

Расчетно-графическое задание
по математике на тему
Векторная алгебра и аналитическая геометрия

В пространстве заданы четыре точки A_1, A_2, A_3, A_4 . Требуется выполнить следующие задания:

1. Найти косинус угла между векторами $\overline{A_1A_2}$ и $\overline{A_1A_4}$.
2. Найти S - площадь треугольника $A_1A_2A_3$ (с помощью векторного произведения). Проверить, что вектор $\overline{N} = \overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}$ перпендикулярен векторам $\overline{A_1A_2}$ и $\overline{A_1A_3}$.
3. Найти V - объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ (с помощью смешенного произведения).
4. Составить общее уравнение плоскости $A_1A_2A_3$ (в качестве нормали к плоскости взять вектор \overline{N} , найденный в пункте 2. Проверить, что все три точки A_1, A_2 и A_3 принадлежат этой плоскости).
5. Найти синус угла между ребром A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$.
6. Составить каноническое уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на основание $A_1A_2A_3$.
7. Найти точку H - проекцию точки A_4 на плоскость $A_1A_2A_3$. Сделать проверку:
1) $H \in A_1A_2A_3$; 2) $\overline{N} \parallel \overline{HA_4}$.
8. Найти h - расстояние от точки A_4 до плоскости $A_1A_2A_3$ с помощью формулы расстояния от точки до плоскости. Убедиться, что $V = \frac{1}{3}Sh$ (см. пп.2 и 3)
9. Найти точку M - проекцию точки A_4 на прямую A_1A_2 .
Проверить: 1) $M \in A_1A_2$, 2) $\overline{MA_4} \perp \overline{A_1A_2}$.
10. Найти d - расстояние от точки A_4 до прямой A_1A_2 с помощью формулы расстояния от точки до прямой. Проверить, что $d = |\overline{MA_4}|$.
11. Разложить вектор $\overline{N} = \overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}$ по базису $\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}, \overline{A_1A_4}$ (то есть найти коэффициенты разложения α, β, γ в равенстве $\overline{N} = \alpha \overline{A_1A_2} + \beta \overline{A_1A_3} + \gamma \overline{A_1A_4}$). Выполнить проверку.

II. На плоскости задано уравнение линии второго порядка. Методом выделения полного квадрата привести это уравнение к каноническому виду, определить тип линии. Указать точку сдвига и точку пересечения линии с осями координат. Определить:

- для эллипса: фокусы, полуоси, параметрические уравнения.
- для гиперболы: фокусы, полуоси, уравнения асимптот.
- для параболы: фокусы и уравнение директрисы.

Построить график линии и отметить на нем ключевые точки и линии (фокусы, асимптоты, директрисы, сдвиг начала координат и точки пересечения с осями координат).