Общие требования к выполнению расчетно-графической работы

Срок сдачи РГЗ: не позднее 04.12.2020г.

Изучить соответствующий теоретический материал по учебнику или конспекту лекций и подробно рассмотреть приведенные там примеры; разобрать задачи, решенные на практических занятиях.

Разобраться в условии задачи и выполнить схематичный рисунок или чертеж, если это необходимо.

Чертежи, схемы следует выполнять при помощи чертежных принадлежностей, возможно на миллиметровой бумаге, формат листа А4. Все параметры, необходимые для расчета: векторы, оси координат, углы, размеры должны быть изображены на рисунке.

Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными без сокращения слов объяснениями, без многословных пояснений и пересказа учебника. При пользовании формулами или данными, отсутствующими в учебнике, необходимо кратко и точно указывать источник (автор, название, издание, страница, номер формулы).

На каждой странице следует оставлять поля для замечаний рецензента.

Работы выполняются на писчей бумаге формата А4, чернилами (черными или синими), четким почерком, с полями. Также работа может быть набрана на компьютере в текстовом редакторе MS Word.

Номер варианта определяется условием расчетно-графической работы.

Задание, выполненное не по своему варианту, к защите не принимается.

В возвращенной на исправление расчетно-графической работе студент должен в кратчайший срок доработать все отмеченные ошибки и выполнить все данные ему указания на отдельных листах, которые должны быть вложены в соответствующие места рецензированной работы. Сдать работу на повторную проверку. Отдельно от работы исправления не рассматриваются.

Защита расчетно-графических работ производится в соответствии с графиком учебного процесса. При защите задания студент должен дать объяснение по его содержанию, уметь решать типовые задачи и давать ответы по теории соответствующего раздела курса.

Правила оформления

Пояснительная записка к расчетно-графической работе должна включать в указанной последовательности следующие разделы: титульный лист установленного образца; содержание, которое включает наименование всех разделов расчетно-графической работы; введение, которое содержит описание темы, краткий анализ возможных методов решения заданий работы; основную часть, которая содержит описание заданий и используемых методов решения, подробное решение заданий; заключение, которое содержит качественные и количественные оценки результатов расчетно-графической работы, выводы; список использованной литературы, который содержит перечень источников, использованных при выполнении расчетно-графической работы. Следует указывать только те источники, на которые имеются ссылки в тексте пояснительной записки; приложение (при необходимости), которое содержит вспомогательный материал.

Требования к оформлению. Поля при оформлении расчетно-графической работы: слева – 20 мм, справа – 10 мм, сверху – 15 мм, снизу – 20 мм. Шрифт Times New Roman, 14pt, интервал 1,2. Абзацный отступ – 10 мм. Слова разделяются одним пробелом (включить автоматическую расстановку переносов). Нумерация страниц сквозная, первая страница не нумеруется. Все рисунки выровнены по центру. Подписи к рисункам имеют формат «Рис. X. Название рисунка», где X – номер рисунка в документе, и располагаются под рисунком. Таблицы также нумеруются, подпись «Таблица X» располагается в отдельной строке, выровнена по правому краю. Следующая строка – название таблицы, выровненное по центру.

Сроки сдачи. Оформленную в соответствии с требованиями пояснительную записку к расчетно-графической работе необходимо представить на проверку в соответствии с графиком самостоятельных работ текущего семестра.

Рекомендуемая литература и методические указания

С теоретическим материалом по темам расчетно-графических работ и подробными методическими указаниями для их выполнения можно познакомиться в следующих изданиях:

1. Высшая математика. Том 5. Теория вероятностей. Основы математической статистики. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление [Электронный ресурс]: Учебник/ А.П. Господариков [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – СПб.: Санкт-Петербургский горный университет, 2015. – 207 с.
2. Математический практикум. Часть 5. Теория вероятностей и основы математической статистики. Теория функций комплексной переменной. Операционное исчисление. Элементы теории поля: Учебно-методическое пособие / А.П. Господариков, В.В. Ивакин, И.А. Лебедев, С.Е. Мансурова, А.А. Яковлева. Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». – СПб, 2014. – 187 с.
3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 406 с.

4. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Учебное пособие для студентов ВУЗов / Данко П.Е., Попов А.Г., КожевниковТ..Я. – М.: АСТ, 2014.
5. Свешников, А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Свешников ; под ред. Свешникова А.А.. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2013. – 448 с.

доц. Бакеева Л.В.

Перечень примерных вопросов к экзамену.

1. Размещения без повторений;
2. Перестановки без повторений;
3. Сочетания без повторений;
4. Размещения с повторениями;
5. Перестановки с повторениями;
6. Сочетания с повторениями;
7. Правила комбинаторики (суммы, произведения)
8. Элементарное событие;
9. Пространство элементарных событий;
10. Случайное событие;
11. Достоверное событие;
12. Невозможное событие;
13. Совместные и несовместные события;
14. Равновозможные события;
15. Единственно возможные события;
16. Полная группа событий;
17. Противоположные события;
18. Классическое определение вероятностей;
19. Статистическое определение вероятности;
20. Геометрические вероятности;
21. Задача о выборке. Гипергеометрическая формула;
22. Вероятность суммы несовместных событий;
23. Вероятность событий, образующих полную группу;
24. Вероятность противоположных событий;
25. Независимые и зависимые события;
26. Вероятность совмещения (произведения) независимых событий;
27. Вероятность суммы совместных событий;
28. Условная вероятность;
29. Вероятность совместного наступления зависимых событий;
30. Вероятность появления хотя бы одного события;
31. Формула полной вероятности. Формула Бейеса;
32. Повторение испытаний. Схема Бернулли;
33. Наивероятнейшее число событий;
34. Формула Бернулли;
35. Локальная и интегральная теоремы Лапласа;
36. Формула Пуассона;
37. Дискретная случайная величина (дсв);
38. Закон распределения дсв;
39. Многоугольник распределения;
40. Функция распределения, ее свойства;
41. Биномиальное распределение;
42. Геометрическое распределение;
43. Гипергеометрическое распределение;
44. Распределение Пуассона;
45. Математическое ожидание дсв, его свойства;
46. Дисперсия дсв, ее свойства;
47. Среднее квадратическое отклонение;
48. Непрерывная случайная величина (нсв);
49. Функция распределения нсв, ее свойства;
50. Плотность распределения вероятностей нсв, ее свойства;
51. Математическое ожидание нсв, его свойства;
52. Дисперсия нсв, ее свойства;
53. Среднее квадратическое отклонение;
54. Равномерное распределение;
55. Нормальное распределение;
56. Показательное распределение.

ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра высшей математики

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

на тему: «Основные теоремы теории вероятностей.
Дискретные и непрерывные случайные величины»

Выполнил: студент гр. ________ ________________________ /_________________ /
(шифр) (подпись) (Ф.И.О.)

Проверил: _________________ _________________ /_________________ /
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Санкт-Петербург
2020

Вариант 1

Часть 1.

1. В шкатулке лежат 5 монет по 20 коп., 4 монеты по 15 коп., и 2 монеты по 10 коп. Наугад берутся 6 монет. Какова вероятность, что в сумме они составят не более одного рубля?

2. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне 5 белых шаров, 11 черных и 8 красных, а во второй соответственно 19, 8 и 6. Из обеих урн наудачу извлекается по одному шару. Какова вероятность, что оба шара одного цвета?

3. В ящике 12 деталей, из которых пять окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

4. Имеются две партии изделий по 12 и 10 штук, причем в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую, после чего выбирается наудачу изделие из второй партии. Найти вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.

5. В отделе найма персонала проводится тестирование на вакантную руководящую должность. Тест составлен из двух производственных ситуаций, не связанных между собой логически. По каждой ситуации предлагается три примера дальнейших действий, из которых надо выбрать один наилучший. Вероятность того, что претендент знает ответ на первую часть теста равна p_1 = 0,8, вероятность того, что он знает ответ на вторую часть равна p_2 = 0,7. Если претендент не знает ответа, он выбирает один из трех предлагаемых вариантов наугад. Какова вероятность того, что испытуемый ответит правильно на обе части теста?

6. В тире имеются пять ружей, вероятности попадания из которых равны соответственно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9. Определить вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.

7. Из партии в пять изделий наудачу взято одно, оказавшееся бракованным. Количество бракованных изделий равновозможно любое. Какое предположение о количестве бракованных изделий в партии наиболее вероятно? Обоснуйте ответ.

8. Определить вероятность того, что среди 1000 лампочек нет ни одной неисправной, если из взятых наудачу 100 лампочек все оказались исправными. Предполагается, что число неисправных лампочек из 1000 равновозможно от 0 до 5.

9. На телефонной станции неправильное соединение происходит с вероятностью 0,002. С какой вероятностью можно утверждать, что из 400 соединений, выполненных за час, неправильных соединений будет не более трех?

10. Вероятность рождения девочки равна 0,49. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 девочек.

Часть 2

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание M(X), дисперсию D(X), среднее квадратическое отклонение σ(X)).

1.1. Две монеты подброшены 4 раза. Д.с.в. X – число выпадений двух «гербов» в n бросаниях.

1.2. Среди 5 ключей два подходят к двери. Ключи пробуют один за другим, пока не откроют дверь. Найти распределение вероятностей для числа опробованных ключей. Д.с.в. X – число опробованных ключей.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения F(x) (плотность функции распределения f(x)). Вычислить соответствующую плотность функции распределения f(x) (функцию распределения F(x)). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание M(X) и дисперсию D(X). Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала (a; b). Примечание: C1, C2 = const.

2.1. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана при $x \geq 0$ выражением: $f(x) = C1 \cdot \exp(-2x)$; при $x < 0$ плотность распределения $f(x) = 0$. Интервал (a; b) = (0; 2).

2.2. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C1 \cdot x - x2 & \text{при } 0 \leq x < 1, \\ 1 & \text{при } 1 \leq x. \end{cases}$$

Интервал (a; b) = (–⅓; ⅓).

Вариант 2

Часть1

1. Определить вероятность того, что наудачу выбранное целое положительное число не делится: а) ни на два, ни на три; б) на два или на три.

2. Из урны, содержащей n шаров с номерами от 1 до n, последовательно извлекаются два шара, причем первый шар возвращается, если его номер не равен единице. Определить вероятность того, что шар с номером 2 будет вынут при втором извлечении.

3. Два игрока поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у кого раньше появиться герб. Определить вероятности выигрыша для каждого из игроков.

4. В тире имеются пять ружей, вероятности попадания из которых равны соответственно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9. Определить вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.

5. Для контроля продукции из трех партий деталей взята для испытания одна деталь. Найти вероятность обнаружения бракованной продукции, если в одной партии пятая часть деталей – бракованные, а в двух других – все доброкачественные.

