

РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Цель работы. Применение методов расчета установившегося синусоидального режима

4.1. Задание и исходные данные

1. По заданным в таблице вариантов 4.1 записать временные зависимости тока/напряжения независимых источников в виде $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e)$
2. Найти токи и напряжения цепи методом узловых напряжений или методом контурных токов.
3. Проверить выполнение баланса мощностей.

Таблица 4.1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	Дано	Найти
1	3-1 $\dot{U}_1 = 40$	1-2 $I_2 =$ 0,2Гн	2-3 $R_3 = 40$ Ом	2-4 $C_4 = 125$ мкФ	4-1 $\dot{U}_5 = 20j$	4-3 $C_6 = 125$ мкФ	-	-	$\omega = 200$	i_4
2	1-2 $\dot{I}_1 = 1$	1-2 $L_2 = 0.2$ Гн	1-3 $R_3 = 40$ Ом	2-4 $\dot{U}_4 =$ -40	3-4 $C_5 = 125$ мкФ	4-3 $\dot{I}_6 = j$	-	-	$\omega = 200$	u_5
3	1-3 $\dot{I}_1 = 1-j$	1-2 $C_2 = 125$ мкФ	2-3 $C_3 = 125$ мкФ	1-4 $L_4 = 0.2$ Гн	2-4 $L_5 = 0.2$ Гн	4-3 $R_6 = 40$ Ом	-	-	$\omega = 200$	i_6
4	3-1 $\dot{U}_1 = j20$	1-2 $C_2 = 125$ мкФ	2-3 $R_3 = 40$ Ом	2-4 $L_4 = 0.2$ Гн	4-1 $\dot{I}_5 = 2$	-	-	-	$\omega = 200$	u_2
5	1-3 $\dot{U}_1 = 10$	1-2 $L_2 = 0.2$ Гн	2-3 $R_3 = 40$ Ом	4-2 $\dot{U}_4 = j20$	4-5 $R_5 = 40$ Ом	1-5 $C_6 = 125$ мкФ	3-5 $\dot{I}_7 = 2$	-	$\omega = 200$	i_3
6	3-1 $\dot{I}_1 = j$	1-2 $R_2 = 40$ Ом	2-3 $C_3 = 125$ мкФ	2-4 $\dot{U}_4 = 30$	1-4 $L_5 = 0.2$ Гн	4-3 $R_6 = 40$ Ом	-	-	$\omega = 200$	u_5
7	2-1 $\dot{I}_1 = j$	1-2 $C_2 = 125$ мкФ	3-1 $\dot{U}_3 = 20$	3-4 $L_4 = 0.2$ Гн	5-2 $L_5 = 0.2$ Гн	4-5 $C_6 = 125$ мкФ	6-4 $R_7 = 40$ Ом	6-5 $\dot{U}_8 = 40$	$\omega = 200$	i_4
8	1-3 $\dot{U}_1 = j20$	1-2 $L_2 = 0.2$ Гн	2-3 $L_3 = 0.2$ Гн	2-4 $C_4 = 125$ мкФ	1-4 $C_5 = 125$ мкФ	4-3 $\dot{U}_6 = 10$	-	-	$\omega = 200$	u_4
9	1-3 $\dot{U}_1 = 60$	1-2 $L_2 = 0.2$ Гн	2-3 $R_3 = 40$ Ом	2-4 $C_4 = 125$ мкФ	4-5 $R_5 = 40$ Ом	5-3 $C_6 = 125$ мкФ	3-4 $\dot{I}_7 = j3$	-	$\omega = 200$	u_4
10	3-1 $\dot{I}_1 = 4+j2$	1-2 $L_2 = 0.2$ Гн	2-3 $R_3 = 40$ Ом	1-4 $C_4 = 125$ мкФ	2-4 $R_5 = 40$ Ом	4-3 $L_6 = 0.2$ Гн	-	-	$\omega = 200$	i_4
11	1-3 $\dot{U}_1 = 20$	1-2 $R_2 = 40$ Ом	2-3 $C_3 = 125$ мкФ	1-4 $L_4 = 0.2$ Гн	2-4 $R_5 = 40$ Ом	4-3 $\dot{U}_5 =$ $-j40$	-	-	$\omega = 200$	i_3
12	1-3 $\dot{U}_1 =$ $10j$	1-2 $R_2 = 40$ Ом	2-3 $C_3 = 125$ мкФ	1-4 $L_4 = 0.2$ Гн	2-4 $R_5 = 40$ Ом	4-3 $R_6 = 40$ Ом	-	-	$\omega = 200$	i_4
13	1-3 $\dot{U}_1 =$ $j50$	1-2 $L_2 = 0.2$ Гн	2-3 $\dot{I}_3 = 5+j$	2-3 $C_4 = 125$ мкФ	4-2 $R_5 = 40$ Ом	4-3 $\dot{U}_6 = j50$	-	-	$\omega = 200$	u_4
14	1-3 $\dot{U}_1 =$ $j20$	1-2 $C_2 = 125$ мкФ	2-3 $R_3 = 40$ Ом	4-1 $\dot{I}_4 = -1$	2-4 $R_5 = 40$ Ом	4-3 $L_6 = 0.2$ Гн	-	-	$\omega = 200$	u_2
15	1-3 $\dot{U}_1 = 40$	1-2 $L_2 = 0.2$ Гн	2-3 $R_3 = 40$ Ом	2-4 $\dot{I}_4 = -j$	1-4 $C_5 = 125$ мкФ	4-3 $R_6 = 40$ Ом	-	-	$\omega = 200$	i_2

