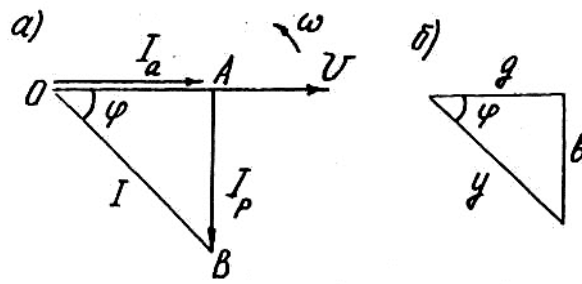


Рис. 1.2

$\Delta OAB$  на рисунке 1.2а называется *треугольником токов*, из него следует:

$$I_a = I \cos \varphi; \quad I_p = I \sin \varphi; \quad I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}.$$

Воспользовавшись законом Ома  $I = \frac{U}{Z}$  и соотношениями, вытекающими из треугольника сопротивлений, получим:

$$\cos \varphi = \frac{r}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{X}{Z}.$$

Для активного, реактивного и полного токов можно получить следующие формулы:

$$I_a = I \cos \varphi = \frac{U}{Z} \cdot \frac{r}{Z} = Ug, \quad \text{где } g = \frac{r}{Z^2} \text{ — активная проводимость;}$$

$$I_p = I \sin \varphi = \frac{U}{Z} \cdot \frac{X}{Z} = Ub, \quad \text{где } b = \frac{X}{Z^2} \text{ — реактивная проводимость;}$$

$$I = U \frac{1}{Z} = Uy, \quad \text{где } y = \frac{1}{Z} \text{ — полная проводимость.}$$

Размерность проводимости:

$$[g] = [b] = [y] = \frac{1}{\text{Ом}} = \text{Ом}^{-1} = \text{См} \text{ (Сименс)}.$$

Так как  $r > 0$  и  $Z > 0$ , то всегда  $g > 0$  и  $y > 0$ ; при  $X > 0$  и  $b > 0$ ; при  $X < 0$  и  $b < 0$ .

Разделив величину каждой из сторон треугольника токов на  $U$ , получим треугольник проводимостей (см. рис. 1.2б). Из него следует:

$$\cos \varphi = \frac{g}{y}; \quad \sin \varphi = \frac{b}{y}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g}; \quad y = \sqrt{g^2 + b^2};$$

$$\varphi = \arccos \frac{g}{y} = \arcsin \frac{b}{y} = \operatorname{arctg} \frac{b}{g}.$$

На рисунке 1.3а приведена разветвленная цепь с тремя параллельными ветвями. На основании первого закона Кирхгофа  $i = i_1 + i_2 + i_3$ . Синусоидальные токи можно представить вращающимися векторами и заменить ал-

гебраическое сложение мгновенных значений токов геометрическим сложением действующих значений изображающих их векторов:

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$$

Решить данное уравнение, т.е. определить токи в ветвях ( $I_1, I_2, I_3$ ) и в неразветвленной части цепи  $I$ , можно аналитическим методом, который называется *методом проводимостей*. Он основан на представлении токов в ветвях и неразветвленной части цепи в виде активных и реактивных составляющих (см. рис. 1.3б).

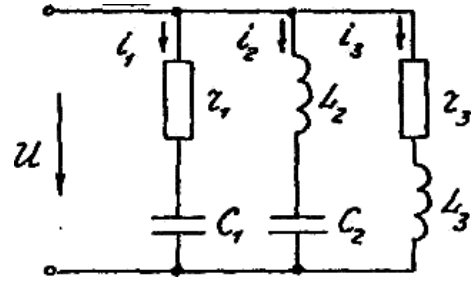


Рис. 1.3а

С помощью векторных диаграмм токов для всей цепи и для параллельных ветвей, совмещенных на одном графике, доказываются следующие положения.

1. Эквивалентная активная проводимость всей цепи равна арифметической сумме активных проводимостей параллельных ветвей:

$$g = g_1 + g_3.$$

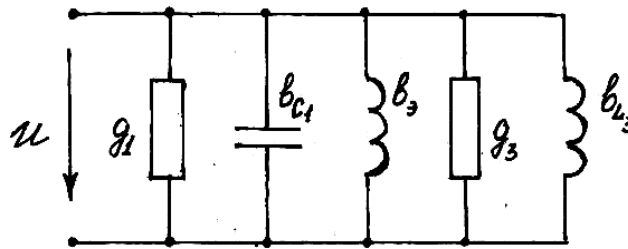


Рис.1.3б

2. Эквивалентная реактивная проводимость всей цепи равна алгебраической сумме реактивных проводимостей параллельных ветвей:

$$b = -b_{C1} + b_{L2} - b_{C2} + b_{L3}.$$

При этом эквивалентная полная проводимость всей цепи

$$y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2}; \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{b_3}{g_3}.$$

Полученные формулы позволяют вести расчет цепи однофазного тока с параллельным соединением ветвей без графических построений.

*Частные случаи:*

1.  $r \neq 0; x_L = 0; x_C = 0; g = \frac{r}{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \frac{1}{r}; b = 0.$

2.  $r = 0; x_L \neq 0; x_C = 0; b = \frac{x_L - x_C}{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \frac{1}{x_L} = b_L; g = 0; b_C = 0.$

3.  $r = 0; x_L = 0; x_C \neq 0; b = \frac{x_L - x_C}{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \frac{1}{x_C} = -b_C; g = 0; b_L = 0.$

### 1.3. Цепь со смешанным соединением приемников

На рисунке 1.4а изображена схема цепи однофазного тока, содержащая три параллельных ветви между узлами а и б и неразветвленную часть с последовательным соединением активного  $r$  и индуктивного  $x_L$ , сопротивлений.

Для определения токов в неразветвленной части цепи ( $I$ ) и параллельных ветвях ( $I_1, I_2, I_3$ ) при заданном напряжении на зажимах цепи и известных сопротивлениях необходимо цепь со смешанным соединением приемников привести к неразветвленной цепи. Для этого следует определить эквивалентные активное, реактивное и полное сопротивления параллельных ветвей из формул:

$$g_3 = \frac{r_3}{z_3^2}; \quad b_3 = \frac{x_3}{z_3^2}; \quad z_3 = \frac{1}{y_3},$$

согласно которым

$$r_3 = g_3 z_3^2; \quad x_3 = b_3 z_3^2; \quad z_3 = \sqrt{r_3^2 + x_3^2},$$

после чего в зависимости от знака реактивного сопротивления осуществляется переход к одной из следующих неразветвленных цепей (см. рис. 1.4б, в).

В соответствии с законом Ома ток в цепях, изображенных на рисунке 1.4б, в, равный току в неразветвленной части исходной цепи, определяется по одной из формул:

$$I = \frac{U}{z_{\text{п}}} = \frac{U}{\sqrt{(r+r_3)^2 + (x_L + x_{L3})^2}}; \quad I = \frac{U}{z_{\text{п}}} = \frac{U}{\sqrt{(r+r_3)^2 + (x_L - x_{C3})^2}},$$

где  $z_{\text{п}}$  – полное сопротивление всей цепи.

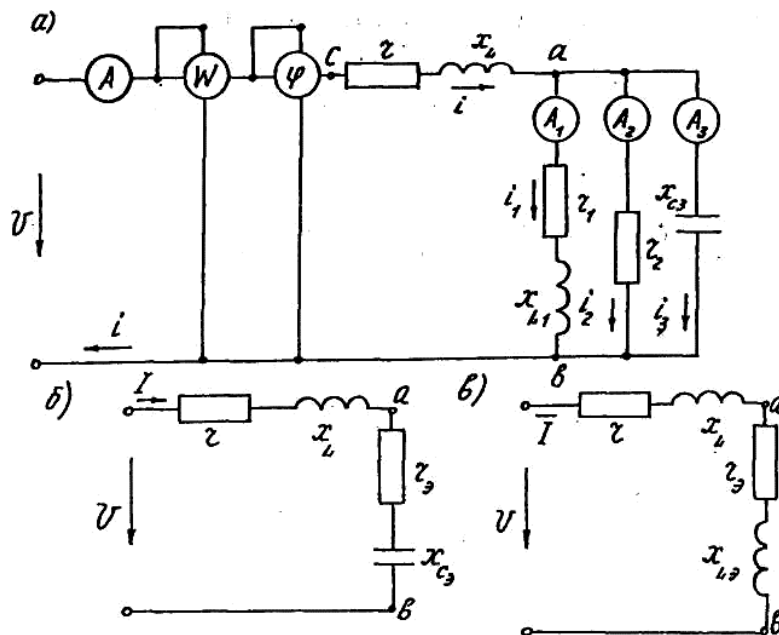


Рис. 1.4

Токи в параллельных ветвях определяются через величину напряжения между узлами а и b:  $U_{ab} = Iz_3$ .