6. Радиодеталь может принадлежать к одной из трех партий с вероятностями p_1, p_2 и p_3, где $p_1 = p_3 = 0{,}25$, $p_2 = 0{,}5$. Вероятности того, что деталь проработает заданное число часов, равны для этих партий соответственно 0,9; 0,8 и 0,6. Определить вероятность того, что радиодеталь проработает заданное число часов.

7. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот стрелок?

8. Вероятности попадания при каждом выстреле для трех стрелков равны соответственно 4/5, 3/4, 2/3. При одновременном выстреле всех трех стрелков имелось два попадания. Определить вероятность того, что промахнулся третий стрелок.

9. В каждом из 700 независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,35. Какова вероятность того, что событие A произойдет ровно 245 раз? От 240 до 250 раз?

10. Станок-автомат штампует детали партиями по 100 шт. Вероятность изготовления бракованной детали равна 0,01. Партия бракуется при обнаружении в ней более двух бракованных деталей. Найти вероятность забракования очередной партии деталей.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Два игральных кубика брошены $n = 6$ раз. Д.с.в. X – число выпадений пар, содержащих ровно одну «четверку» в n бросаниях.

1.2. Из ящика, содержащего $N = 10$ деталей, среди которых $n = 6$ стандартных деталей, наудачу вынимаются $M = 4$ детали. Д.с.в. X – число стандартных деталей в выборке.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$.Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot \exp(-(x-4)^2/50)$. Интервал $(a; b) = (0; 4)$.

2.2. Плотность функции распределения

$$f(x) = \begin{cases} C_1 \cdot (x+1)^{-\frac{5}{2}}, & x \ge 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Интервал $(a; b)$ определяется неравенством $|x - ⅓| < 1$.

Вариант 3

Часть 1.

1. Среди 110 лотерейных билетов есть 17 выигрышных. Найти вероятность того, что среди 15 наудачу выбранных билетов 8 окажутся выигрышными.

2. В урне имеются n белых и m черных шаров. Два игрока последовательно достают наудачу по одному шару, возвращая каждый раз вынутый шар обратно. Игра продолжается до тех пор, пока один из игроков не достанет белый шар. Определить вероятность выигрыша для каждого из игроков.

3. В ящике 9 белых и 11 черных шаров. Один шар вынут и отложен в сторону. Какова вероятность того, что следующий вынутый шар будет белым, если цвет первого неизвестен?

4. Радиодеталь может принадлежать к одной из трех партий с вероятностями p_1, p_2 и p_3, где $p_1 = p_3 = 0{,}25$, $p_2 = 0{,}5$. Вероятности того, что деталь проработает заданное число часов, равны для этих партий соответственно 0,9; 0,8 и 0,6. Определить вероятность того, что радиодеталь проработает заданное число часов.

5. В ящике находятся 12 теннисных мячей, из которых 8 новых. Для первой игры наугад берутся два мяча, которые после игры возвращаются в ящик. Для второй игры также наугад берутся три мяча. Найти вероятность того, что все мячи, взятые для второй игры, новые.

6. В урну, содержащую 10 шаров, опущен белый шар и шары перемешены, после чего наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны любые предположения о первоначальном цветовом составе шаров.

7. Трое охотников одновременно выстрелили по кабану, который был в результате убит одной пулей. Определить вероятности того, что кабан убит первым, вторым или третьим охотником, если вероятности попадания для них равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6.

8. В урне имеется 10 шаров, причем цвет каждого из них может быть белым или черным, так что все возможные предположения о цветовом составе шаров равновероятны. Извлекаются последовательно 4 шара, причем каждый раз после извлечения шар возвращается в урну. Какова вероятность того, что в урне содержатся только белые шары, если черные шары не извлекались?

9. В хлебопекарне выпекают булочки с изюмом. Какое наименьшее количество изюма нужно положить в тесто, из которого будет 800 булочек, чтобы вероятность найти в произвольно взятой булочке по крайней мере две изюминки была равна примерно 0,995?

10. Вероятность появления некоторого события в каждом из независимых испытаний равна 0,9. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью 0,95 можно было ожидать, что событие появится не менее 100 раз?

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Бросаются два игральных кубика. Д.с.в. X – сумма выпавших очков.

1.2. На элеватор прибыло 6 машин агрофирмы АФ-1 и 9 машин агрофирмы АФ-2. Под разгрузку случайным образом загоняются 6 машин. Д.с.в. X – число разгружаемых машин агрофирмы АФ-1.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} C_1 \cdot e^{x}, & x \le 0; \\ C_2 - C_1 \cdot e^{-x}, & x > 0. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (–1; 3)$.

2.2. Плотность функции распределения на числовой оси: $f(x) = C_1 + \dfrac{C_2}{1 + x^2}$ (распределение Коши). Интервал $(a; b) = (1; +\infty)$.

Вариант 4

Часть 1.

1. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один из стрелков.

3. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

4. В урну, содержащую 10 шаров, опущен белый шар и шары перемешены, после чего наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны любые предположения о первоначальном цветовом составе шаров.

5. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Затем после перемешивания один шар извлечен из второй урны и переложен в третью. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, белый.

6. В сборочный цех поступили детали с трех станков. На первом станке изготовлено 51% деталей от их общего количества, на втором станке 24% и на третьем 25%. При этом на первом станке было изготовлено 90% деталей первого сорта, на втором 80% и на третьем 70%. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь окажется первого сорта?

7. В монтажном цехе к устройству присоединяется электродвигатель. Электродвигатели поставляются тремя заводами-изготовителями: I, II, III. На складе имеются электродвигатели названных заводов, соответственно, в количестве 19, 6 и 11 шт., которые могут безотказно работать в течение гарантийного срока с вероятностями, соответственно, 0,85, 0,76 и 0,71. Рабочий берет наудачу один двигатель и монтирует его к устройству. Найти вероятности того, что смонтированный и проработавший безотказно до конца гарантийного срока двигатель был поставлен заводом-изготовителем II или III.

8. Имеются три партии деталей по 20 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях соответственно равны 20, 15 и 10. Из наудачу выбранной партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Деталь возвращают в партию и вторично из той же партии наудачу извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.

9. Найти приближенно границы, в которых с вероятностью 99% лежит число выпадений пятерки или шестерки при 20000 бросаний игральной кости.

10. Событие B наступает, если событие A осуществится не менее трех раз. Найти вероятность появления события B в серии из $n = 50$ испытаний, если вероятность осуществления события A в каждом испытании равна $p = 0{,}03$.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле из пистолета (в обойме $n = 9$ патронов) попадет в цель равна 0,8. Стрельба ведется до первого промаха. Д.с.в. X – число оставшихся в обойме патронов.

1.2. Игральный кубик брошен $n = 8$ раз. Д.с.в. X – число выпадений нечетного числа очков в n бросаниях.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot \exp(-(x-4)^2/50)$. Интервал $(a; b) = (0; 4)$.

2.2. Плотность функции распределения

$$f(x) = \begin{cases} C_1 \cdot (x+1), & x \in [-1; 2]; \\ 0, & x \notin [-1; 2]. \end{cases}$$

Интервал $(a; b)$ определяется неравенством $|x| < 1$.

Вариант 6

Часть 1.

1. Вероятность попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,98. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

2. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

3. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что только в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность.

4. В сборочный цех поступили детали с трех станков. На первом станке изготовлено 51% деталей от их общего количества, на втором станке 24% и на третьем 25%. При этом на первом станке было изготовлено 90% деталей первого сорта, на втором 80% и на третьем 70%. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь окажется первого сорта?

5. В первой урне находятся 1 белый и 9 черных шаров, во второй – 1 черный и 5 белых шаров. Из каждой урны наугад удалили по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу вытянутый из третьей урны, окажется белым.

6. Из 40 деталей 10 изготовлены в первом цехе, 25 – во втором, а остальные – в третьем. Первый и третий цехи дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,9, второй цех - с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

7. В специализированную больницу поступают в среднем 50 процентов больных с заболеванием K, 30 процентов – с заболеванием L, 20 процентов – с заболеванием M. Вероятность полного излечения болезни K равна 0,7; для болезней L и M эти вероятности, соответственно, равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что он страдал заболеванием K.

8. Два из четырех независимо работающих элементов вычислительного устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятность отказа первого, второго, третьего и четвертого элементов соответственно равны 0,2; 0,4; 0,3 и 0,1.

9. Книга в 500 страниц содержит 800 опечаток. Найти вероятность того, что на странице не менее 3-х опечаток.

10. Монета брошена N раз (N велико!). Найти вероятность того, что число выпадений «орла» будет заключено в промежутке $[\frac{1}{2}\cdot(1-\varepsilon)\cdot N;\ \frac{1}{2}\cdot(1+\varepsilon)\cdot N]$, где $0 < \varepsilon < 1$. Провести расчет для $\varepsilon = 0{,}01$; $N = 10000$.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. В процессе производства изделие высшего качества удается получить только с вероятностью 0,2. С конвейера берутся наугад детали до тех пор, пока не будет взято изделие высшего качества. Д.с.в. X – число число проверенных изделий.

1.2. Бросаются два игральных кубика. Д.с.в. X – модуль разности выпавших очков.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a;\ b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1\cdot\cos x + C_2 & \text{при } 0 \le x < \frac{1}{2}\pi, \\ C_2 & \text{при } \frac{1}{2}\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a;\ b) = (\pi/6;\ \pi/3)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана в промежутке $(-2;\ 2)$ выражением: $f(x) = C_1/\sqrt{4-x^2}$; вне этого промежутка $f(x) = 0$. Интервал $(a;\ b) = (1;\ +\infty)$.

Вариант 7

Часть 1.

1. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеются по крайней мере два белых шара.

2. Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно с вероятностями 0,85, 0,75, 0,70, соответственно. Найти вероятность того, что за время T выйдет из строя только один элемент.

3. Отрезок разделен на три равные части. На этот отрезок наудачу брошены три точки. Найти вероятность того, что на каждую из трех частей отрезка попадет по одной точке. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

4. Из 40 деталей 10 изготовлены в первом цехе, 25 – во втором, а остальные – в третьем. Первый и третий цехи дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,9, второй цех - с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

5. Имеется три одинаковых по виду ящика. В первом ящике находится 26 белых шаров, во втором 15 белых и 11 черных, в третьем ящике 26 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынули один шар. Какова вероятность того, что он черный?

6. Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, наудачу извлекают 2 шара и добавляют в урну один белый шар. Найти вероятность того, что после этого наудачу выбранный из урны шар окажется белым.

7. Изделие проверяется на стандартность одним из трех товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому, равна 0,45, ко второму – 0,15, к третьему – 0,4. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом, равна 0,9, вторым – 0,99, третьим – 0,95. Отобранное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверил второй товаровед.

8. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что первое орудие дало попадание, если вероятности попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями соответственно равны 0,4; 0,3 и 0,5.

9. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия равна 0,3. Для того, чтобы уничтожить цель достаточно 80 попаданий. Сколько нужно выпустить снарядов, чтобы с вероятностью 0,95 можно было считать цель уничтоженной?

10. Вероятность появления события в каждом из 1000 независимых испытаний равна 0,5. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,02.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Из ящика, содержащего $N = 8$ деталей, среди которых $n = 5$ стандартных деталей, наудачу вынимаются $m = 3$ детали. Д.с.в. X – число стандартных деталей в выборке.

1.2. Каждая из 5 лампочек имеет дефект с вероятностью 0,1. Дефектная лампочка при включении сразу перегорает и ее заменяют новой. Д.с.в. X – число опробованных ламп.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -2, \\ \frac{1}{4} x + C_1 & \text{при } -2 \le x < 2, \\ C_2 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (1; 2)$.

2.2. Функция распределения вероятностей н.с.в. X задана при $x \ge 0$ выражением: $F(x) = C_1 - \exp(-C_1 \cdot x)$. Интервал $(a; b) = (2; +\infty)$.

Вариант 8

Часть 1.

1. В электропоезд, состоящий из трех вагонов входят четыре пассажира, которые выбирают вагоны наудачу. Определить вероятность того, что в каждый вагон войдет хотя бы один пассажир.

2. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле.

3. В ящике 12 деталей, из которых пять окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что ни одна из взятых деталей не окрашена.

4. Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, наудачу извлекают 2 шара и добавляют в урну один белый шар. Найти вероятность того, что после этого наудачу выбранный из урны шар окажется белым.

5. В пункте проката имеется 10 телевизоров, для которых вероятность исправной работы в течение месяца равна 0,90, и 5 телевизоров с аналогичной вероятностью, равной 0,95. Найти вероятность того, что два телевизора, взятые наудачу в пункте проката, проработают исправно в течение месяца.

6. В одной урне содержится 1 белый и 2 черных шара, в другой урне – 2 белых и 3 черных шара. В пустую третью урну кладут два шара, случайно выбранных из первой урны, и два шара, случайно выбранных из второй. Какова вероятность того, что шар, извлеченный из третьей урны, будет белым?

7. Третья часть одной из трех партий деталей является второсортной, остальные детали первого сорта. Деталь, взятая из одной партии оказалась первосортной. Определить вероятность того, что деталь была взята из партии, имеющей второсортные детали.

8. Два стрелка поочередно стреляют в мишень. Вероятности попадания первыми выстрелами для них равны соответственно 0,4 и 0,5, а вероятности попадания при следующих выстрелах для каждого увеличиваются на 0,05. Какова вероятность того, что первым произвел выстрел первый стрелок, если первое попадание произошло при пятом выстреле?

9. В каждом из 500 независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что событие A произойдет менее 235 раз.

10. Какова вероятность того, что из 600 наугад выбранных человек от 45 до 55 родились в марте?

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Прибор комплектуется из двух деталей, вероятность брака для первой детали – 0,1, а для второй – 0,05. Для контроля выбрано 4 прибора. Прибор бракуется, если в нем есть хотя бы одна бракованная деталь. Д.с.в. X – число бракованных приборов среди проверенных 4 приборов.

1.2. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле из пистолета (в обойме $n = 8$ патронов) попадет в цель равна 2/3. Стрельба ведется до первого промаха. Д.с.в. X – число произведенных выстрелов.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 \cdot \cos x + C_2 & \text{при } 0 \le x < \frac{1}{2}\pi, \\ C_2 & \text{при } \frac{1}{2}\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\pi/6; \pi/3)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана в промежутке $(-1; 1)$ выражением: $f(x) = C_1\sqrt{1-x^2}$; вне этого промежутка $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (0; \frac{1}{2})$.

Вариант 9

Часть 1.

1. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,65, а для второго – 0,75. Найти вероятность того, что при одном залпе мишень будет поражена.

2. В урне имеется пять шаров с номерами от 1 до 5. Наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Найти вероятность того, что извлеченные шары будут иметь номера 1, 4, 5 независимо от того, в какой последовательности они появились.

3. Среди 1000 лотерейных билетов есть 50 выигрышных. Найти вероятность того, что два наудачу взятых билета окажутся выигрышными.

4. В одной урне содержится 1 белый и 2 черных шара, в другой урне – 2 белых и 3 черных шара. В пустую третью урну кладут два шара, случайно выбранных из первой урны, и два шара, случайно выбранных из второй. Какова вероятность того, что шар, извлеченный из третьей урны, будет белым?

5. Во время испытаний было установлено, что вероятность безотказного срабатывания реле при отсутствии помех равна 0,99, при перегреве – 0,95, при вибрации – 0,9, при вибрации и перегреве – 0,8. Найти вероятность отказа этого реле при работе в жарких странах, где вероятность перегрева равна 0,2, а вероятность вибрации 0,1. Найти также вероятность отказа реле при работе в передвижной лаборатории, где вероятность перегрева 0,1, а вероятность вибрации 0,3. (Предполагается, что перегрев и вибрация – независимые события).

6. В урну, содержащую 8 шаров, опущен один белый шар, после чего наудачу извлечены два шара. Найти вероятность того, что оба извлеченных шара окажутся белыми, если равновероятны все возможные предположения о первоначальном цветовом составе шаров в урне.

7. Имеется десять одинаковых урн, из которых в девяти находятся по два черных и по два белых шара, а в одной – пять белых и один черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?

8. Два станка-автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 70% деталей отличного качества, а второй – 85%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.

9. В цехе 250 рабочих. Каждый из них потребляет электроэнергию в среднем 12 минут в течение часа. Какой должна быть минимальная мощность силовой установки цеха, чтобы вероятность перегрузки в любой момент времени была меньше 0,0001? (Под мощностью силовой установки понимается максимальное число рабочих, которое она может снабжать энергией одновременно).

10. Французский испытатель XVIII в. Бюффон, исследуя законы вероятности, бросил монету 4040 раз, причем «герб» появился 2048 раз. Найти вероятность того, что при повторении опыта Бюффона относительная частота появления «герба» отклонится от его вероятности $p = 0{,}5$ не более, чем в опыте Бюффона.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,2. Д.с.в. X – число отказавших элементов в одном опыте.

1.2. В партии из 15 деталей 20% деталей нестандартны. Наудачу отобраны три детали. Д.с.в. X – число нестандартных деталей среди трех отобранных.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 \cdot \cos x + C_2 & \text{при } 0 \le x < \tfrac{1}{2}\pi, \\ C_2 & \text{при } \tfrac{1}{2}\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\pi/6; \pi/3)$.

2.2. Функция распределения задана на всей числовой оси Ox выражением: $F(x) = \tfrac{1}{2} + C_1 \cdot \mathrm{arctg} x$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.

Вариант 10

Часть 1.

1. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеются по крайней мере два белых шара.

2. Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно с вероятностями 0,85, 0,90, 0,95, соответственно. Найти вероятность того, что за время T выйдет из строя хотя бы один элемент.

3. В первой урне 6 белых и 4 черных шара, а во второй урне 5 белых и 7 черных шаров. Из первой урны взяли случайно три шара, а из второй урны – 2 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров все шары одного цвета.

4. В урну, содержащую 8 шаров, опущен один белый шар, после чего наудачу извлечены два шара. Найти вероятность того, что оба извлеченных шара окажутся белыми, если равновероятны все возможные предположения о первоначальном цветовом составе шаров в урне.

5. В большом стройотряде 70 процентов первокурсников и 30 процентов студентов второго курса. Среди первокурсников 10 процентов девушек, а среди студентов второго курса – 5 процентов девушек. Среди первокурсниц одна половина изучает английский, другая половина – немецкий языки. Среди второкурсниц одна треть изучает английский, другая треть – немецкий; последняя треть – французский языки. Все девушки по очереди дежурят на кухне. Найти вероятность того, что в случайно выбранный день на кухне дежурит студентка, говорящая по-английски.

6. В урне 8 шаров. К ним прибавляют 2 белых шара и шары тщательно перемешивают. Затем из урны наудачу вынимают три шара. Найти вероятность того, что все вынутые шары белые, считая, что все предположения о первоначальном составе урны равновероятны.

7. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит автозаправочная станция (АЗС), относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе, как 3:2. Вероятность того, что на заправку остановится грузовая машина, равна 0,1; для легкового автомобиля эта вероятность равна 0,2. К АЗС на заправку подъехал автомобиль. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

8. Звено из четырех самолетов производит учебное бомбометание по цели, сбрасывая по одной бомбе. Вероятность поражения цели первым самолетом $p_1 = 0{,}40$; вторым и третьим $p_2 = p_3 = 0{,}35$; четвертым $p_4 = 0{,}30$. Цель была поражена двумя бомбами. Найти вероятность того, что четвертый самолет попал в цель.

9. Вероятность появления положительного результата в каждом из n опытов равна 0,9. Сколько нужно произвести опытов, чтобы с вероятностью 0,98 можно было ожидать, что не менее 150 опытов дадут положительный результат?

10. Рабочий берет заготовки из двух ящиков, каждый раз выбирая ящик наугад. Найти вероятность того, что когда один из ящиков опустеет, во втором окажется не более 3-х деталей, если вначале в обоих ящиках по 200 деталей.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,7. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Д.с.в. X – число патронов, выданных стрелку.

1.2. Имеется 6 монет достоинством 10, 5, 5, 2, 1, 1 рублей. Наудачу берутся три монеты. Д.с.в. X – набранная этими монетами сумма.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 \cdot \sin x & \text{при } 0 \le x < \tfrac{1}{2}\pi, \\ C_2 & \text{при } \tfrac{1}{2}\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\pi/6; \pi/3)$.

2.2 Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-\tfrac{1}{2} \cdot (x-1)^2)$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.

Вариант 11

Часть 1.

1. В первой урне 6 белых и 4 черных шара, а во второй урне 5 белых и 7 черных шаров. Из первой урны взяли случайно три шара, а из второй урны – 2 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров есть хотя бы один белый шар.

2. Два игрока играют в кости, бросая поочередно два кубика. Выигрывает тот, у кого первым выпадет в сумме 12 очков. Какова вероятность выигрыша для каждого из игроков?

3. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Какова вероятность того, что студент получит зачет по дисциплине, если для этого он должен правильно ответить на два вопроса из предложенных трех?

4. В урне 8 шаров. К ним прибавляют 2 белых шара и шары тщательно перемешивают. Затем из урны наудачу вынимают три шара. Найти вероятность того, что все вынутые шары белые, считая, что все предположения о первоначальном составе урны равновероятны.

5. В одной урне 5 белых и 7 черных шаров, а в другой – 4 белых и 8 черных шаров. Из первой урны случайным образом вынимают два шара и опускают во вторую урну. После перемешивания шаров из второй урны наудачу вынимают три шара. Найти вероятность того, что все шары, вынутые из второй урны, черные.