Продолжение таблицы 4.1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	Дано	Найти
16	4-1 $\dot{I}_1 = -6-j2$	1-2 $R_2 = 40$ Ом	2-4 $C_3 = 125$ мкФ	2-3 $L_4 = 0.2$	1-3 $R_5 = 40$ Ом	3-4 $R_6 = 40$ Ом	-	-	$\omega = 200$	i_2
17	1-4 $\dot{I}_1 = j$	1-4 $R_2 = 40$ Ом	1-2 $L_3 = 0.2$ Гн	2-4 $C_4 = 125$ мкФ	3-2 $R_5 = 40$ Ом	3-4 $\dot{U}_6 = 30+j30$	-	-	$\omega = 200$	i_3
18	1-4 $\dot{U}_1 = j40$	1-2 $L_2 = 0.2$ Гн	2-4 $\dot{I}_3 = 1+j$	4-2 $R_4 = 40$ Ом	2-3 $C_5 = 125$ мкФ	4-3 $\dot{U}_6 = 20-j20$	-	-	$\omega = 200$	i_2
19	3-1 $\dot{I}_1 = j10$	1-3 $L_2 = 0.2$ Гн	1-2 $\dot{U}_3 = -20$	4-3 $C_4 = 125$ мкФ	2-4 $R_5 = 40$ Ом	2-4 $\dot{I}_6 = -j10$	-	-	$\omega = 200$	i_4
20	1-3 $\dot{U}_1 = 40+j40$	1-2 $R_2 = 40$ Ом	2-3 $L_3 = 0.2$ Гн	2-4 $R_4 = 40$ Ом	1-4 $\dot{I}_5 = j10$	4-3 $C_6 = 125$ мкФ	-	-	$\omega = 200$	i_4
21	1-3 $\dot{U}_1 = 20+j20$	1-2 $R_2 = 40$ Ом	2-3 $R_3 = 40$ Ом	2-4 $C_4 = 125$ мкФ	1-4 $L_5 = 0.2$ Гн	4-3 $C_6 = 125$ мкФ	-	-	$\omega = 200$	u_4
22	4-1 $\dot{U}_1 = j40$	2-1 $C_2 = 125$ мкФ	2-4 $L_3 = 0.2$ Гн	3-2 $R_4 = 40$ Ом	3-4 $R_5 = 40$ Ом	4-3 $\dot{I}_6 = j4$	-	-	$\omega = 200$	u_3
23	4-1 $C_1 = 125$ мкФ	2-1 $\dot{U}_2 = 40$	2-4 $R_3 = 40$ Ом	4-2 $\dot{I}_4 = j2$	3-2 $L_5 = 0.2$ Гн	3-4 $\dot{U}_6 = 20+j40$	-	-	$\omega = 200$	u_3
24	2-1 $\dot{I}_1 = 1-j$	1-2 $L_2 = 0.2$ Гн	1-3 $R_3 = 40$ Ом	4-3 $\dot{I}_4 = -j$	3-4 $C_5 = 125$ мкФ	2-4 $\dot{U}_6 = -j40$	-	-	$\omega = 200$	u_2
25	1-4 $\dot{U}_1 = j10$	1-2 $C_2 = 125$ мкФ	2-4 $R_3 = 40$ Ом	2-3 $L_4 = 0.2$ Гн	1-3 $R_5 = 40$ Ом	3-4 $\dot{U}_6 = j10$	-	-	$\omega = 200$	u_2