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{z_1} = U_{ab} y_1; \quad I_2 = \frac{U_{ab}}{z_2} = U_{ab} y_2; \quad I_3 = \frac{U_{ab}}{z_3} = U_{ab} y_3,$$

где  $y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}$ ;  $y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2}$ ;  $y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2}$ .

Угол сдвига фаз между током в неразветвленной части цепи и напряжением на ее зажимах

$$\varphi = \arccos \frac{(r + r_3)}{z_n} = \arctg \frac{x_L \pm x_3}{r + r_3}.$$

Мощности в рассматриваемой цепи:

$$P = UI \cos \varphi, \text{ Вт};$$

$$Q = UI \sin \varphi, \text{ вар};$$

$$S = UI, \text{ ВА}.$$

Рассмотрим численный пример анализа цепи, показанной на рисунке 1.4а при следующих исходных данных:  $U = 100\text{В}$ ;  $r = 1,4\text{Ом}$ ;  $x_L = 0,2\text{Ом}$ ;  $r_1 = 4\text{Ом}$ ;  $x_{L1} = 2\text{Ом}$ ;  $r_2 = 5\text{Ом}$ ;  $x_{C3} = 2,5\text{Ом}$ . Необходимо определить показания электроизмерительных приборов, построить векторную диаграмму и временные диаграммы напряжения, тока и мощности на входных зажимах цепи. Найдем эквивалентные проводимости параллельных ветвей, включенных между узловыми точками а и b (см. рис. 1.4а).

$$g_1 = \frac{r_1}{r_1^2 + x_{L1}^2} = \frac{4}{4^2 + 2^2} = 0,2\text{Ом}^{-1}; \quad b_{L1} = \frac{x_{L1}}{r_1^2 + x_{L1}^2} = \frac{2}{4^2 + 2^2} = 0,1\text{Ом}^{-1};$$

$$g_2 = \frac{r_2}{r_2^2} = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{5} = 0,2\text{Ом}^{-1}; \quad b_{C3} = \frac{-x_{C3}}{(-x_{C3})^2} = \frac{-1}{x_{C3}} = \frac{-1}{2,5} = -0,4\text{Ом}^{-1}.$$

Эквивалентная активная проводимость разветвленной части цепи:

$$g_3 = g_1 + g_2 = 0,2 + 0,2 = 0,4\text{Ом}^{-1}.$$

Эквивалентная реактивная проводимость всей цепи:

$$b_3 = b_{L1} + b_{C3} = 0,1 - 0,4 = -0,3\text{Ом}^{-1}.$$

Полная проводимость разветвленной части цепи:

$$y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2} = \sqrt{0,4^2 + (-0,3)^2} = 0,5\text{Ом}^{-1}.$$

Рассмотрим эквивалентную последовательную цепь между узловыми точками а и b (см. рис. 1.4б):

$$z_3 = \frac{1}{y_3} = \frac{1}{0,5} = 2\text{Ом};$$

$$r_3 = g_3 z_3^2 = 0,4 \cdot 2^2 = 1,6\text{Ом};$$

$$x_3 = b_3 z_3^2 = -0,3 \cdot 2^2 = -1,2\text{Ом}.$$

Найдем полное сопротивление всей цепи (см. рис. 1.4б):

$$z_n = \sqrt{(r_1 + r_3)^2 + (x_L + x_3)^2} = \sqrt{(1,4 + 1,6)^2 + (0,2 - 1,2)^2} = \sqrt{10} = 3,17\text{Ом}.$$

Ток в неразветвленной части цепи (показание амперметра А на схеме рис. 1.4а)  $I = \frac{U}{z_{\Pi}} = \frac{100}{3,17} = 31,7 \text{ Ом}$ .

Коэффициент мощности (показание фазометра φ):

$$\cos \varphi = \frac{r + r_3}{z_{\Pi}} = \frac{1,4 + 1,6}{3,17} = 0,947;$$

$$\varphi = \arctg \frac{x_L + x_3}{r + r_3} = \arctg \frac{0,2 - 1,2}{1,4 + 1,6} = \arctg\left(-\frac{1}{3}\right) = -19^{\circ}.$$

Активная мощность (показание ваттметра W):

$$P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 31,7 \cdot 0,947 = 3000 \text{ Вт}.$$

Напряжение между узловыми точками а и b:

$$U_{ab} = Iz_3 = 31,7 \cdot 2 = 63,4 \text{ В}.$$

Токи параллельных ветвей (показания амперметров А<sub>1</sub>, А<sub>2</sub>, А<sub>3</sub>):

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{z_1} = \frac{U_{ab}}{\sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2}} = \frac{63,4}{\sqrt{4 + 2}} = 14,1 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{z_2} = \frac{U_{ab}}{r_2} = \frac{63,4}{5} = 12,7 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{z_3} = \frac{U_{ab}}{x_{C3}} = \frac{63,4}{2,5} = 25,3 \text{ А}.$$

Для построения векторной диаграммы необходимо также определить углы сдвига по фазе токов в параллельных ветвях относительно напряжения  $U_{ab}$ :

$$\varphi_1 = \arctg \frac{x_{L1}}{r_1} = \arctg \frac{2}{4} = 26,5^{\circ};$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{x_2}{r_2} = \arctg \frac{0}{5} = 0^{\circ};$$

$$\varphi_3 = \arctg \frac{x_{C3}}{r_3} = \arctg \frac{-2,5}{0} = -90^{\circ},$$

а также угол  $\varphi_{ab}$  сдвига между током I в неразветвленной части цепи и напряжением  $U_{ab}$

$$\varphi_{ab} = \arctg \frac{x_3}{r_3} = \arctg \frac{-1,2}{1,6} = -37^{\circ}$$

и угол  $\varphi_{ca}$  между током I и напряжением  $U_{ca}$  на неразветвленной части цепи

$$\varphi_{ca} = \arctg \frac{x_L}{r} = \arctg \frac{0,2}{1,4} = 8,14^{\circ}.$$

Напряжение в неразветвленной части цепи

$$U_{ca} = I \sqrt{r^2 + x_L^2} = 31,7 \sqrt{1,4^2 + 0,2^2} = 44,7 \text{ В}.$$

Векторная диаграмма для рассматриваемой цепи (см. рис. 1.4а) представляет собой графическое решение уравнений, записанных на основании первого и второго законов Кирхгофа:

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3; \quad \vec{U} = \vec{U}_{ca} + \vec{U}_{ab}.$$

Построение векторной диаграммы (см. рис. 1.5) следует начинать (задавшись предварительно масштабами для напряжения и тока) с вектора напряжения  $U = 100\text{В}$ .

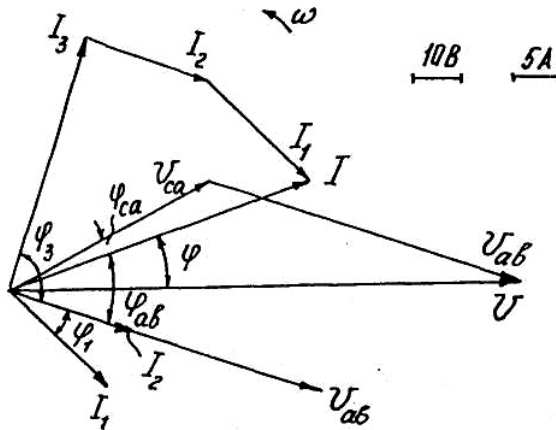


Рис. 1.5

Под углом  $\varphi = -19^\circ$  к вектору напряжения строится в масштабе вектор тока  $I = 31,7\text{А}$ . Под углом  $\varphi_{ab} = -37^\circ$  к вектору тока направляется вектор напряжения  $U_{ab}$  разветвленной части цепи, относительно которого строятся векторы токов  $I_1 = 14,2\text{А}$ ;  $I_2 = 12,7\text{А}$ ;  $I_3 = 25,35\text{А}$  с учетом углов сдвига по фазе:  $\varphi_1 = 26,5^\circ$ ;  $\varphi_2 = 0^\circ$ ;  $\varphi_3 = -90^\circ$ . При сложении векторов тока  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  по правилу многоугольника должен получиться построенный ранее вектор тока  $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{I}$ . Вектор падения напряжения  $U_{ca} = 44,7$  строится под углом  $\varphi_{ca} = 8,14^\circ$  к вектору тока  $I$ . В сумме с вектором  $U_{ab}$  он должен равняться вектору напряжения  $U$  на входе цепи:  $\vec{U}_{ca} + \vec{U}_{ab} = \vec{U}$ .