6. В пирамиде стоят 19 винтовок, из них 3 с оптическим прицелом. Стрелок, стреляя из винтовки с оптическим прицелом, может поразить мишень с вероятностью 0,95, а стреляя из винтовки без оптического прицела, – с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что стрелок поразит мишень, стреляя из случайно взятой винтовки.

7. Имеются три партии деталей по 25 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях равно, соответственно, 25, 20 и 15. Из наудачу выбранной партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Не возвращая деталь в партию, вторично из той же партии извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что обе детали были извлечены из третьей партии.

8. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, первое орудие дало попадание, если вероятности попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями равны, соответственно, 0,5; 0,4; 0,6.

9. Монета брошена 500 раз. Найти границы, в которых число выпадений орла будет заключено с вероятностью 0,97.

10. В магазин завезли партию из 1000 банок сока. Вероятность того, что того, что при перевозке банка будет разбита, равна 0,002. Найти вероятность того, что магазин получит более двух разбитых банок.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.2. Вероятность того, что лотерейный билет выигрышный, равна 0,1. Покупатель купил 5 билетов. Д.с.в. X – число выигрышей у владельца этих 5 билетов.

1.2. Два стрелка поражают мишень с вероятностями, соответственно, 0,8 и 0,9 (при одном выстреле), причем первый стрелок выстрелил один раз, а второй – два раза. Д.с.в. X – общее число попаданий в мишень.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ \tfrac{1}{2} x + C_1 & \text{при } 2 \le x < 4, \\ 1 & \text{при } 4 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (-2; 3)$.

2.2. Плотность функции распределения в промежутке $(0; \pi)$ задана выражением: $f(x) = C_1 \cdot \sin(\tfrac{3}{4} x)$; вне его – равна нулю. Интервал $(a; b) = (0; \tfrac{1}{2}\pi)$.

Вариант 12

Часть 1.

1. В ящике 12 деталей, из которых пять окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

2. Определить вероятность того, что наудачу выбранное целое положительное число не делится: а) ни на два, ни на три; б) на два или на три. **5.** Из урны, содержащей n шаров с номерами от 1 до n, последовательно извлекаются два шара, причем первый шар возвращается, если его номер не равен единице. Определить вероятность того, что шар с номером 2 будет вынут при втором извлечении.

3. Два игрока поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у кого раньше появиться герб. Определить вероятности выигрыша для каждого из игроков.

4. В пирамиде стоят 19 винтовок, из них 3 с оптическим прицелом. Стрелок, стреляя из винтовки с оптическим прицелом, может поразить мишень с вероятностью 0,95, а стреляя из винтовки без оптического прицела, – с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что стрелок поразит мишень, стреляя из случайно взятой винтовки.

5. В урну, содержащую n шаров, опущен один белый шар, после чего шары тщательно перемешивают. Затем наудачу извлекается один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновероятны все возможные предположения о первоначальном цветовом составе шаров в урне.

6. В одной урне 5 белых и 6 черных шаров, а в другой – 4 белых и 8 черных шаров. Из первой урны случайным образом вынимают два шара и опускают во вторую урну. После этого из второй урны также наудачу вынимают два шара. Найти вероятность того, что оба шара, вынутые из пополненной второй урны, одного цвета.

7. Две радиомонтажницы собрали равное количество одинаковых электронных плат. Вероятность того, что первая монтажница допустит ошибку, равна 0,05. Для второй монтажницы эта вероятность равна 0,1. При проверке плат была обнаружена ошибка. Найти вероятность того, что ошиблась первая радиомонтажница.

8. Три станка-автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго и втрое больше производительности третьего. Первый автомат производит в среднем 70% деталей отличного качества, второй – 85%, а третий – 95%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Каким из автоматов вероятнее всего произведена эта деталь?

9. Партия изделий не принимается при обнаружении не менее 10 бракованных изделий. Сколько надо проверить деталей, чтобы с вероятностью 0,6 можно было утверждать, что партия, имеющая 10 процентов брака, не будет принята?

10. Для мастера определенной квалификации вероятность изготовить деталь отличного качества равна 0,75. За смену он изготовил 400 деталей. Найти вероятность того, что в их числе 280 деталей отличного качества.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. ОТК должен проверить 12 комплектов, состоящих из 4 изделий каждый, причем каждая деталь может быть стандартной с вероятностью 0,9. Д.с.в. X – число комплектов, состоящих из стандартных деталей.

1.2. В партии из 15 деталей 40% деталей нестандартны. Наудачу отобраны четыре детали. Д.с.в. X – число стандартных деталей среди четырех отобранных деталей.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 x^2 + C_2 & \text{при } 0 \le x < 2, \\ 1 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (¼; ¾)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей задана при $x \in [0; \pi]$ выражением: $f(x) = C_1 \cdot \sin^2 x$; при $x \notin [0; \pi]$ плотность $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (¼\,\pi; ¾\,\pi)$.

Вариант 13

Часть 1.

1. В ящике 9 белых и 11 черных шаров. Один шар вынут и отложен в сторону. Какова вероятность того, что следующий вынутый шар будет белым, если цвет первого неизвестен?

2. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

3. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один из стрелков.

4. В одной урне 5 белых и 6 черных шаров, а в другой – 4 белых и 8 черных шаров. Из первой урны случайным образом вынимают два шара и опускают во вторую урну. После этого из второй урны также наудачу вынимают два шара. Найти вероятность того, что оба шара, вынутые из пополненной второй урны, одного цвета.

5. Вероятности того, что при работе персонального компьютера (ПК) произойдет сбой в центральном процессоре (ЦП), в оперативном запоминающем устройстве (ОЗУ), в периферийных устройствах (ПУ), относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в ЦП, ОЗУ, ПУ равны, соответственно, 0,80; 0,90; 0,95. Найти вероятность того, что возникший в ПК сбой будет обнаружен.

6. Из двенадцати лотерейных билетов пять выигрышных. Билеты вытягиваются по одному без возвращения. Какова вероятность того, что во второй раз вытянут выигрышный билет?

7. Два из трех независимо работающих элементов вычислительного устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятности отказа первого, второго и третьего элементов равны, соответственно, 0,1; 0,15 и 0,25.

8. Три стрелка произвели залп, причем две пули поразили мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятности попадания в мишень первым, вторым и третьим стрелками равны, соответственно, 0,8; 0,6 и 0,5.

9. Партия из 10000 лотерейных билетов содержит 100 выигрышных. Сколько нужно купить билетов, чтобы с вероятностью P, не меньшей 0,95, выиграть хотя бы по одному из них?

10. В продукции некоторого производства брак составляет 15%. Изделия отправляются потребителям (без проверки) в коробках по 100 штук. Найти вероятности событий: B – наудачу взятая коробка содержит 13 бракованных изделий; C – число бракованных изделий в коробке не превосходит 20.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Три стрелка с вероятностями попадания в цель при отдельном выстреле 0,7, 0,8 и 0,9, соответственно, делают по одному выстрелу. Д.с.в. X – общее число попаданий.

1.2. Из урны, в которой лежат 2 белых и 8 черных шаров, последовательно вынимают шары до тех пор, пока не появится белый шар. Д.с.в. X – число вынутых при этом шаров.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана при $x \geq 1$ выражением: $f(x) = \exp(1 - C_1 \cdot x)$; при $x < 1$ плотность $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (0; 2)$.

2.2. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 x^2 + C_2 & \text{при } 0 \leq x < 2, \\ 1 & \text{при } 2 \leq x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (¼; ¾)$.

Вариант 14

Часть 1.

1. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

2. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что только в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность.

3. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеются по крайней мере два белых шара.

4. Из двенадцати лотерейных билетов пять выигрышных. Билеты вытягиваются по одному без возвращения. Какова вероятность того, что во второй раз вытянут выигрышный билет?

5. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из пополненной третьей урны, окажется черным.

6. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе А; 20 деталей, изготовленных на заводе В и 18 деталей, изготовленных на заводе С. Вероятности изготовления деталей отличного качества для названных заводов составляют, соответственно, 0,8; 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что деталь, наудачу извлеченная из ящика, будет отличного качества.

7. Два из четырех независимо работающих элементов прибора отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятность отказа первого, второго, третьего и четвертого элементов равны, соответственно, 0,1; 0,2; 0,3 и 0,4.

8. Детали, изготовляемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму – 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым – 0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

9. К станции подходит электропоезд из восьми вагонов. В каждом вагоне 72 места для сидения. На станции поезд ожидает 600 пассажиров, из которых каждый с равной вероятностью может сесть в любой вагон. Найти вероятность того, что в произвольно взятом вагоне после посадки останется не менее двух свободных мест.

10. Небольшой город ежедневно посещают 100 туристов, которые днем идут обедать. Каждый из них выбирает для обеда один из двух городских ресторанов с равными вероятностями и независимо друг от друга. Владелец одного из ресторанов желает, чтобы с вероятностью приблизительно 0,99 все пришедшие в его ресторан туристы могли там одновременно пообедать. Сколько мест должно для этого быть в его ресторане?

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,7 при одном выстреле. Стрелок стреляет до первого попадания, но делает не более четырех выстрелов. Д.с.в. X – число произведенных выстрелов.

1.2. Сдача зачета по математической статистике производится до получения положительного результата. Шансы сдать зачет остаются неизменными и составляют 60%. Д.с.в. X – число попыток сдачи зачета.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ \tfrac{1}{2}x + C_1 & \text{при } 2 \le x < 4, \\ 1 & \text{при } 4 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (-2; 3)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-(x-1)^2/32)$. Интервал $(a; b) = (0; 2)$.

Вариант 15

Часть 1.

1. В урне имеется пять шаров с номерами от 1 до 5. Наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Найти вероятность того, что извлеченные шары будут иметь номера 1, 4, 5 независимо от того, в какой последовательности они появились.

2. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеются по крайней мере два белых шара.

3. Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно с вероятностями 0,85, 0,90, 0,95, соответственно. Найти вероятность того, что за время T выйдет из строя хотя бы один элемент.

4. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе А; 20 деталей, изготовленных на заводе В и 18 деталей, изготовленных на заводе С. Вероятности изготовления деталей отличного качества для названных заводов составляют, соответственно, 0,8; 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что деталь, наудачу извлеченная из ящика, будет отличного качества.

5. В двух урнах находятся, соответственно, 3 белых и 7 черных шаров, и 6 белых и 3 черных шара. Из каждой урны наудачу извлекается по два шара, а затем из каждой пары наудачу берется по одному шару. Какова вероятность, что оба шара окажутся одного цвета?

6. В ящике находятся 15 теннисных мячей, из которых 9 новых. Для первой игры наугад берутся три мяча, которые после игры возвращаются в ящик. Для второй игры также наугад берутся три мяча. Найти вероятность того, что все мячи, взятые для второй игры, новые.

