Задача 1

Найти интервал сходимости ряда:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-3)^3 (x+3)^n}{2n+3}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^{\ddot{i}}}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 9^n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+3)x^n}{(n+1)^5}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^n}{2n}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{3n+8}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^3+1)(x-2)^n}{3^n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)x^{2n}}{n \cdot 4^n}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{4^n (2n-1)}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{(2n^2-5n) \cdot 4^n}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(x-2)^n}{(5n-8)^3}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{3^n}$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x-2)^n}{n^2+1}$.
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^n$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{4^n}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{n+1}(x+5)^n$.

19 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$.

20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4)\ln(n+4)}$.
21. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(n+2)\ln(n+2)}$.
22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^n n^2}$.
23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n^{n+1}}$.
24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^5 \cdot 2^n}$.
25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n \sqrt{n+1}}{3^n}$.
26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+1)^{2n}}{n}$.
27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+5)(x+2)^n}{(2n+9)^2}$.
28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)(x+4)^n}{5^n}$.
29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)3^n}$.
30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 (x-3)^n}{(n^4+1)^2}$.
31. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)x^4}{2n+1}$.
32. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2n+3}{2n^2+2n+3} x^n$.
33. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^4+1}(x-1)^n$.
34. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^n}{n^5+5^2}(x-5)^n$.

35. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5n^2+4n+3}(x-2)^n.$

36. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^5}{n^3+2^3}(x+5)^n.$

37. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n} x^n.$

38. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^3+2^3}(x+1)^n.$

39. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3n+5}{7^n}(x-8)^n.$

40. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}(x-3)^n.$

41. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} x^n.$

42. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{8^n}(x-7)^n.$

43. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}(x-5)^n.$

44. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^n}(x-3)^n.$

45. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n.$

46. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}(x-5)^n.$

47. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}(x-2)^n.$

48. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^n}(x-4)^n.$

49. $\sum_{n=1}^{\infty} n^n (x-5)^n.$

50. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}(x-9)^n.$

51. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 \ln(n+1)}(x-1)^n.$

52. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{4n-1} x^{5n}.$

53. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^n}(x-8)^n.$

54. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n!}(x-2)^n.$

55. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2n-1} x^{3n}.$

56. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^{n-1}} x^{2(n-1)}.$

57. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+5)}{2^n}(x-2)^n.$

58. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{3^n-1} x^{4n}.$

59. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n^5}(x-1)^n.$

60. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} x^{2n-1}.$

Задача 2

Разложить функцию в ряд Маклорена и указать его интервал сходимости:

1. $f(x) = \frac{9}{20-x-x^2}.$

2. $f(x) = x^2(4-5x)^{-\frac{1}{2}}.$

3. $f(x) = \ln(1-x-6x^2).$

4. $f(x) = 2x\cos^2\frac{x}{2} - x.$

5. $f(x) = \frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2.$

6. $f(x) = \frac{7}{12+x-x^2}.$

7. $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{27-2x}}.$

8. $f(x) = \ln(1+x-6x^2).$

9. $f(x) = x\sin 5x.$

10. $f(x) = \frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2}.$

11. $f(x)=\dfrac{6}{8+2x-x^2}$.

12. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[4]{16-3x}}$.

13. $f(x)=\ln(1-x-12x^2)$.

14. $f(x)=(3+e^{-x})^2$.

15. $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}-1$.

16. $f(x)=\dfrac{7}{12-x-x^2}$.

17. $f(x)=x^2\sqrt{4-3x}$.

18. $f(x)=\ln(1+2x-8x^2)$.

19. $f(x)=2x\sin^2\dfrac{x}{2}-x$.

20. $f(x)=x\cdot\operatorname{sh} x$.

21. $f(x)=\dfrac{5}{6+x-x^2}$.

22. $f(x)=x\sqrt[3]{27-2x}$.

23. $f(x)=\ln(1+x-12x^2)$.

24. $f(x)=\dfrac{\sin 3x}{x}-\cos 3x$.

25. $f(x)=\dfrac{\operatorname{arctg} x}{x}$.

26. $f(x)=\dfrac{5}{6-x-x^2}$.

27. $f(x)=\sqrt[4]{16-5x}$.

28. $f(x)=\ln(1-x-20x^2)$.

29. $f(x)=(2-e^x)^2$.

30. $f(x)=x\cdot\operatorname{ch} x$.

31. $f(x)=\dfrac{3}{2-x-x^2}$.

32. $f(x)=\left(1-2e^x\right)^2$.