#### 1.4. Построение графиков (волновых диаграмм) мгновенных значений напряжения, тока и мощности

Для построения временных (волновых) диаграмм напряжения, тока и мощности на входных зажимах цепи необходимо построить векторную диаграмму для амплитудных значений напряжения  $U_m = \sqrt{2}U$  и тока  $I_m = \sqrt{2}I$  с учетом угла сдвига  $\varphi$  между ними. На рисунке 1.6 такая векторная диаграмма построена для момента  $t = 0$  применительно к рассмотренному выше числовому примеру (см. схему на рис. 1.4а).

Очевидно, что для указанного на рис. 1.6 расположения векторов можно записать выражения для мгновенных значений напряжения, тока

$$u = U_m \sin \omega t, \quad i = I_m \sin(\omega t + \varphi);$$

И МОЩНОСТИ

$$p = ui = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi) = P - S \cos(2\omega t + \varphi).$$

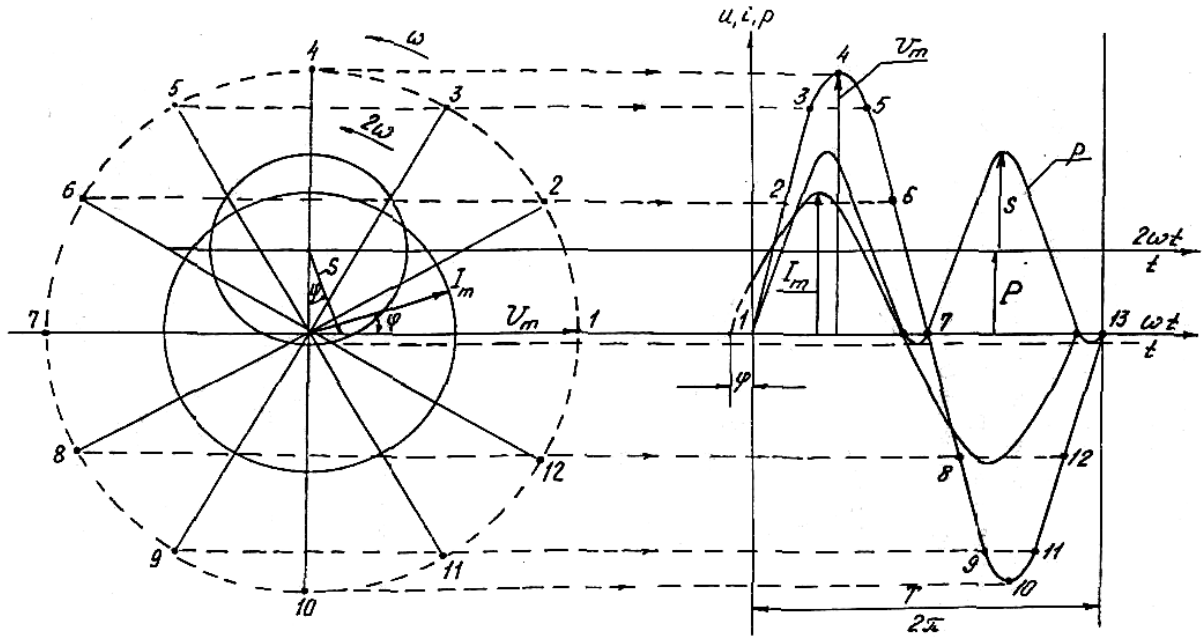


Рис. 1.6

Синусоиды напряжения и тока можно получить вращением с угловой частотой  $\omega$  против часовой стрелки векторов  $U_m$  и  $I_m$ , и проектированием их на вертикальную ось (ось мгновенных значений). На рисунке 1.6 показан порядок построения синусоиды напряжения с фиксацией вращающегося вектора  $U_m$  через каждые  $30^\circ$ . Кривую мгновенной мощности можно получить вращением с двойной угловой частотой  $2\omega$  вектора амплитуды косинусоиды двойной частоты  $S = UI$  из центра вращения, расположенного над осью абсцисс на расстоянии  $P = S \cos \varphi$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1. ЗАДАЧИ К РАЗДЕЛУ 1 «РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ МЕТОДОМ»

## Задача 1.1

В цепь переменного тока с частотой 50Гц (см. рис. 1.7, табл. 1.1) включена катушка, обладающая активным сопротивлением  $r$  и индуктивным сопротивлением  $x_L$ . К цепи приложено напряжение  $u = U_m \sin \omega t$ .

Определить показания измерительных приборов, включенных в цепь, а также реактивную и полную мощности цепи. Построить треугольник сопротивлений и векторную диаграмму.

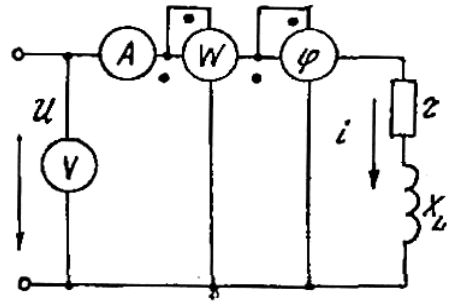


Рис. 1.7

Таблица 1.1

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$r, \text{ Ом}$	3	4	5	3,6	6,34	6	9	8	10	8,3
$x_L, \text{ Ом}$	4	3	3,32	6	4,9	6,7	8,34	6	6,65	10
$U_m, \text{ В}$	282	141	282	141	282	141	282	141	282	141

## Задача 1.2

В цепь переменного тока (см. рис. 1.8, табл. 1.2) последовательно включены резистор с активным сопротивлением  $r$  и конденсатор емкостью  $C$ . К цепи подведено переменное напряжение частотой 50Гц.

Определить показания измерительных приборов, включенных в цепь, реактивную мощность цепи; построить векторную диаграмму и треугольник сопротивлений.

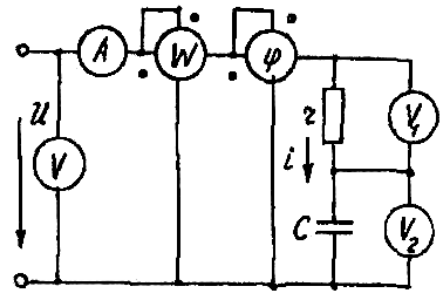


Рис. 1.8

Таблица 1.2

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$r, \text{ Ом}$	25	30	40	50	60	70	80	90	100	120
$C, \text{ мкФ}$	50	60	70	80	90	100	40	110	120	150
$U_m, \text{ В}$	141	282	141	282	141	282	141	282	141	282

### Задача 1.3

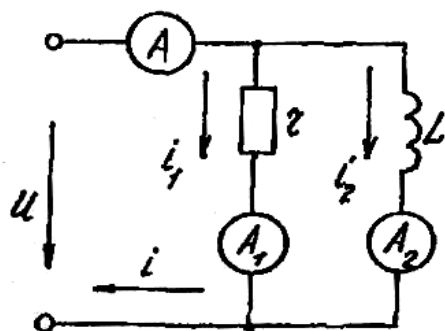


Рис. 1.9

В сеть переменного тока (см. рис. 1.9, табл. 1.3), напряжение в которой изменяется по закону  $u = U_m \sin \omega t$ , параллельно включены резистор с активным сопротивлением  $r$  и катушка с индуктивностью  $L$ .

Определить показания измерительных приборов, включенных в цепь, написать выражение мгновенного значения тока в неразветвленной части цепи, построить векторную диаграмму.