7. В трех ящиках – *a, b* и *c* – содержатся, соответственно, две золотые, одна золотая и одна серебряная и две серебряные монеты. Случайным образом выбирается ящик и из него произвольно вынимается монета. Монета оказалась золотой. Какова вероятность, что вторая монета в этом ящике также золотая?

8. В магазин трикотажных изделий поступили носки, 60% которых получено от одной фабрики, 25% - от другой и 15% - от третьей. Найти вероятность того, что купленные покупателем носки изготовлены на второй или третьей фабрике.

9. Датчик вырабатывает случайные натуральные числа. Если очередное число делится на 3, его записывают. Сколько нужно получить чисел с помощью датчика, чтобы с вероятностью примерно 0,95 оказались записанными не менее 1000 чисел?

10. Партия из 10000 лотерейных билетов содержит 100 выигрышных. Сколько нужно купить билетов, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95, выиграть хотя бы по одному из них.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. В шестиламповом усилителе перегорела одна лампа. Лампы заменяют новыми одну за другой, пока усилитель не заработает. Д.с.в. X – число замененных ламп.

1.2. На элеватор прибыло 6 машин агрофирмы АФ-1 и 4 машин агрофирмы АФ-2. Под разгрузку случайным образом загоняются $n = 6$ машин. Д.с.в. X – число разгружаемых машин агрофирмы АФ-2.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} C_1 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{4}x + C_2 \cdot \arcsin(\frac{1}{2}x) & \text{при } 0 \le x < 2, \\ 1 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (1; 2)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-x^2)$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.

Вариант 16

Часть 1.

1. В шкатулке лежат 5 монет по 20 коп., 4 монеты по 15 коп., и 2 монеты по 10 коп. Наугад берутся 6 монет. Какова вероятность, что в сумме они составят не более одного рубля?

2. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне 5 белых шаров, 11 черных и 8 красных, а во второй соответственно 19, 8 и 6. Из обеих урн наудачу извлекается по одному шару. Какова вероятность, что оба шара одного цвета?

3. В ящике 12 деталей, из которых пять окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

4. Имеются две партии изделий по 12 и 10 штук, причем в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую, после чего выбирается наудачу изделие из второй партии. Найти вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.

5. В отделе найма персонала проводится тестирование на вакантную руководящую должность. Тест составлен из двух производственных ситуаций, не связанных между собой логически. По каждой ситуации предлагается три примера дальнейших действий, из которых надо выбрать один наилучший. Вероятность того, что претендент знает ответ на первую часть теста равна p_1 = 0,8, вероятность того, что он знает ответ на вторую часть равна p_2 = 0,7. Если претендент не знает ответа, он выбирает один из трех предлагаемых вариантов наугад. Какова вероятность того, что испытуемый ответит правильно на обе части теста?

6. В тире имеются пять ружей, вероятности попадания из которых равны соответственно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9. Определить вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.

7. Из партии в пять изделий наудачу взято одно, оказавшееся бракованным. Количество бракованных изделий равновозможно любое. Какое предположение о количестве бракованных изделий в партии наиболее вероятно? Обоснуйте ответ.

8. Определить вероятность того, что среди 1000 лампочек нет ни одной неисправной, если из взятых наудачу 100 лампочек все оказались исправными. Предполагается, что число неисправных лампочек из 1000 равновозможно от 0 до 5.

9. На телефонной станции неправильное соединение происходит с вероятностью 0,002. С какой вероятностью можно утверждать, что из 400 соединений, выполненных за час, неправильных соединений будет не более трех?

10. Вероятность рождения девочки равна 0,49. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 девочек.

Часть 2

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание M(X), дисперсию D(X), среднее квадратическое отклонение σ(X)).

1.1. Две монеты подброшены 4 раза. Д.с.в. X – число выпадений двух «гербов» в n бросаниях.

1.2. Среди 5 ключей два подходят к двери. Ключи пробуют один за другим, пока не откроют дверь. Найти распределение вероятностей для числа опробованных ключей. Д.с.в. X – число опробованных ключей.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения F(x) (плотность функции распределения f(x)). Вычислить соответствующую плотность функции распределения f(x) (функцию распределения F(x)). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание M(X) и дисперсию D(X). Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала (a; b). Примечание: C1, C2 = const.

2.1. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана при x ≥ 0 выражением: f(x) = C1·exp(–2x); при x < 0 плотность распределения f(x) = 0. Интервал (a; b) = (0; 2).

2.2. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C1\cdot x - x2 & \text{при } 0 \le x < 1, \\ 1 & \text{при } 1 \le x. \end{cases}$$

Интервал (a; b) = (–⅓; ⅓).

Вариант 17

Часть1

1. Определить вероятность того, что наудачу выбранное целое положительное число не делится: а) ни на два, ни на три; б) на два или на три.
2. Из урны, содержащей n шаров с номерами от 1 до n, последовательно извлекаются два шара, причем первый шар возвращается, если его номер не равен единице. Определить вероятность того, что шар с номером 2 будет вынут при втором извлечении.
3. Два игрока поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у кого раньше появиться герб. Определить вероятности выигрыша для каждого из игроков.
4. В тире имеются пять ружей, вероятности попадания из которых равны соответственно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9. Определить вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.
5. Для контроля продукции из трех партий деталей взята для испытания одна деталь. Найти вероятность обнаружения бракованной продукции, если в одной партии пятая часть деталей – бракованные, а в двух других – все доброкачественные.
6. Радиодеталь может принадлежать к одной из трех партий с вероятностями p_1, p_2 и p_3, где $p_1 = p_3 = 0{,}25$, $p_2 = 0{,}5$. Вероятности того, что деталь проработает заданное число часов, равны для этих партий соответственно 0,9; 0,8 и 0,6. Определить вероятность того, что радиодеталь проработает заданное число часов.
7. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот стрелок?
8. Вероятности попадания при каждом выстреле для трех стрелков равны соответственно 4/5, 3/4, 2/3. При одновременном выстреле всех трех стрелков имелось два попадания. Определить вероятность того, что промахнулся третий стрелок.
9. В каждом из 700 независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,35. Какова вероятность того, что событие A произойдет ровно 245 раз? От 240 до 250 раз?
10. Станок-автомат штампует детали партиями по 100 шт. Вероятность изготовления бракованной детали равна 0,01. Партия бракуется при обнаружении в ней более двух бракованных деталей. Найти вероятность забракования очередной партии деталей.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).
1.1. Два игральных кубика брошены $n = 6$ раз. Д.с.в. X – число выпадений пар, содержащих ровно одну «четверку» в n бросаниях.
1.2. Из ящика, содержащего $N = 10$ деталей, среди которых $n = 6$ стандартных деталей, наудачу вынимаются $M = 4$ детали. Д.с.в. X – число стандартных деталей в выборке.
2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.
2.1. Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot \exp(-(x-4)^2/50)$. Интервал $(a; b) = (0; 4)$.
2.2. Плотность функции распределения

$$f(x) = \begin{cases} C_1 \cdot (x+1)^{-\frac{5}{2}}, & x \ge 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Интервал $(a; b)$ определяется неравенством $|x - ⅓| < 1$.

Вариант 18

Часть 1.

1. Среди 110 лотерейных билетов есть 17 выигрышных. Найти вероятность того, что среди 15 наудачу выбранных билетов 8 окажутся выигрышными.

2. В урне имеются n белых и m черных шаров. Два игрока последовательно достают наудачу по одному шару, возвращая каждый раз вынутый шар обратно. Игра продолжается до тех пор, пока один из игроков не достанет белый шар. Определить вероятность выигрыша для каждого из игроков.

3. В ящике 9 белых и 11 черных шаров. Один шар вынут и отложен в сторону. Какова вероятность того, что следующий вынутый шар будет белым, если цвет первого неизвестен?

4. Радиодеталь может принадлежать к одной из трех партий с вероятностями p_1, p_2 и p_3, где $p_1 = p_3 = 0{,}25$, $p_2 = 0{,}5$. Вероятности того, что деталь проработает заданное число часов, равны для этих партий соответственно 0,9; 0,8 и 0,6. Определить вероятность того, что радиодеталь проработает заданное число часов.

5. В ящике находятся 12 теннисных мячей, из которых 8 новых. Для первой игры наугад берутся два мяча, которые после игры возвращаются в ящик. Для второй игры также наугад берутся три мяча. Найти вероятность того, что все мячи, взятые для второй игры, новые.

6. В урну, содержащую 10 шаров, опущен белый шар и шары перемешены, после чего наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны любые предположения о первоначальном цветовом составе шаров.

7. Трое охотников одновременно выстрелили по кабану, который был в результате убит одной пулей. Определить вероятности того, что кабан убит первым, вторым или третьим охотником, если вероятности попадания для них равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6.

8. В урне имеется 10 шаров, причем цвет каждого из них может быть белым или черным, так что все возможные предположения о цветовом составе шаров равновероятны. Извлекаются последовательно 4 шара, причем каждый раз после извлечения шар возвращается в урну. Какова вероятность того, что в урне содержатся только белые шары, если черные шары не извлекались?

9. В хлебопекарне выпекают булочки с изюмом. Какое наименьшее количество изюма нужно положить в тесто, из которого будет 800 булочек, чтобы вероятность найти в произвольно взятой булочке по крайней мере две изюминки была равна примерно 0,995?

10. Вероятность появления некоторого события в каждом из независимых испытаний равна 0,9. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью 0,95 можно было ожидать, что событие появится не менее 100 раз?

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Бросаются два игральных кубика. Д.с.в. X – сумма выпавших очков.

1.2. На элеватор прибыло 6 машин агрофирмы АФ-1 и 9 машин агрофирмы АФ-2. Под разгрузку случайным образом загоняются 6 машин. Д.с.в. X – число разгружаемых машин агрофирмы АФ-1.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} C_1 \cdot e^x, & x \le 0; \\ C_2 - C_1 \cdot e^{-x}, & x > 0. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (-1; 3)$.

2.2. Плотность функции распределения на числовой оси: $f(x) = C_1 + \dfrac{C_2}{1+x^2}$ (распределение Коши). Интервал $(a; b) = (1; +\infty)$.

Вариант 19

Часть 1.

1. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один из стрелков.

3. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

4. В урну, содержащую 10 шаров, опущен белый шар и шары перемешены, после чего наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны любые предположения о первоначальном цветовом составе шаров.

5. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Затем после перемешивания один шар извлечен из второй урны и переложен в третью. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, белый.

6. В сборочный цех поступили детали с трех станков. На первом станке изготовлено 51% деталей от их общего количества, на втором станке 24% и на третьем 25%. При этом на первом станке было изготовлено 90% деталей первого сорта, на втором 80% и на третьем 70%. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь окажется первого сорта?