33. $f(x)=e^{2x}\operatorname{sh} x$.

34. $f(x)=\left(2-3e^x\right)^2$.

35. $f(x)=e^x\operatorname{ch} x$.

36. $f(x)=\left(2-e^{-x}\right)^2$.

37. $f(x)=e^x\operatorname{ch} 2x$.

38. $f(x)=\left(2-3e^{-x}\right)^2$.

39. $f(x)=\dfrac{\operatorname{arctg} x-x}{x}$.

40. $f(x)=e^x\operatorname{sh} x$.

41. $f(x)=\left(3-2e^x\right)^2$.

42. $f(x)=e^x\operatorname{sh} 2x$.

43. $f(x)=\left(1-2e^{2x}\right)^2$.

44. $f(x)=e^{2x}\operatorname{ch} x$.

45. $f(x)=\left(3-2e^{-x}\right)^2$.

46. $f(x)=e^{2x}\operatorname{sh} 2x$.

47. $f(x)=\dfrac{\operatorname{arctg} x-x}{x^3}$.

48. $f(x)=\operatorname{arctg} x-x$.

49. $f(x)=e^{2x}\operatorname{ch} 2x$.

50. $f(x)=\dfrac{\operatorname{arctg} x-x}{x^2}$.

51. $f(x)=\left(1-2e^{-2x}\right)^2$.

52. $f(x)=\dfrac{\arcsin x-x}{x}$.

53. $f(x)=\dfrac{5-x}{3-2x-x^2}$.

54. $f(x)=2\cos x\cdot\cos 2x$.

55. $f(x)=\dfrac{\arcsin x-x}{x^3}$.

56. $f(x)=2\sin x\cdot\sin 2x$.

57. $f(x)=\dfrac{7+x}{6+4x-x^2}$.

58. $f(x)=\dfrac{\arcsin x}{x}$.

59. $f(x)=\dfrac{\arcsin x-x}{x^2}$.

60. $f(x)=2\sin x\cdot\cos 2x$.

Задача 3

Вычислить интеграл с точностью 0,001:

1. $\int\limits_0^{0,1} e^{-6x^2}dx$.

2. $\int\limits_0^{0,1} \sin(100x^2)\,dx$.

3. $\int\limits_0^{1} \cos x^2 dx$.

4. $\int\limits_0^{0,5} \dfrac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$.

5. $\int\limits_0^{0,1} \dfrac{1-e^{-2x}}{x}dx$.

6. $\int\limits_0^{1} \dfrac{\ln\left(1+\dfrac{x}{5}\right)}{x}dx$.

7. $\int\limits_0^{1,5} \dfrac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}$.

8. $\int\limits_0^{0,2} e^{-3x^2}dx$.

9. $\int\limits_0^{0,2} \sin(25x^2)dx$.

10. $\int\limits_0^{0,5} \cos(4x^2)dx$.

11. $\int\limits_0^{1} \dfrac{dx}{\sqrt[4]{16+x^4}}$.

12. $\int\limits_0^{0,2} \dfrac{1-e^{-x}}{x}dx$.

13. $\int\limits_0^{0,4} \dfrac{\ln\left(1+\dfrac{x}{2}\right)}{x}dx$.

14. $\int\limits_0^{2} \dfrac{dx}{\sqrt[3]{64+x^2}}$.

15. $\int\limits_0^{0,3} e^{-2x^2}dx$.

16. $\int\limits_0^{0,4} \sin\left(\dfrac{5x}{2}\right)^2 dx$.

17. $\int\limits_0^{0,2} \cos(25x^2)dx$.

18. $\int\limits_0^{1,5} \dfrac{dx}{\sqrt[4]{81+x^4}}$.

19. $\int\limits_0^{0,4} \dfrac{1-e^{\frac{-x}{2}}}{x}dx$.

20. $\int\limits_0^{0,1} \dfrac{\ln(1+2x)}{x}dx$.

21. $\int\limits_0^{2,5} \dfrac{dx}{\sqrt[3]{125+x^3}}$.

22. $\int\limits_0^{0,4} e^{-\frac{3x^2}{4}}dx$.

23. $\int\limits_0^{0,5} \sin(4x^2)dx$.

24. $\int\limits_0^{0,4} \cos\left(\dfrac{5x}{2}\right)^2 dx$.

25. $\int\limits_0^{2} \dfrac{dx}{\sqrt[4]{256+x^4}}$.

26. $\int\limits_0^{0,5} \dfrac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$.

27. $\int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[2]{625+x^4}}$.