Таблица 1.3

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U_m$ , В	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
$\omega$ , рад/с	314	628	1256	1570	1884	314	618	1236	1540	1854
$r$ , Ом	5	10	15	20	125	130	135	140	145	150
$L$ , мГц	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110

### Задача 1.4

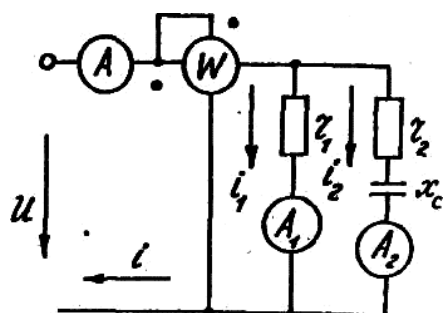


Рис. 1.10

В сеть переменного тока напряжением  $U$  включена цепь, состоящая из двух параллельных ветвей с сопротивлениями  $r_1$ ,  $r_2$  и  $x_c$  (см. рис. 1.10, табл. 1.4).

Определить показания измерительных приборов, реактивную мощность цепи, построить векторную диаграмму.

Таблица 1.4

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U$ , В	127	220	380	127	220	380	127	220	380	220
$r_1$ , Ом	5	10	15	10	5	20	8	12	18	15
$r_2$ , Ом	3	6	8	12	14	16	2	4	8	7,5
$x_c$ , Ом	4	9	10	8	10	20	6	8	3	9

### Задача 1.5

В сеть переменного тока напряжением  $U$  включена цепь, состоящая из двух параллельных ветвей с сопротивлениями  $r_1$ ,  $r_2$  и  $x_L$  (см. рис. 1.11, табл. 1.5).

Определить показания измерительных приборов, реактивную мощность цепи, построить векторную диаграмму.

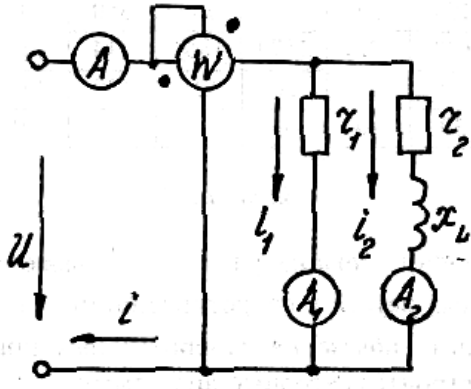


Рис. 1.11

Таблица 1.5

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U$ , В	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
$r_1$ , Ом	10	25	20	25	30	35	40	45	50	55
$r_2$ , Ом	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4
$x_L$ , Ом	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

### Задача 1.6

В сеть переменного тока напряжением  $U$  включена цепь, состоящая из ветвей с активным сопротивлением  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  индуктивным сопротивлением  $x_L$  и емкостным сопротивлением  $x_C$  (см. рис. 1.12, табл. 1.6).

Определить показания измерительных приборов, включенных в цепь, полную и реактивную мощность цепи; построить векторную диаграмму и треугольник мощностей.

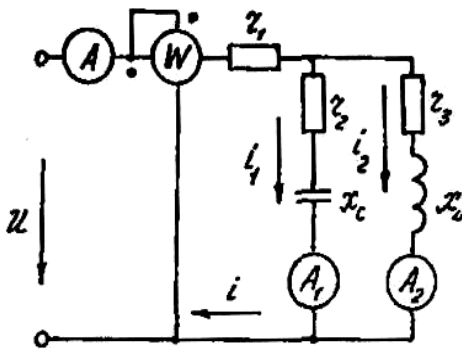


Рис. 1.12

Таблица 1.6

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U$ , В	110	150	200	250	300	350	380	400	500	600
$r_1$ , Ом	1,8	2,7	3,5	4	4,8	5,6	6,5	7	8	10
$r_2$ , Ом	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
$r_3$ , Ом	3,8	5,2	6,6	8	9,4	10,8	12,2	13,6	15	16,6
$x_C$ , Ом	10	8	6	4	12	14	17	12	14	10
$x_L$ , Ом	4,8	7,2	9,6	12	14,4	17,4	18	19,6	21,6	25,2

## Задача 1.7

В сеть переменного тока с напряжением  $U$  включена цепь, схема которой показана на рисунке 1.4а (номера вариантов – таблица 1.7). Необходимо определить показания приборов, построить векторную диаграмму и временные диаграммы напряжения, тока и мгновенной мощности на входных зажимах цепи.

Таблица 1.7

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U, В$	268.	200.	180	160	140	120	100	220	240	80
$r, Ом$	0,8	2,0	1,6,	1,6	1,4	1,2	1,0	2,2	2,4	1,0
$x_L, Ом$	1,6	1,0	2,4	1,8	2,0	2,1	1,5	1,8	2,2	1,2
$r_1, Ом$	3,0	8,0	4,0	5,0	6,0	7,0	3,6	4,2	9,0	2,0
$x_{L1}, Ом$	4,0	6,0	4,2	7,0	5,0	5,6	4,2	6,0	7,0	4,0
$r_2, Ом$	12,5	4,55	10,0	8,0	7,0	6,0	5,0	4,6	7,2	4,0
$x_{C3}, Ом$	16,7	6,25	12,0	11,0	10,0	9,0	8,0	7,0	10,0	5,0

## 2. РАСЧЕТ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА СИМВОЛИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Символический метод основан на использовании комплексных чисел. Сущность метода заключается в представлении вращающихся векторов синусоидальных величин комплексными числами. В результате все геометрические операции над векторами оказывается возможным заменить алгебраическими операциями над комплексными числами. Это позволяет использовать для расчета цепей синусоидального тока методы расчета цепей постоянного тока.

Всякий вектор можно аналитически выразить комплексным числом, если изобразить его на комплексной плоскости.

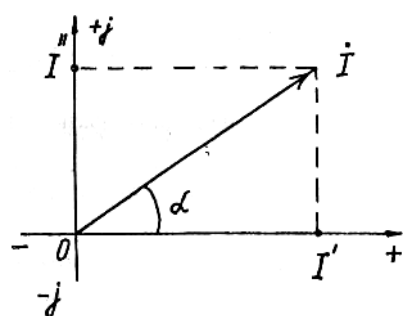


Рис. 2.1

На рисунке 2.1 на комплексной плоскости изображен вектор тока; соответствующее ему комплексное число в алгебраической форме записывается следующим образом:

$$\dot{I} = I' + jI''$$

где  $I'$  и  $I''$  – проекции вектора  $\dot{I}$  на действительную и мнимую оси прямоугольной системы координат;  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица.

Длина вектора  $\dot{I}$ , изображающего комплексное число, называется *модулем комплексного числа*:

$$|\dot{I}| = I = \sqrt{(I')^2 + (I'')^2}$$

Угол  $\alpha$  называется *аргументом комплексного числа*. Он определяет положение вектора относительно вещественной оси. Из рисунка 2.1 следует:

$$I' = I \cos \alpha; \quad I'' = I \sin \alpha.$$

Используя эти выражения, от алгебраической можно перейти к тригонометрической форме записи комплексного числа:

$$\dot{I} = I(\cos \alpha + j \sin \alpha).$$

Используя формулы Эйлера, можно перейти от тригонометрической к показательной форме записи комплексного числа:  $\dot{I} = I e^{j\alpha}$ .

Векторы, изображающие синусоидальные функции одной частоты, вращаются с одинаковой угловой скоростью, поэтому угол между соответствующим вектором и положительной полуосью действительных величин является функцией времени  $\alpha = \omega t + \psi$ . Поскольку векторы одной частоты вращаются с одинаковой угловой скоростью, углы между ними сохраняются неизменными в любой момент времени. Поэтому обычно векторную диаграмму на комплексной плоскости рассматривают как неподвижную для момента времени  $t = 0$ . При этом условии комплексные числа в показательной форме, соответствующие векторам тока, напряжения и ЭДС, записываются в виде  $\dot{I} = I e^{j\psi_i}$ ;  $\dot{U} = U e^{j\psi_u}$ ;  $\dot{E} = E e^{j\psi_e}$ . Их модулями являются действующие значения величин, а аргументами – начальные фазы. Для краткости комплексные числа, соответствующие электротехническим величинам, называют *комплексами этих величин*.

Два комплексных числа, отличающиеся только знаком при мнимой части называются *сопряженными*. Если исходное комплексное число обозначается буквой с точкой наверху, то соответствующее ему сопряженное комплексное число обозначается той же буквой со звездочкой наверху.