7. В монтажном цехе к устройству присоединяется электродвигатель. Электродвигатели поставляются тремя заводами-изготовителями: I, II, III. На складе имеются электродвигатели названных заводов, соответственно, в количестве 19, 6 и 11 шт., которые могут безотказно работать в течение гарантийного срока с вероятностями, соответственно, 0,85, 0,76 и 0,71. Рабочий берет наудачу один двигатель и монтирует его к устройству. Найти вероятности того, что смонтированный и проработавший безотказно до конца гарантийного срока двигатель был поставлен заводом-изготовителем II или III.

8. Имеются три партии деталей по 20 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях соответственно равны 20, 15 и 10. Из наудачу выбранной партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Деталь возвращают в партию и вторично из той же партии наудачу извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.

9. Найти приближенно границы, в которых с вероятностью 99% лежит число выпадений пятерки или шестерки при 20000 бросаний игральной кости.

10. Событие B наступает, если событие A осуществится не менее трех раз. Найти вероятность появления события B в серии из $n = 50$ испытаний, если вероятность осуществления события A в каждом испытании равна $p = 0{,}03$.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле из пистолета (в обойме $n = 9$ патронов) попадет в цель равна 0,8. Стрельба ведется до первого промаха. Д.с.в. X – число оставшихся в обойме патронов.

1.2. Игральный кубик брошен $n = 8$ раз. Д.с.в. X – число выпадений нечетного числа очков в n бросаниях.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot \exp(-(x-4)^2/50)$. Интервал $(a; b) = (0; 4)$.

2.2. Плотность функции распределения

$$f(x) = \begin{cases} C_1 \cdot (x+1), & x \in [-1; 2]; \\ 0, & x \notin [-1; 2]. \end{cases}$$

Интервал $(a; b)$ определяется неравенством $|x| < 1$.

Вариант 20

Часть 1.

1. Вероятность попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,98. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

2. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

3. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что только в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность.

4. В сборочный цех поступили детали с трех станков. На первом станке изготовлено 51% деталей от их общего количества, на втором станке 24% и на третьем 25%. При этом на первом станке было изготовлено 90% деталей первого сорта, на втором 80% и на третьем 70%. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь окажется первого сорта?

5. В первой урне находятся 1 белый и 9 черных шаров, во второй – 1 черный и 5 белых шаров. Из каждой урны наугад удалили по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу вытянутый из третьей урны, окажется белым.

6. Из 40 деталей 10 изготовлены в первом цехе, 25 – во втором, а остальные – в третьем. Первый и третий цехи дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,9, второй цех - с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

7. В специализированную больницу поступают в среднем 50 процентов больных с заболеванием K, 30 процентов – с заболеванием L, 20 процентов – с заболеванием M. Вероятность полного излечения болезни K равна 0,7; для болезней L и M эти вероятности, соответственно, равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что он страдал заболеванием K.

8. Два из четырех независимо работающих элементов вычислительного устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятность отказа первого, второго, третьего и четвертого элементов соответственно равны 0,2; 0,4; 0,3 и 0,1.

9. Книга в 500 страниц содержит 800 опечаток. Найти вероятность того, что на странице не менее 3-х опечаток.

10. Монета брошена N раз (N велико!). Найти вероятность того, что число выпадений «орла» будет заключено в промежутке $[\frac{1}{2}\cdot(1-\varepsilon)\cdot N;\ \frac{1}{2}\cdot(1+\varepsilon)\cdot N]$, где $0 < \varepsilon < 1$. Провести расчет для $\varepsilon = 0{,}01$; $N = 10000$.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. В процессе производства изделие высшего качества удается получить только с вероятностью 0,2. С конвейера берутся наугад детали до тех пор, пока не будет взято изделие высшего качества. Д.с.в. X – число число проверенных изделий.

1.2. Бросаются два игральных кубика. Д.с.в. X – модуль разности выпавших очков.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1\cdot\cos x + C_2 & \text{при } 0 \le x < \frac{1}{2}\pi, \\ C_2 & \text{при } \frac{1}{2}\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\pi/6; \pi/3)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана в промежутке $(-2; 2)$ выражением: $f(x) = C_1/\sqrt{4-x^2}$; вне этого промежутка $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (1; +\infty)$.

Вариант 21

Часть 1.

1. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеются по крайней мере два белых шара.

2. Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно с вероятностями 0,85, 0,75, 0,70, соответственно. Найти вероятность того, что за время T выйдет из строя только один элемент.

3. Отрезок разделен на три равные части. На этот отрезок наудачу брошены три точки. Найти вероятность того, что на каждую из трех частей отрезка попадет по одной точке. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

4. Из 40 деталей 10 изготовлены в первом цехе, 25 – во втором, а остальные – в третьем. Первый и третий цехи дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,9, второй цех - с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

5. Имеется три одинаковых по виду ящика. В первом ящике находится 26 белых шаров, во втором 15 белых и 11 черных, в третьем ящике 26 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынули один шар. Какова вероятность того, что он черный?

6. Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, наудачу извлекают 2 шара и добавляют в урну один белый шар. Найти вероятность того, что после этого наудачу выбранный из урны шар окажется белым.

7. Изделие проверяется на стандартность одним из трех товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому, равна 0,45, ко второму – 0,15, к третьему – 0,4. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом, равна 0,9, вторым – 0,99, третьим – 0,95. Отобранное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверил второй товаровед.

8. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что первое орудие дало попадание, если вероятности попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями соответственно равны 0,4; 0,3 и 0,5.

9. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия равна 0,3. Для того, чтобы уничтожить цель достаточно 80 попаданий. Сколько нужно выпустить снарядов, чтобы с вероятностью 0,95 можно было считать цель уничтоженной?

10. Вероятность появления события в каждом из 1000 независимых испытаний равна 0,5. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,02.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Из ящика, содержащего $N = 8$ деталей, среди которых $n = 5$ стандартных деталей, наудачу вынимаются $m = 3$ детали. Д.с.в. X – число стандартных деталей в выборке.

1.2. Каждая из 5 лампочек имеет дефект с вероятностью 0,1. Дефектная лампочка при включении сразу перегорает и ее заменяют новой. Д.с.в. X – число опробованных ламп.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -2, \\ \frac{1}{4}x + C_1 & \text{при } -2 \le x < 2, \\ C_2 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (1; 2)$.

2.2. Функция распределения вероятностей н.с.в. X задана при $x \ge 0$ выражением: $F(x) = C_1 - \exp(-C_1 \cdot x)$. Интервал $(a; b) = (2; +\infty)$.

Вариант 22

Часть 1.

1. В электропоезд, состоящий из трех вагонов входят четыре пассажира, которые выбирают вагоны наудачу. Определить вероятность того, что в каждый вагон войдет хотя бы один пассажир.

2. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле.

3. В ящике 12 деталей, из которых пять окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что ни одна из взятых деталей не окрашена.

4. Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, наудачу извлекают 2 шара и добавляют в урну один белый шар. Найти вероятность того, что после этого наудачу выбранный из урны шар окажется белым.

5. В пункте проката имеется 10 телевизоров, для которых вероятность исправной работы в течение месяца равна 0,90, и 5 телевизоров с аналогичной вероятностью, равной 0,95. Найти вероятность того, что два телевизора, взятые наудачу в пункте проката, проработают исправно в течение месяца.

6. В одной урне содержится 1 белый и 2 черных шара, в другой урне – 2 белых и 3 черных шара. В пустую третью урну кладут два шара, случайно выбранных из первой урны, и два шара, случайно выбранных из второй. Какова вероятность того, что шар, извлеченный из третьей урны, будет белым?

7. Третья часть одной из трех партий деталей является второсортной, остальные детали первого сорта. Деталь, взятая из одной партии оказалась первосортной. Определить вероятность того, что деталь была взята из партии, имеющей второсортные детали.

8. Два стрелка поочередно стреляют в мишень. Вероятности попадания первыми выстрелами для них равны соответственно 0,4 и 0,5, а вероятности попадания при следующих выстрелах для каждого увеличиваются на 0,05. Какова вероятность того, что первым произвел выстрел первый стрелок, если первое попадание произошло при пятом выстреле?

9. В каждом из 500 независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что событие A произойдет менее 235 раз.

10. Какова вероятность того, что из 600 наугад выбранных человек от 45 до 55 родились в марте?

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Прибор комплектуется из двух деталей, вероятность брака для первой детали – 0,1, а для второй – 0,05. Для контроля выбрано 4 прибора. Прибор бракуется, если в нем есть хотя бы одна бракованная деталь. Д.с.в. X – число бракованных приборов среди проверенных 4 приборов.

1.2. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле из пистолета (в обойме $n = 8$ патронов) попадет в цель равна 2/3. Стрельба ведется до первого промаха. Д.с.в. X – число произведенных выстрелов.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 \cdot \cos x + C_2 & \text{при } 0 \le x < \tfrac{1}{2}\pi, \\ C_2 & \text{при } \tfrac{1}{2}\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\pi/6; \pi/3)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана в промежутке $(-1; 1)$ выражением: $f(x) = C_1\sqrt{1-x^2}$; вне этого промежутка $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (0; ½)$.

Вариант 23

Часть 1.

1. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,65, а для второго – 0,75. Найти вероятность того, что при одном залпе мишень будет поражена.

2. В урне имеется пять шаров с номерами от 1 до 5. Наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Найти вероятность того, что извлеченные шары будут иметь номера 1, 4, 5 независимо от того, в какой последовательности они появились.

3. Среди 1000 лотерейных билетов есть 50 выигрышных. Найти вероятность того, что два наудачу взятых билета окажутся выигрышными.

4. В одной урне содержится 1 белый и 2 черных шара, в другой урне – 2 белых и 3 черных шара. В пустую третью урну кладут два шара, случайно выбранных из первой урны, и два шара, случайно выбранных из второй. Какова вероятность того, что шар, извлеченный из третьей урны, будет белым?

5. Во время испытаний было установлено, что вероятность безотказного срабатывания реле при отсутствии помех равна 0,99, при перегреве – 0,95, при вибрации – 0,9, при вибрации и перегреве – 0,8. Найти вероятность отказа этого реле при работе в жарких странах, где вероятность перегрева равна 0,2, а вероятность вибрации 0,1. Найти также вероятность отказа реле при работе в передвижной лаборатории, где вероятность перегрева 0,1, а вероятность вибрации 0,3. (Предполагается, что перегрев и вибрация – независимые события).

6. В урну, содержащую 8 шаров, опущен один белый шар, после чего наудачу извлечены два шара. Найти вероятность того, что оба извлеченных шара окажутся белыми, если равновероятны все возможные предположения о первоначальном цветовом составе шаров в урне.

7. Имеется десять одинаковых урн, из которых в девяти находятся по два черных и по два белых шара, а в одной – пять белых и один черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?