28. $\int_0^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^3}}$.

29. $\int_0^{0,5} e^{-\frac{3x^2}{25}} dx.$

30. $\int_0^{1} \sin x^2 dx.$

31. $\int_0^{0,1} \cos(100x^2) dx.$

32. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1-\cos x}{x^2} dx.$

33. $\int_0^{2} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} dx.$

34. $\int_0^{2} \frac{1-\cos \frac{x}{2}}{x^2} dx.$

35. $\int_0^{4} \frac{\sin \frac{x}{4}}{x} dx.$

36. $\int_0^{1} \frac{\sin x}{x} dx.$

37. $\int_0^{1} \frac{1-\cos \frac{x}{2}}{x^2} dx.$

38. $\int_0^{3} \frac{\sin \frac{x}{3}}{x} dx.$

39. $\int_0^{3} \frac{1-\cos \frac{x}{3}}{x^2} dx.$

40. $\int_0^{\frac{1}{9}} \sqrt{x} e^x dx.$

41. $\int_0^{\frac{1}{2}} x \ln(1+x^2) dx.$

42. $\int_0^{2} e^{-\frac{x}{2}} dx.$

43. $\int_0^{\frac{1}{3}} x \ln(1+x^3) dx.$

44. $\int_0^{1} e^{-x} dx.$

45. $\int_0^{1} x \ln(1+x) dx.$

46. $\int_0^{1} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx.$

47. $\int_0^{3} e^{-\frac{x}{3}} dx.$

48. $\int_0^{\sqrt{3}} e^{-\frac{1}{3}x^2} dx.$

49. $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-\sqrt{x}} dx.$

50. $\int_0^{\frac{1}{9}} e^{-\sqrt{x}} dx.$

51. $\int_0^{\sqrt{2}} e^{-x^2} dx.$

52. $\int_0^{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx.$

53. $\int_0^{5} e^{-\frac{\tilde{o}}{5}} dx.$

54. $\int_0^{1} \sqrt[3]{x} \cos x dx.$

55. $\int_0^{\sqrt{5}} e^{-\frac{1}{5}x^2} dx.$

56. $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-2\sqrt{x}} dx.$

57. $\int_0^{\sqrt{7}} e^{-\frac{1}{7}x^2} dx.$

58. $\int_0^{1} e^{-\sqrt{x}} dx.$

59. $\int_0^{\sqrt{6}} e^{-\frac{1}{6}x^2}\,dx.$ 60. $\int_0^{\frac{1}{9}} e^{-3\sqrt{x}}\,dx.$

Задача 4

Разложить функцию в ряд Фурье:

№ 1 – 40;

по косинусам № 41 – 50;

по синусам № 51 – 60;

и построить дискретный амплитудный спектр:

1. $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi<x<0\\ x, & 0<x<\pi\end{cases}$
2. $f(x)=\begin{cases}0, & -2\le x<0\\ 2-x, & 0<x\le 2\end{cases}$
3. $f(x)=\begin{cases}0, & 0\le x<2\\ -x, & 2<x\le 4\end{cases}$
4. $f(x)=\begin{cases}-x, & -\pi\le x<0\\ 1, & 0<x\le\pi\end{cases}$
5. $f(x)=\begin{cases}x, & -1\le x<0\\ 1, & 0<x\le 1\end{cases}$
6. $f(x)=\begin{cases}x, & 0\le x<1\\ x, & 1<x\le 2\end{cases}$
7. $f(x)=\begin{cases}1, & -\pi\le x<0\\ 1-x, & 0\le x\le\pi\end{cases}$
8. $f(x)=\begin{cases}-x, & -3\le x<0\\ 0, & 0\le x\le 3\end{cases}$
9. $f(x)=\begin{cases}-x, & 0\le x<3\\ -3, & 3\le x\le 6\end{cases}$
10. $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0\\ -x, & 0\le x\le\pi\end{cases}$
11. $f(x)=\begin{cases}2, & -2\le x<0\\ x, & 0<x<2\end{cases}$
12. $f(x)=\begin{cases}0, & 0\le x<1\\ x-1, & 1\le x\le 2\end{cases}$
13. $f(x)=\begin{cases}-x, & -\pi\le x<0\\ 0, & 0\le x\le\pi\end{cases}$
14. $f(x)=\begin{cases}-1, & -1\le x<0\\ x-1, & 0\le x<1\end{cases}$
15. $f(x)=\begin{cases}2-x, & 0\le x<2\\ 0, & 2\le x\le 4\end{cases}$
16. $f(x)=\begin{cases}x, & -\pi\le x<0\\ 0, & 0\le x\le\pi\end{cases}$
17. $f(x)=\begin{cases}0, & -2\le x<0\\ x, & 0\le x\le 2\end{cases}$
18. $f(x)=\begin{cases}\pi, & 0\le x<\pi\\ 2\pi-x, & \pi\le x\le 2\pi\end{cases}$
19. $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0\\ \pi-x, & 0<x\le\pi\end{cases}$
20. $f(x)=\begin{cases}0, & -4\le x<0\\ x, & 0\le x\le 4\end{cases}$
21. $f(x)=\begin{cases}0, & 0\le x<3\\ 3-x, & 3\le x\le 6\end{cases}$
22. $f(x)=\begin{cases}x+\pi, & -\pi\le x<0\\ 0, & 0\le x\le\pi\end{cases}$
23. $f(x)=\begin{cases}-3, & -3\le x<0\\ x, & 0<x\le 3\end{cases}$
24. $f(x)=\begin{cases}t, & 0\le x<\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}$