Произведение сопряженных комплексных чисел равно квадрату их модуля, то есть вещественному числу  $\dot{I} \cdot \dot{I}^* = (I' + jI'')(I' - jI'') = I'^2 + I''^2 = I^2$  или  $I e^{j\alpha} \cdot I e^{-j\alpha} = I^2$ .

*Комплексным сопротивлением цепи* переменного тока называется отношение комплекса напряжения  $\dot{U}$  к комплексу тока  $\dot{I}$ :

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = z e^{j\varphi} = z(\cos \varphi + j \sin \varphi) = r + jx,$$

где  $\psi_u$  и  $\psi_i$  – начальные фазы синусоид соответственно напряжения и тока;  $\varphi = \psi_u - \psi_i$  – угол сдвига по фазе между синусоидами напряжения и тока.

При записи сопротивления в комплексной форме вещественная часть комплексного сопротивления равна активному сопротивлению, а мнимая часть – реактивному. При индуктивном характере сопротивления мнимая часть положительна, а при емкостном – отрицательна.

*Комплексной проводимостью электрической цепи* называется отношение комплекса тока  $\dot{I}$  к комплексу напряжения  $\dot{U}$ .

$$\underline{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I e^{j\psi_I}}{U e^{j\psi_U}} = \frac{I}{U} e^{-j(\psi_I - \psi_U)} = \frac{I}{U} e^{-j\varphi} = y(\cos \varphi - j \sin \varphi) = g - jb,$$

где  $g$  – активная,  $b$  – реактивная,  $y = \sqrt{g^2 + b^2}$  – полная проводимости.

Необходимо обратить внимание на тот факт, что при эквивалентном переходе от комплексных сопротивлений к комплексной проводимости необходимо у реактивной оставляющей менять знак на противоположный.

Закон Ома в символической форме для цепи переменного тока:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \dot{U} \underline{Y}.$$

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма комплексных токов в узле электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \dot{I}_k = 0.$$

Второй закон Кирхгофа: во всяком замкнутом контуре алгебраическая сумма комплексных электродвижущих сил равна алгебраической сумме комплексных падений напряжения в ветвях, образующих этот контур:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \dot{E}_k = \sum_{k=1}^{k=n} \dot{I}_k \underline{Z}_k.$$

Комплексная мощность цепи переменного тока определяется как произведение комплекса напряжения  $\dot{U}$  на сопряженный комплекс тока  $\dot{I}^*$ :

$$\dot{S} = \dot{U} \dot{I}^* = U e^{j\psi_U} I e^{-j\psi_I} = UI e^{j(\psi_U - \psi_I)} = UI e^{j\varphi} = UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi = P + jQ,$$

где  $\dot{S}$  – комплекс мощности, ВА;  $P$  – активная мощность, Вт;  $Q$  – реактивная мощность, вар.

Таким образом, действительная (вещественная) часть комплекса мощности представляет собой активную мощность, а мнимая часть (без  $j$ ) – реактивную мощность. Модуль комплекса мощности равен полной мощности.

При решении задач символическим методом рекомендуется вектор напряжения, приложенного к цепи, совмещать с положительным направлением вещественной оси ( $\dot{U} = U e^{j0} = U$ ) для упрощения расчета и построения векторной диаграммы на комплексной плоскости.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1. ЗАДАЧИ К РАЗДЕЛУ 2 «РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА СИМВОЛИЧЕСКИМ МЕТОДОМ»

### Задача 2.1

В цепь переменного тока частотой 50Гц (см. рис. 2.2, табл. 2.1) включена катушка, обладающая активным сопротивлением  $r$  и индуктивным сопротивлением  $x_L$ . К цепи приложено напряжение  $u = U_m \sin \omega t$ .

Определить показания измерительных приборов, включенных в цепь, а также реактивную и полную мощность цепи. Построить векторную диаграмму на комплексной плоскости.

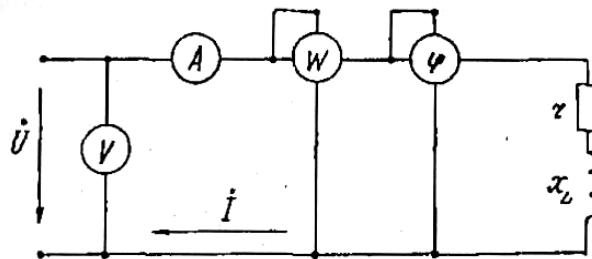


Рис. 2.2

Таблица 2.1

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$r, \text{ Ом}$	3	4	5	3,6	6,34	6	9	8	10	8,3
$x_L, \text{ Ом}$	4	3	3,32	6	4,9	6,7	8,34	6	6,55	10
$U_m, \text{ В}$	282	141	282	141	282	141	282	141	282	141

### Задача 2.2

В цепь переменного тока (см. рис. 2.3, табл. 2.2) последовательно включены резистор с активным сопротивлением  $r$  и конденсатор емкостью  $C$ . К цепи подведено переменное напряжение частотой 50Гц.

Определить показания измерительных приборов, включенных в цепь, реактивную и полную мощность цепи, построить векторную диаграмму на комплексной плоскости.

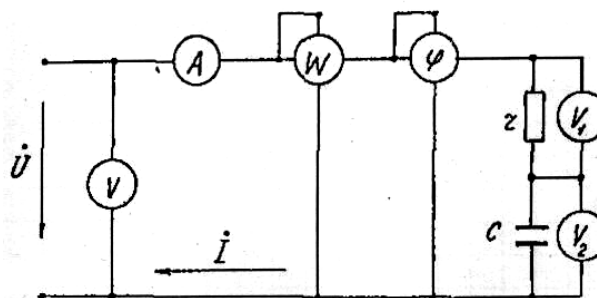


Рис. 2.3

Таблица 2.2

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U_m$ , В	141	282	141	282	141	282	141	282	141	282
$r$ , Ом	25	30	40	50	60	70	80	90	100	120
$C$ , мкФ	50	60	70	80	90	100	40	110	120	150

### Задача 2.3

В сеть с напряжением  $U$  включены последовательно два приемника (см. рис. 2.4, табл. 2.3), имеющие активные сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  и реактивные  $x_L$  и  $x_C$ .

Определить показания приборов, включенных в схему, активную и реактивную мощность каждого приемника и всей цепи и коэффициент мощности  $\cos\varphi$  всей цепи. Построить векторную диаграмму на комплексной плоскости.

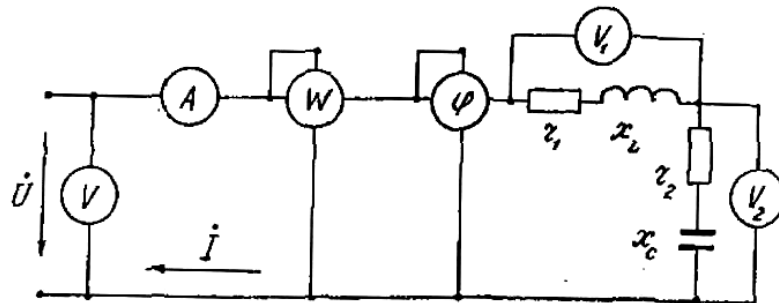


Рис. 2.4

Таблица 2.3

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U$ , В	50	100	150	200	75	50	75	100	150	200
$r_1$ , Ом	10	15	20	20	12	8	6	12	15	16
$x_L$ , Ом	8	6	10	15	12	12	10	14	8	14
$r_2$ , Ом	5	10	8	10	6	4	4	8	10	12
$x_C$ , Ом	4	8	14	8	15	15	8	10	10	10

### Задача 2.4

Цепь, состоящая из двух параллельных ветвей (см. рис. 2.5, табл. 2.4) имеет сопротивления  $r_1$ ,  $x_L$ ,  $r_2$ ,  $x_C$ .

Определить показания измерительных приборов, включенных в цепь, активную и реактивную мощность параллельных ветвей и всей цепи, если напряжение, приложенное к цепи, равно  $U$ . Построить векторную диаграмму на комплексной плоскости.