8. Два станка-автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 70% деталей отличного качества, а второй – 85%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.

9. В цехе 250 рабочих. Каждый из них потребляет электроэнергию в среднем 12 минут в течение часа. Какой должна быть минимальная мощность силовой установки цеха, чтобы вероятность перегрузки в любой момент времени была меньше 0,0001? (Под мощностью силовой установки понимается максимальное число рабочих, которое она может снабжать энергией одновременно).

10. Французский испытатель XVIII в. Бюффон, исследуя законы вероятности, бросил монету 4040 раз, причем «герб» появился 2048 раз. Найти вероятность того, что при повторении опыта Бюффона относительная частота появления «герба» отклонится от его вероятности $p = 0{,}5$ не более, чем в опыте Бюффона.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,2. Д.с.в. X – число отказавших элементов в одном опыте.

1.2. В партии из 15 деталей 20% деталей нестандартны. Наудачу отобраны три детали. Д.с.в. X – число нестандартных деталей среди трех отобранных.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 \cdot \cos x + C_2 & \text{при } 0 \le x < \tfrac{1}{2}\pi, \\ C_2 & \text{при } \tfrac{1}{2}\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\pi/6; \pi/3)$.

2.2. Функция распределения задана на всей числовой оси Ox выражением: $F(x) = \tfrac{1}{2} + C_1 \cdot \mathrm{arctg}\,x$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.

Вариант 24

Часть 1.

1. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеются по крайней мере два белых шара.

2. Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно с вероятностями 0,85, 0,90, 0,95, соответственно. Найти вероятность того, что за время T выйдет из строя хотя бы один элемент.

3. В первой урне 6 белых и 4 черных шара, а во второй урне 5 белых и 7 черных шаров. Из первой урны взяли случайно три шара, а из второй урны – 2 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров все шары одного цвета.

4. В урну, содержащую 8 шаров, опущен один белый шар, после чего наудачу извлечены два шара. Найти вероятность того, что оба извлеченных шара окажутся белыми, если равновероятны все возможные предположения о первоначальном цветовом составе шаров в урне.

5. В большом стройотряде 70 процентов первокурсников и 30 процентов студентов второго курса. Среди первокурсников 10 процентов девушек, а среди студентов второго курса – 5 процентов девушек. Среди первокурсниц одна половина изучает английский, другая половина – немецкий языки. Среди второкурсниц одна треть изучает английский, другая треть – немецкий; последняя треть – французский языки. Все девушки по очереди дежурят на кухне. Найти вероятность того, что в случайно выбранный день на кухне дежурит студентка, говорящая по-английски.

6. В урне 8 шаров. К ним прибавляют 2 белых шара и шары тщательно перемешивают. Затем из урны наудачу вынимают три шара. Найти вероятность того, что все вынутые шары белые, считая, что все предположения о первоначальном составе урны равновероятны.

7. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит автозаправочная станция (АЗС), относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе, как 3:2. Вероятность того, что на заправку остановится грузовая машина, равна 0,1; для легкового автомобиля эта вероятность равна 0,2. К АЗС на заправку подъехал автомобиль. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

8. Звено из четырех самолетов производит учебное бомбометание по цели, сбрасывая по одной бомбе. Вероятность поражения цели первым самолетом $p_1 = 0{,}40$; вторым и третьим $p_2 = p_3 = 0{,}35$; четвертым $p_4 = 0{,}30$. Цель была поражена двумя бомбами. Найти вероятность того, что четвертый самолет попал в цель.

9. Вероятность появления положительного результата в каждом из n опытов равна 0,9. Сколько нужно произвести опытов, чтобы с вероятностью 0,98 можно было ожидать, что не менее 150 опытов дадут положительный результат?

10. Рабочий берет заготовки из двух ящиков, каждый раз выбирая ящик наугад. Найти вероятность того, что когда один из ящиков опустеет, во втором окажется не более 3-х деталей, если вначале в обоих ящиках по 200 деталей.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,7. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Д.с.в. X – число патронов, выданных стрелку.

1.2. Имеется 6 монет достоинством 10, 5, 5, 2, 1, 1 рублей. Наудачу берутся три монеты. Д.с.в. X – набранная этими монетами сумма.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 \cdot \sin x & \text{при } 0 \le x < \tfrac{1}{2}\pi, \\ C_2 & \text{при } \tfrac{1}{2}\pi \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (\pi/6; \pi/3)$.

2.2 Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-\tfrac{1}{2} \cdot (x-1)^2)$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.

Вариант 25

Часть 1.

1. В первой урне 6 белых и 4 черных шара, а во второй урне 5 белых и 7 черных шаров. Из первой урны взяли случайно три шара, а из второй урны – 2 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров есть хотя бы один белый шар.

2. Два игрока играют в кости, бросая поочередно два кубика. Выигрывает тот, у кого первым выпадет в сумме 12 очков. Какова вероятность выигрыша для каждого из игроков?

3. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Какова вероятность того, что студент получит зачет по дисциплине, если для этого он должен правильно ответить на два вопроса из предложенных трех?

4. В урне 8 шаров. К ним прибавляют 2 белых шара и шары тщательно перемешивают. Затем из урны наудачу вынимают три шара. Найти вероятность того, что все вынутые шары белые, считая, что все предположения о первоначальном составе урны равновероятны.

5. В одной урне 5 белых и 7 черных шаров, а в другой – 4 белых и 8 черных шаров. Из первой урны случайным образом вынимают два шара и опускают во вторую урну. После перемешивания шаров из второй урны наудачу вынимают три шара. Найти вероятность того, что все шары, вынутые из второй урны, черные.

6. В пирамиде стоят 19 винтовок, из них 3 с оптическим прицелом. Стрелок, стреляя из винтовки с оптическим прицелом, может поразить мишень с вероятностью 0,95, а стреляя из винтовки без оптического прицела, – с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что стрелок поразит мишень, стреляя из случайно взятой винтовки.

7. Имеются три партии деталей по 25 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях равно, соответственно, 25, 20 и 15. Из наудачу выбранной партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Не возвращая деталь в партию, вторично из той же партии извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что обе детали были извлечены из третьей партии.

8. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, первое орудие дало попадание, если вероятности попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями равны, соответственно, 0,5; 0,4; 0,6.

9. Монета брошена 500 раз. Найти границы, в которых число выпадений орла будет заключено с вероятностью 0,97.

10. В магазин завезли партию из 1000 банок сока. Вероятность того, что того, что при перевозке банка будет разбита, равна 0,002. Найти вероятность того, что магазин получит более двух разбитых банок.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.2. Вероятность того, что лотерейный билет выигрышный, равна 0,1. Покупатель купил 5 билетов. Д.с.в. X – число выигрышей у владельца этих 5 билетов.

1.2. Два стрелка поражают мишень с вероятностями, соответственно, 0,8 и 0,9 (при одном выстреле), причем первый стрелок выстрелил один раз, а второй – два раза. Д.с.в. X – общее число попаданий в мишень.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ \frac{1}{2}x + C_1 & \text{при } 2 \le x < 4, \\ 1 & \text{при } 4 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (-2; 3)$.

2.2. Плотность функции распределения в промежутке $(0; \pi)$ задана выражением: $f(x) = C_1 \cdot \sin(\frac{3}{4} x)$; вне его – равна нулю. Интервал $(a; b) = (0; \frac{1}{2}\pi)$.

Вариант 26

Часть 1.

1. В ящике 12 деталей, из которых пять окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

2. Определить вероятность того, что наудачу выбранное целое положительное число не делится: а) ни на два, ни на три; б) на два или на три. **5.** Из урны, содержащей *n* шаров с номерами от 1 до *n*, последовательно извлекаются два шара, причем первый шар возвращается, если его номер не равен единице. Определить вероятность того, что шар с номером 2 будет вынут при втором извлечении.

3. Два игрока поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у кого раньше появиться герб. Определить вероятности выигрыша для каждого из игроков.

4. В пирамиде стоят 19 винтовок, из них 3 с оптическим прицелом. Стрелок, стреляя из винтовки с оптическим прицелом, может поразить мишень с вероятностью 0,95, а стреляя из винтовки без оптического прицела, – с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что стрелок поразит мишень, стреляя из случайно взятой винтовки.

5. В урну, содержащую *n* шаров, опущен один белый шар, после чего шары тщательно перемешивают. Затем наудачу извлекается один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновероятны все возможные предположения о первоначальном цветовом составе шаров в урне.

6. В одной урне 5 белых и 6 черных шаров, а в другой – 4 белых и 8 черных шаров. Из первой урны случайным образом вынимают два шара и опускают во вторую урну. После этого из второй урны также наудачу вынимают два шара. Найти вероятность того, что оба шара, вынутые из пополненной второй урны, одного цвета.

7. Две радиомонтажницы собрали равное количество одинаковых электронных плат. Вероятность того, что первая монтажница допустит ошибку, равна 0,05. Для второй монтажницы эта вероятность равна 0,1. При проверке плат была обнаружена ошибка. Найти вероятность того, что ошиблась первая радиомонтажница.

8. Три станка-автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго и втрое больше производительности третьего. Первый автомат производит в среднем 70% деталей отличного качества, второй – 85%, а третий – 95%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Каким из автоматов вероятнее всего произведена эта деталь?

9. Партия изделий не принимается при обнаружении не менее 10 бракованных изделий. Сколько надо проверить деталей, чтобы с вероятностью 0,6 можно было утверждать, что партия, имеющая 10 процентов брака, не будет принята?

10. Для мастера определенной квалификации вероятность изготовить деталь отличного качества равна 0,75. За смену он изготовил 400 деталей. Найти вероятность того, что в их числе 280 деталей отличного качества.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. ОТК должен проверить 12 комплектов, состоящих из 4 изделий каждый, причем каждая деталь может быть стандартной с вероятностью 0,9. Д.с.в. X – число комплектов, состоящих из стандартных деталей.

1.2. В партии из 15 деталей 40% деталей нестандартны. Наудачу отобраны четыре детали. Д.с.в. X – число стандартных деталей среди четырех отобранных деталей.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 x^2 + C_2 & \text{при } 0 \le x < 2, \\ 1 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (¼; ¾)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей задана при $x \in [0; \pi]$ выражением: $f(x) = C_1 \cdot \sin^2 x$; при $x \notin [0; \pi]$ плотность $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (¼\,\pi; ¾\,\pi)$.

Вариант 27

Часть 1.

1. В ящике 9 белых и 11 черных шаров. Один шар вынут и отложен в сторону. Какова вероятность того, что следующий вынутый шар будет белым, если цвет первого неизвестен?

2. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

3. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один из стрелков.

4. В одной урне 5 белых и 6 черных шаров, а в другой – 4 белых и 8 черных шаров. Из первой урны случайным образом вынимают два шара и опускают во вторую урну. После этого из второй урны также наудачу вынимают два шара. Найти вероятность того, что оба шара, вынутые из пополненной второй урны, одного цвета.