25. $f(x)=\begin{cases}-\pi, & -\pi \le x<0\\ x-\pi, & 0\le x\le \pi\end{cases}$

26. $f(x)=\begin{cases}1, & -1\le x<0\\ 1-x, & 0\le x\le 1\end{cases}$

27. $f(x)=\begin{cases}-x, & 0\le x<2\\ x-4, & 2\le x\le 4\end{cases}$

28. $f(x)=\begin{cases}-(x+\pi), & -\pi \le x<0\\ 0, & 0<x\le \pi\end{cases}$

29. $f(x)=\begin{cases}-(x+2), & -2\le x<0\\ 2-x, & 0<x\le 2\end{cases}$

30. $f(x)=\begin{cases}x+\pi, & -\pi \le x<0\\ -\pi, & 0<x\le \pi\end{cases}$

31. $f(x)=\begin{cases}x, & -3\le x<0\\ 0, & 0\le x\le 3\end{cases}$

32. $f(x)=\begin{cases}-2x, & x\in[-2;0]\\ \dfrac{1}{2}, & x\in(0;2]\end{cases}$

33. $f(x)=\begin{cases}2x, & x\in[-0{,}5;0]\\ -1, & x\in(0;0{,}5]\end{cases}$

34. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\pi}{2}-x, & x\in[-\pi;0)\\ 1, & x\in[0;\pi]\end{cases}$

35. $f(x)=\begin{cases}0, & x\in[-\pi;0]\\ 2x^2, & x\in(0;\pi]\end{cases}$

36. $f(x)=\begin{cases}-1, & x\in[-\pi;0]\\ x-\dfrac{\pi}{2}, & x\in(0;\pi]\end{cases}$

37. $f(x)=|x|,\ x\in[-3;3]$

38. $f(x)=\begin{cases}1-x, & x\in[-2;0)\\ x+1, & x\in[0;2]\end{cases}$

39. $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\in[-1;0)\\ x-1, & x\in[0;1]\end{cases}$

40. $f(x)=\begin{cases}-2-x, & x\in[-2;0)\\ 2-x, & x\in[0;2]\end{cases}$

41. $f(x)=2x-1,\ x\in[0;1]$

42. $f(x)=-x+3,\ x\in[0;\dfrac{1}{2}]$

43. $f(x)=3x+1,\ x\in[0;\pi]$

44. $f(x)=x+4,\ x\in[0;2]$

45. $f(x)=-x+5,\ x\in[0;3]$

46. $f(x)=2x+7,\ x\in[-1;0]$

47. $f(x)=-x+8,\ x\in[-3;0]$

48. $f(x)=2x+8,\ x\in[-\pi;0]$

49. $f(x)=4x+5,\ x\in[-1{,}5;0]$

50. $f(x)=x-4,\ x\in[-2;0]$

51. $f(x)=x-2,\ x\in[0;1]$

52. $f(x)=3x-1,\ x\in[0;\dfrac{1}{2}]$

53. $f(x)=x+3,\ x\in[0;\pi]$

54. $f(x)=4x+1,\ x\in[0;2]$

55. $f(x)=5x-1,\ x\in[0;3]$

56. $f(x)=7x+2,\ x\in[-1;0]$

57. $f(x)=8x-1,\ x\in[-3;0]$

58. $f(x)=8x+2,\ x\in[-\pi;0]$

59. $f(x)=5x+4,\ x\in[-1{,}5;0]$

60. $f(x)=4x-1,\ x\in[-2;0]$