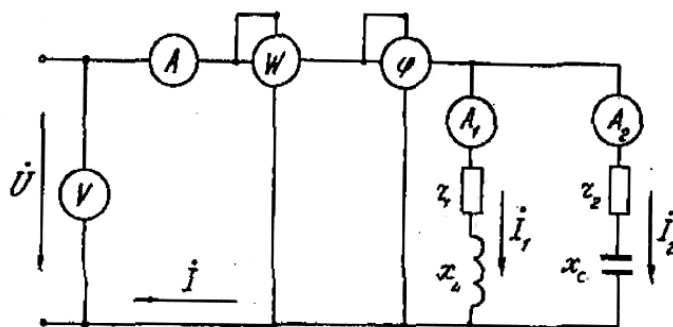


Рис. 2.5

Таблица 2.4

Величина	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
U, В	24	36	50	60	80	100	24	36	50	60
r <sub>1</sub> , Ом	4	6	8	10	12	15	6	8	10	12
x <sub>L</sub> , Ом	6	8	4	9	7	13	3	10	6	4
r <sub>2</sub> , Ом	5	3	6	8	8	7	4	6	5	7
x <sub>C</sub> Ом	8	6	7	8	10	9	8	7	8	6

### 3. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА СИМВОЛИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

На рисунке 3.1 показана цепь трехфазного тока, соединенная по схеме «звезда с нейтральным проводом». Соединение фаз генератора и приемника звездой предполагает объединение концов фаз генератора и приемника в нейтральные точки N и n и соединение их нейтральным проводом N–n. Начала одноименных фаз генератора и приемника соединены тремя линейными проводами A–a, B–b, C–c. На данном рисунке указаны концы фаз приемниках x, y, z, а концы фаз генератора X, Y, Z не обозначены.

*Фазным напряжением* называется напряжение между началом и концом одной и той же фазы, а *линейным* – напряжение между началами двух разных фаз. Очевидно, линейные провода имеют потенциалы начал фаз, а нейтральный провод имеет потенциал всех концов фаз. Поэтому фазное напряжение можно также определить как разность потенциалов между линейным проводом и нейтральным проводом, а линейное – как напряжение между двумя линейными проводами.

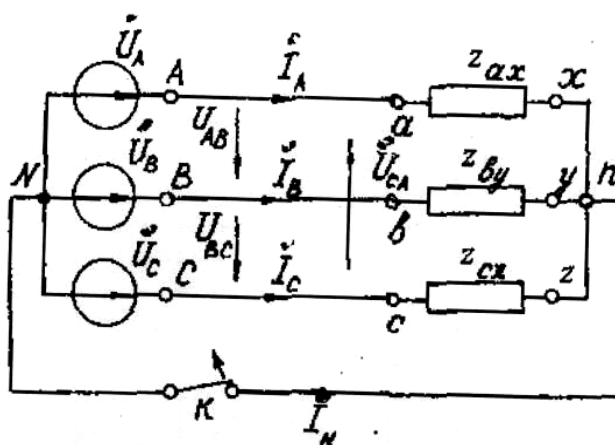


Рис. 3.1

Генератор трехфазного тока с некоторым допущением можно принять источником бесконечной мощности, т.е. системы фазных ( $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ ) и линейных ( $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ ) напряжений являются симметричными и могут быть представлены векторной диаграммой в виде симметричной звезды векторов. Если пренебречь сопротивлениями нейтрального (N–n) и линейных (A–a, B–b, C–c) проводов, то электрические потенциалы выходных зажимов генератора A, B, C и N передаются на соответствующие входные зажимы приемника: a, b, c и n, в результате чего системы линейных и фазных напряжений приемника будут такими же симметричными, как и у генератора (см. рис. 3.1).

При расчете трехфазной цепи символическим методом необходимо записать систему фазных напряжений генератора в виде комплексных чисел.

Для упрощения расчетов рекомендуется один из векторов звезды фазных напряжений совместить с положительной полуосью действительных (вещественных) величин. На рисунке 3.2 по оси вещественных величин направлен вектор  $\dot{U}_A$  фазного напряжения фазы A.

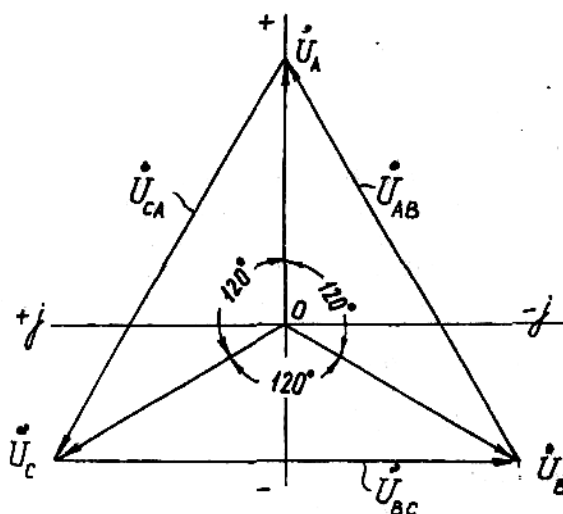


Рис. 3.2

Воспользовавшись оператором поворота вектора  $e^{j\alpha}$  (показательная

форма записи комплексного числа) и формулами Эйлера для перехода к алгебраической форме записи, получим следующие выражения комплексных фазных напряжений генератора:

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= U_\phi e^{j0} = U_\phi; \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_A e^{-j120} = U_\phi(-0,5 - j0,865); \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_A e^{j120} = U_\phi(-0,5 + j0,865).\end{aligned}$$

Комплексы линейных напряжений генератора согласно второму закону Кирхгофа равны разности комплексов соответствующих фазных напряжений:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B = U_\phi(1,5 + j0,865); \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C = -j1,73U_\phi; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A = U_\phi(-1,5 + j0,865).\end{aligned}$$

На рисунке 3.3 показана схема трехпроводной трехфазной цепи, в которой генератор соединен звездой, а приемник – треугольником. Принцип соединения в треугольник заключается в следующем: конец предыдущей фазы соединяется с началом следующей, в результате чего получается замкнутый контур из трех фаз, а фазы оказываются включенными между линейными проводами. Таким образом, при соединении треугольником фазные напряжения равны линейным, а комплексы линейных токов равны алгебраической разности комплексов соответствующих фазных токов (согласно первому закону Кирхгофа).

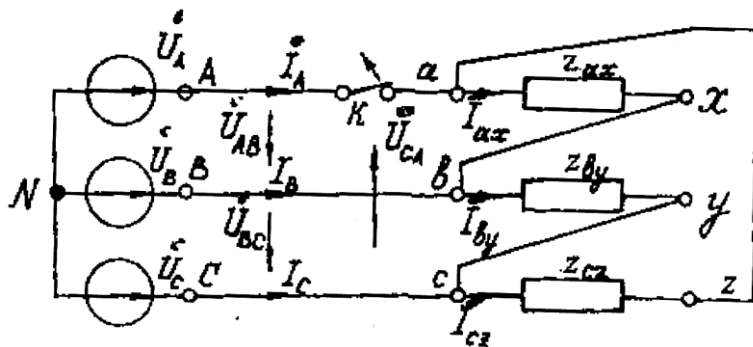


Рис. 3.3.

Как следует из вышесказанного и рисунка 3.3, соотношения между линейными и фазными напряжениями и токами в треугольнике имеют вид:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \dot{U}_{ax}; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{by}; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{cz}. \\ \dot{I}_A &= \dot{I}_{ax} - \dot{I}_{cz}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{by} - \dot{I}_{ax}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{cz} - \dot{I}_{by}.\end{aligned}$$

## ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ № 2

Задана трехфазная цепь (см. рис.3.1.), соединенная по схеме «звезда с нейтральным проводом». Генератор трехфазного тока является источником бесконечной мощности, т.е. системы фазных и линейных напряжений на его зажимах всегда остаются симметричными и неизменными по величине при любых токовых нагрузках в трехфазной цепи.

Приемник является несимметричным, поскольку комплексы сопротивлений его фаз а–х, б–у и с–z не равны друг другу. В каждой фазе имеется полный набор сопротивлений и проводимостей в соответствии со схемами, приведенными на рисунке 3.4а, б, в.

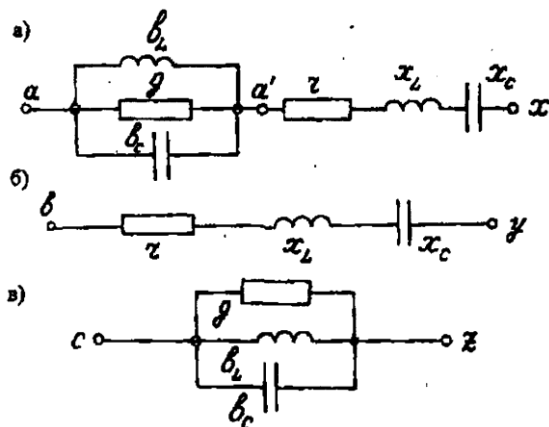


Рис. 3.4.