5. Вероятности того, что при работе персонального компьютера (ПК) произойдет сбой в центральном процессоре (ЦП), в оперативном запоминающем устройстве (ОЗУ), в периферийных устройствах (ПУ), относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в ЦП, ОЗУ, ПУ равны, соответственно, 0,80; 0,90; 0,95. Найти вероятность того, что возникший в ПК сбой будет обнаружен.

6. Из двенадцати лотерейных билетов пять выигрышных. Билеты вытягиваются по одному без возвращения. Какова вероятность того, что во второй раз вытянут выигрышный билет?

7. Два из трех независимо работающих элементов вычислительного устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятности отказа первого, второго и третьего элементов равны, соответственно, 0,1; 0,15 и 0,25.

8. Три стрелка произвели залп, причем две пули поразили мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятности попадания в мишень первым, вторым и третьим стрелками равны, соответственно, 0,8; 0,6 и 0,5.

9. Партия из 10000 лотерейных билетов содержит 100 выигрышных. Сколько нужно купить билетов, чтобы с вероятностью P, не меньшей 0,95, выиграть хотя бы по одному из них?

10. В продукции некоторого производства брак составляет 15%. Изделия отправляются потребителям (без проверки) в коробках по 100 штук. Найти вероятности событий: B – наудачу взятая коробка содержит 13 бракованных изделий; C – число бракованных изделий в коробке не превосходит 20.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Три стрелка с вероятностями попадания в цель при отдельном выстреле 0,7, 0,8 и 0,9, соответственно, делают по одному выстрелу. Д.с.в. X – общее число попаданий.

1.2. Из урны, в которой лежат 2 белых и 8 черных шаров, последовательно вынимают шары до тех пор, пока не появится белый шар. Д.с.в. X – число вынутых при этом шаров.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана при $x \geq 1$ выражением: $f(x) = \exp(1 - C_1 \cdot x)$; при $x < 1$ плотность $f(x) = 0$. Интервал $(a; b) = (0; 2)$.

2.2. Н.с.в. задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C_1 x^2 + C_2 & \text{при } 0 \leq x < 2, \\ 1 & \text{при } 2 \leq x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (¼; ¾)$.

Вариант 28

Часть 1.

1. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

2. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что только в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность.

3. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеются по крайней мере два белых шара.

4. Из двенадцати лотерейных билетов пять выигрышных. Билеты вытягиваются по одному без возвращения. Какова вероятность того, что во второй раз вытянут выигрышный билет?

5. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из пополненной третьей урны, окажется черным.

6. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе А; 20 деталей, изготовленных на заводе В и 18 деталей, изготовленных на заводе С. Вероятности изготовления деталей отличного качества для названных заводов составляют, соответственно, 0,8; 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что деталь, наудачу извлеченная из ящика, будет отличного качества.

7. Два из четырех независимо работающих элементов прибора отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятность отказа первого, второго, третьего и четвертого элементов равны, соответственно, 0,1; 0,2; 0,3 и 0,4.

8. Детали, изготовляемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму – 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым – 0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

9. К станции подходит электропоезд из восьми вагонов. В каждом вагоне 72 места для сидения. На станции поезд ожидает 600 пассажиров, из которых каждый с равной вероятностью может сесть в любой вагон. Найти вероятность того, что в произвольно взятом вагоне после посадки останется не менее двух свободных мест.

10. Небольшой город ежедневно посещают 100 туристов, которые днем идут обедать. Каждый из них выбирает для обеда один из двух городских ресторанов с равными вероятностями и независимо друг от друга. Владелец одного из ресторанов желает, чтобы с вероятностью приблизительно 0,99 все пришедшие в его ресторан туристы могли там одновременно пообедать. Сколько мест должно для этого быть в его ресторане?

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,7 при одном выстреле. Стрелок стреляет до первого попадания, но делает не более четырех выстрелов. Д.с.в. X – число произведенных выстрелов.

1.2. Сдача зачета по математической статистике производится до получения положительного результата. Шансы сдать зачет остаются неизменными и составляют 60%. Д.с.в. X – число попыток сдачи зачета.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ \frac{1}{2}x + C_1 & \text{при } 2 \le x < 4, \\ 1 & \text{при } 4 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (-2; 3)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-(x-1)^2/32)$. Интервал $(a; b) = (0; 2)$.

Вариант 29

Часть 1.

1. В урне имеется пять шаров с номерами от 1 до 5. Наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Найти вероятность того, что извлеченные шары будут иметь номера 1, 4, 5 независимо от того, в какой последовательности они появились.

2. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеются по крайней мере два белых шара.

3. Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно с вероятностями 0,85, 0,90, 0,95, соответственно. Найти вероятность того, что за время T выйдет из строя хотя бы один элемент.

4. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе А; 20 деталей, изготовленных на заводе В и 18 деталей, изготовленных на заводе С. Вероятности изготовления деталей отличного качества для названных заводов составляют, соответственно, 0,8; 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что деталь, наудачу извлеченная из ящика, будет отличного качества.

5. В двух урнах находятся, соответственно, 3 белых и 7 черных шаров, и 6 белых и 3 черных шара. Из каждой урны наудачу извлекается по два шара, а затем из каждой пары наудачу берется по одному шару. Какова вероятность, что оба шара окажутся одного цвета?

6. В ящике находятся 15 теннисных мячей, из которых 9 новых. Для первой игры наугад берутся три мяча, которые после игры возвращаются в ящик. Для второй игры также наугад берутся три мяча. Найти вероятность того, что все мячи, взятые для второй игры, новые.

7. В трех ящиках – *a, b* и *c* – содержатся, соответственно, две золотые, одна золотая и одна серебряная и две серебряные монеты. Случайным образом выбирается ящик и из него произвольно вынимается монета. Монета оказалась золотой. Какова вероятность, что вторая монета в этом ящике также золотая?

8. В магазин трикотажных изделий поступили носки, 60% которых получено от одной фабрики, 25% - от другой и 15% - от третьей. Найти вероятность того, что купленные покупателем носки изготовлены на второй или третьей фабрике.

9. Датчик вырабатывает случайные натуральные числа. Если очередное число делится на 3, его записывают. Сколько нужно получить чисел с помощью датчика, чтобы с вероятностью примерно 0,95 оказались записанными не менее 1000 чисел?

10. Партия из 10000 лотерейных билетов содержит 100 выигрышных. Сколько нужно купить билетов, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95, выиграть хотя бы по одному из них.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. В шестиламповом усилителе перегорела одна лампа. Лампы заменяют новыми одну за другой, пока усилитель не заработает. Д.с.в. X – число замененных ламп.

1.2. На элеватор прибыло 6 машин агрофирмы АФ-1 и 4 машин агрофирмы АФ-2. Под разгрузку случайным образом загоняются $n = 6$ машин. Д.с.в. X – число разгружаемых машин агрофирмы АФ-2.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. <u>Примечание:</u> C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} C_1 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{4}x + C_2 \cdot \arcsin(\frac{1}{2}x) & \text{при } 0 \le x < 2, \\ 1 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (1; 2)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-x^2)$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.

Вариант 30

Часть 1.

1. В урне имеется пять шаров с номерами от 1 до 5. Наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Найти вероятность того, что извлеченные шары будут иметь номера 1, 4, 5 независимо от того, в какой последовательности они появились.

2. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеются по крайней мере два белых шара.

3. Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно с вероятностями 0,85, 0,90, 0,95, соответственно. Найти вероятность того, что за время T выйдет из строя хотя бы один элемент.

4. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе А; 20 деталей, изготовленных на заводе В и 18 деталей, изготовленных на заводе С. Вероятности изготовления деталей отличного качества для названных заводов составляют, соответственно, 0,8; 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что деталь, наудачу извлеченная из ящика, будет отличного качества.

5. В двух урнах находятся, соответственно, 3 белых и 7 черных шаров, и 6 белых и 3 черных шара. Из каждой урны наудачу извлекается по два шара, а затем из каждой пары наудачу берется по одному шару. Какова вероятность, что оба шара окажутся одного цвета?

6. В ящике находятся 15 теннисных мячей, из которых 9 новых. Для первой игры наугад берутся три мяча, которые после игры возвращаются в ящик. Для второй игры также наугад берутся три мяча. Найти вероятность того, что все мячи, взятые для второй игры, новые.

7. В трех ящиках – *a, b* и *c* – содержатся, соответственно, две золотые, одна золотая и одна серебряная и две серебряные монеты. Случайным образом выбирается ящик и из него произвольно вынимается монета. Монета оказалась золотой. Какова вероятность, что вторая монета в этом ящике также золотая?

8. В магазин трикотажных изделий поступили носки, 60% которых получено от одной фабрики, 25% - от другой и 15% - от третьей. Найти вероятность того, что купленные покупателем носки изготовлены на второй или третьей фабрике.

9. Датчик вырабатывает случайные натуральные числа. Если очередное число делится на 3, его записывают. Сколько нужно получить чисел с помощью датчика, чтобы с вероятностью примерно 0,95 оказались записанными не менее 1000 чисел?

10. Партия из 10000 лотерейных билетов содержит 100 выигрышных. Сколько нужно купить билетов, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95, выиграть хотя бы по одному из них.

Часть 2.

1. Составить закон распределения вероятностей д.с.в. X. Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения (моду распределения, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$).

1.1. В шестиламповом усилителе перегорела одна лампа. Лампы заменяют новыми одну за другой, пока усилитель не заработает. Д.с.в. X – число замененных ламп.

1.2. На элеватор прибыло 6 машин агрофирмы АФ-1 и 4 машин агрофирмы АФ-2. Под разгрузку случайным образом загоняются $n = 6$ машин. Д.с.в. X – число разгружаемых машин агрофирмы АФ-2.

2. Для непрерывной случайной величины (н.с.в.) X задана функция распределения $F(x)$ (плотность функции распределения $f(x)$). Вычислить соответствующую плотность функции распределения $f(x)$ (функцию распределения $F(x)$). Проверить выполнение условия нормировки распределений. Построить графики обеих функций. Вычислить числовые характеристики распределений: математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$. Вычислить вероятность того, что н.с.в. X примет значения из заданного интервала $(a; b)$. Примечание: C_1, C_2 = const.

2.1. Функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} C_1 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{4}x + C_2 \cdot \arcsin(\frac{1}{2}x) & \text{при } 0 \le x < 2, \\ 1 & \text{при } 2 \le x. \end{cases}$$

Интервал $(a; b) = (1; 2)$.

2.2. Плотность функции распределения вероятностей н.с.в. X задана на числовой оси Ox выражением: $f(x) = C_1 \cdot exp(-x^2)$. Интервал $(a; b) = (-1; 1)$.