Численные значения всех элементов в фазах приемника, а также величина фазного напряжения генератора выбираются студентами из таблицы 3.1 по двум последним цифрам учебного шифра.

Таблица 3.1

№ пп	Фазное напряжение генератора	Параметры фазы а-х						Параметры фазы b-y			Параметры фазы с-z		
		g	b <sub>L</sub>	b <sub>C</sub>	r	x <sub>L</sub>	x <sub>C</sub>	r	x <sub>L</sub>	x <sub>C</sub>	g	b <sub>L</sub>	b <sub>C</sub>
		В	Ом <sup>-1</sup>	Ом <sup>-1</sup>	Ом <sup>-1</sup>	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом <sup>-1</sup>	Ом <sup>-1</sup>
1	73	0,2	0,2	0,25	4,0	6,0	2,0	10,	15,0	10,0	0,25	0,05	0,04
2	127	0,1	0,1	0,05	8,0	12,0	4,0	20,0	30,0	20,0	0,025	0,05	0,02
3	220	0,05	0,05	0,1	30,0	50,0	20,0	30,0	50,0	20,0	0,02	0,02	0,025
4	73	0,2	0,25	0,2	4,0	2,0	6,0	15,0	10,0	15,0	0,05	0,04	0,05
5	127	0,1	0,05	0,1	8,0	4,0	12,0	30,0	20,0	30,0	0,025	0,025	0,05
6	220	0,05	0,1	0,05	15,0	10,0	25,0	30,0	20,0	50,0	0,02	0,025	0,02
7	380	0,05	0,04	0,05	50,0	50,0	10,0	100,0	100,0	50,0	0,01	0,0125	0,01
8	73	0,2	0,25	0,2	2,0	10,0	2,0	15,0	10,0	25,0	0,04	0,05	0,04
9	127	0,05	0,1	0,05	4,0	20,0	4,0	30,0	20,0	50,0	0,05	0,025	0,04
10	220	0,1	0,05	0,04	10,0	40,0	10,0	50,0	30,0	50,0	0,025	0,02	0,025
11	380	0,05	0,04	0,04	5,0	10,0	50,0	200,0	100,0	200,0	0,01	0,01	0,0125
12	73	0,2	0,25	0,2	8,0	2,0	10,0	25,0	25,0	10,0	0,04	0,04	0,05
13	127	0,05	0,05	0,1	16,0	4,0	20,0	25,0	50,0	25,0	0,02	0,025	0,05
14	220	0,1	0,04	0,05	30,0	10,0	40,0	50,0	50,0	40,0	0,025	0,025	0,02
15	380	0,025	0,05	0,04	8,0	50,0	100,0	200,0	200,0	100,0	0,0125	0,01	0,0125
16	73	0,25	0,25	0,2	10,0	2,0	10,0	10,0	25,0	20,0	0,025	0,04	0,025
17	127	0,04	0,05	0,04	20,0	4,0	20,0	40,0	50,0	20,0	0,025	0,02	6,05
18	220	0,04	0,05	0,1	40,0	10,0	40,0	60,0	100,0	40,0	0,0125	0,02	0,025
19	380	0,025	0,04	0,05	80,0	100,0	50,0	200,0	200,0	50,0	0,0125	0,0125	0,01
20	73	0,25	0,25	0,5	10,0	5,0	10,0	20,0	30,0	10,0	0,025	0,025	0,04
21	127	0,05	0,1	0,05	4,0	20,0	4,0	30,0	20,0	50,0	0,05	0,025	0,04
22	220	0,1	0,05	0,04	10,0	40,0	10,0	50,0	30,0	50,0	0,025	0,02	0,025
23	380	0,05	0,05	0,04	5,0	10,0	50,0	200,0	100,0	200,0	0,01	0,01	0,0125
24	73	0,2	0,25	0,02	8,0	2,0	10,0	25,0	25,0	10,0	0,04	0,04	0,05
25	127	0,05	0,05	0,1	16,0	4,0	20,0	25,0	50,0	25,0	0,02	0,025	0,05

Требуется:

1. Изобразить схемы фаз приемника согласно рисунку 3.4а, б, в.
2. Выписать из таблицы 3.1 численные данные сопротивлений и проводимостей в соответствии с заданным вариантом.
3. Записать в комплексной форме сопротивления фаз приемника, преобразовав разветвленные участки эквивалентными неразветвленными. Представить эти сопротивления в алгебраической и показательной формах:

$$\underline{Z}_a = r_a + jx_a = z_a e^{j\varphi_a}; \quad \underline{Z}_b = r_b + jx_b = z_b e^{j\varphi_b}; \quad \underline{Z}_c = r_c + jx_c = z_c e^{j\varphi_c},$$

где  $\varphi_a = \arctg \frac{x_a}{r_a}; \quad \varphi_b = \arctg \frac{x_b}{r_b}; \quad \varphi_c = \arctg \frac{x_c}{r_c}$  и  $z_a = \sqrt{r_a^2 + x_a^2};$

$z_b = \sqrt{r_b^2 + x_b^2}; \quad z_c = \sqrt{r_c^2 + x_c^2}$  – соответственно аргументы и модули комплексных сопротивлений фаз приемника.

4. Составить и изобразить расчетную схему цепи, включив в нейтральный и линейные провода амперметры (см. рис. 3.5). На схеме показать все величины в комплексной форме с учетом того, что концы фаз приемника x, y, z объединены в нейтральную точку n и на схеме не показаны.

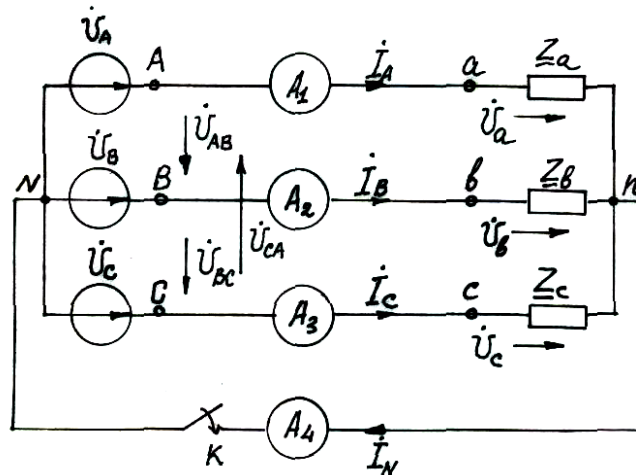


Рис. 3.5

5. Рассчитать нормальный режим работы цепи (ключ К на рис. 3.5 замкнут). Определить показания амперметров и рассчитать мощности фаз приемника: активные, реактивные и полные. Построить топографическую векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости с соблюдением масштабов, показом углов сдвига  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$ ,  $\varphi_c$  и графического построения вектора  $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ .

6. Рассчитать режим работы при обрыве нейтрального провода (ключ К на рис. 3.5 разомкнут). Определить показания амперметров и рассчитать активные, реактивные и полные мощности приемников. Построить топографическую векторную диаграмму, сохранив масштабы, выбранные в предыдущем пункте. (Этот пункт выполняют студенты только специальности УПП).

### Методические указания

**Комплексные сопротивления фаз приемника** при полном наборе параметров (см. рис. 3.4а, б, в).

Фаза a-x:

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_{ax} = \frac{1}{\underline{Y}_{aa'}} + \underline{Z}_{a'x} = r_{ax} + jx_{ax} = z_{ax} e^{j\varphi_{ax}} = z_a e^{j\varphi_a},$$

где

$$\underline{Y}_{aa'} = g - jb_L + jb_C; \quad \underline{Z}_{a'x} = r + jx_L - jx_C,$$

$$\varphi_a = \varphi_{ax} = \arctg \frac{x_{ax}}{r_{ax}}; \quad z_a = z_{ax} = \sqrt{r_{ax}^2 + x_{ax}^2}.$$

Фаза  $b-y$

$$\underline{Z}_b = \underline{Z}_{by} = r + jx_L - jx_C = r_{by} - jx_{by} = z_{by} e^{j\varphi_{by}} = z_b e^{j\varphi_b},$$

где

$$\varphi_b = \varphi_{by} = \arctg \frac{x_{by}}{r_{by}}; \quad z_b = z_{by} = \sqrt{r_{by}^2 + x_{by}^2}.$$

Фаза  $c-z$

$$\underline{Z}_c = \underline{Z}_{cz} = \frac{1}{\underline{Y}_{cz}} = r_{cz} + jx_{cz} = z_{cz} e^{j\varphi_{cz}} = z_c e^{j\varphi_c},$$

где

$$\underline{Y}_{cz} = g - jb_L + jb_C; \quad \varphi_c = \varphi_{cz} = \arctg \frac{x_{cz}}{r_{cz}}; \quad z_c = z_{cz} = \sqrt{r_{cz}^2 + x_{cz}^2}.$$

**Схема «звезда с нейтральным проводом».** При наличии нейтрального провода фазные напряжения приемника равны одноименным фазным напряжениям генератора, комплексные выражения которых были приведены выше.

В соответствии с законом Ома фазные (линейные) токи:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_a}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_b}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_c}.$$

В соответствии с первым законом Кирхгофа ток в нейтральном проводе:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Представив все токи в алгебраической и показательной формах записи, можно построить векторную диаграмму токов на комплексной плоскости и определить показания амперметров.

Векторная диаграмма токов при соблюдении масштаба строится наложением на диаграмму напряжений генератора (см. рис. 3.2). Все векторы токов строятся из начала координат  $O$  по действительным и мнимым составляющим алгебраической формы записи комплекса каждого тока. В начале координат расположена точка  $N$ , соответствующая потенциалу этой точки. На диаграмме следует графическим построением показать выполнимость первого закона Кирхгофа, произведя сложение векторов фазных токов по правилу многоугольника с использованием параллельного переноса векторов. Примерный вид такой топографической диаграммы приведен на рисунке 3.6.

Из показательной формы записи комплексов токов можно получить информацию о показаниях амперметров: это – модули соответствующих комплексов, поскольку расчет велся для действующих значений напряжений и токов.

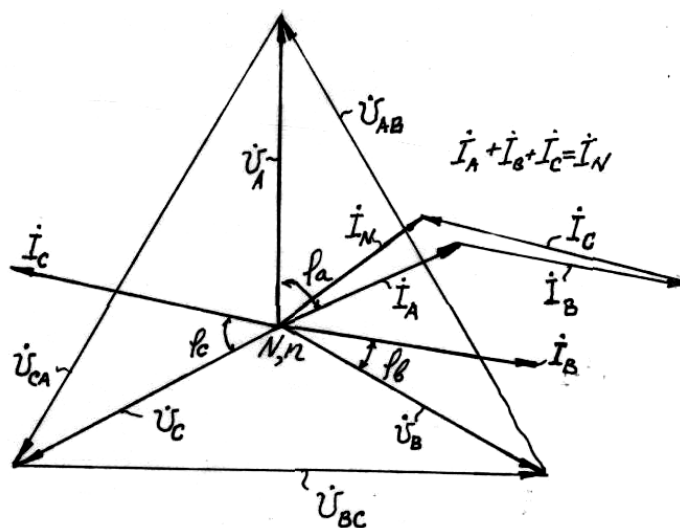


Рис. 3.6

**Комплексные мощности фаз приемника:**

$$\dot{S}_A = \dot{U}_A \dot{I}_A^* = P_A + jQ_A = S_A e^{j\varphi_a};$$

$$\dot{S}_B = \dot{U}_B \dot{I}_B^* = P_B + jQ_B = S_B e^{j\varphi_b};$$

$$\dot{S}_C = \dot{U}_C \dot{I}_C^* = P_C + jQ_C = S_C e^{j\varphi_c},$$

где  $\dot{I}_A^*$ ,  $\dot{I}_B^*$ ,  $\dot{I}_C^*$  – сопряженные комплексы токов;  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$  – активные мощности;  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_C$  – реактивные мощности;  $S_A = \sqrt{P_A^2 + Q_A^2}$ ,  $S_B = \sqrt{P_B^2 + Q_B^2}$ ,  $S_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2}$  – полные (кажущиеся) мощности фаз приемника.

**Схема «звезда без нейтрального провода».** При разомкнутом нейтральном проводе (ключ К в схеме на рис. 3.5 разомкнут) искажается система фазных напряжений на приемнике.

Напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c},$$

где  $\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a}$ ;  $\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b}$ ;  $\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c}$  – комплексные проводимости фаз приемника.

Фазные напряжения приемника

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_N; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_N; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_N.$$

Фазные (линейные) токи

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c}.$$

В качестве проверки правильности расчетов необходимо убедиться в выполнении первого закона Кирхгофа  $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ .

Показания амперметров и комплексные мощности фаз приемников определяются и рассчитываются таким же образом, как в схеме «звезда с нейтральным проводом».

Рекомендуется следующий порядок построения векторной диаграммы. Сначала строится векторная диаграмма напряжений генератора (см. рис. 3.2) с началом координат комплексной плоскости в точке N. Затем строится в том же масштабе вектор  $\dot{U}_N$ . Конец этого вектора определяет положение точки n. Соединив точку n с вершинами треугольника линейных напряжений, получим векторы фазных напряжений – несимметричную трехлучевую звезду векторов фазных напряжений приемника  $\dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_b$ ,  $\dot{U}_c$  (см. рис. 3.7).

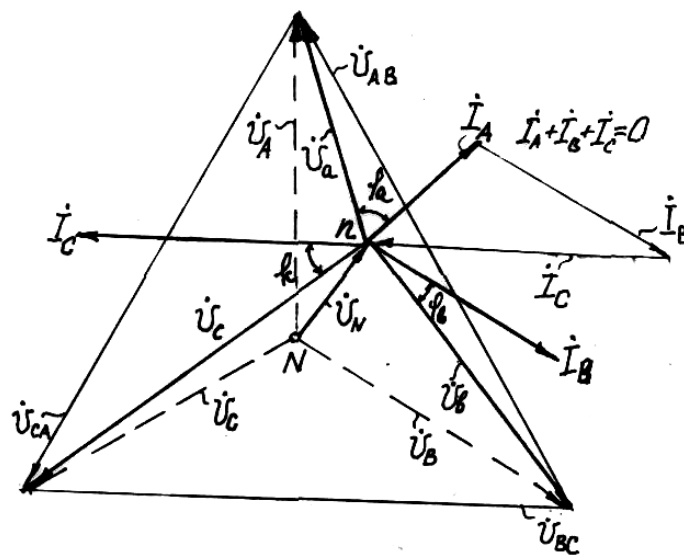


Рис. 3.7

Перенеся начало координат из точки N в точку n, построим векторы тока  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$ ,  $\dot{I}_C$  по координатам алгебраической формы записи. Для контроля правильности полученных результатов необходимо графическим сложением векторов убедиться в справедливости равенства  $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$  и одинаковости углов  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$ ,  $\varphi_c$  на обеих диаграммах (см. рис. 3.6 и рис. 3.7).

## Библиографический список

1. *Касаткин А.С., Немцов М.В.* Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 2007.
2. *Методика решения типовых задач по расчету цепей* постоянного и однофазного переменного тока /Под ред. А.И. Хожайнова. – СПб.: ПГУПС, 1998.
3. *Методика решения типовых задач по расчету цепей* трехфазного тока /Под ред. А.И. Хожайнова. – СПб.: ПГУПС, 1998.
4. *Тарасов А.Н., Соловьянчик А.Р.* Энергетические установки на транспортном строительстве. – М.: Транспорт, 1988.
5. *Смирнов А.Д.* Справочная книжка энергетика. – М.: Энергоатомиздат, 1984.
6. *Справочник энергетика строительной организации.* Т.1. Электроснабжение строительства. – М.: Стройиздат, 1991.

**ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**  
**Задание на контрольные и курсовую работы**

Составители: Б.В. рудаков, В.М. стрепетов, А.Г. филимонов

Рецензент: доцент Б. А. трифонов

План 2004 г., №117

Отпечатано в авторской редакции

Подписано в печать с оригинал-макета 31.01.05

Формат 60x84 1/16. Бумага для множ.апп. Печать офсетная.

Усл.печ.л. 3,0. Уч.-изд.л. 3,0. Тираж 1000.

Заказ 169                      Цена 9 р.

Петербургский государственный университет путей сообщения.

190031, СПб., Московский пр., 9.

Типография ПГУПС. 190031, СПб., Московский пр., 9.