4.2. Пример выполнения задания

4.2.1. Определение параметров элементов

Структура цепи и значения параметров цепи на частоте ω приведены в таблице 4.2, схема цепи показана на рисунке 4.1.

Таблица 4.2

1	2	3	4	5	6	ω	Найти
1-4 $C_1 = 0.5$ мФ	2-1 $\dot{E}_2 = 80$	2-4 $R_3 = 20$ Ом	4-2 $\dot{I}_4 = j2$	3-2 $L_5 = 0.1$ Гн	3-4 $\dot{E}_6 = 40 + j80$	200	$u_5(t)$

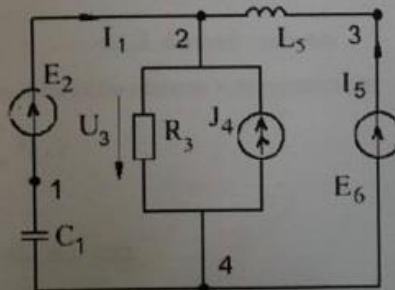


Рис.4.1. Схема цепи.

Расчетная схема получается из исходной схемы путем замены R, L, C – элементов их комплексными сопротивлениями и замены токов/напряжений независимых источников их комплексными амплитудами или комплексами действующих значений

$$Z_R = R, \quad Z_L = j\omega L, \quad Z_C = 1/j\omega C$$

$$j(t) = J_m \cdot \sin(\omega t + \psi_j) \leftrightarrow \dot{J}_m = J_m \cdot \exp(j\psi_j)$$

$$e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e) \leftrightarrow \dot{E}_m = E_m \cdot \exp(j\psi_e)$$

По известным параметрам L, C элементов и частоте источника находим реактивные сопротивления

$$X_{L5} = \omega L_5 = 0,1 \cdot 200 = 20$$

$$X_{C1} = 1/(\omega \cdot C_1) = 1/(200 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}) = 20$$

Запишем модуль и аргумент комплекса действующего значения напряжения источника $\dot{E}_6 = 40 + j80$:

$$E_6 = 40 \cdot \sqrt{1+4}, \quad \psi_e = \arg(\dot{E}_6) = \arctg(2) = 1,11,$$

$$\psi_{e6} = 63,5^\circ, \quad \dot{E}_6 = 40\sqrt{5} \cdot \exp(j1,11)$$

По заданным комплексам действующих значений восстановим временную зависимость токов/напряжений независимых источников

$$E_{2m} = \dot{E}_2 \cdot \sqrt{2} \leftrightarrow u_2(t) = \text{Im}[\dot{E}_{2m} \cdot \exp(j\omega t)] = 20 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(200 \cdot t)$$

$$\dot{J}_{2m} = \dot{J}_2 \cdot \sqrt{2} \leftrightarrow j_2(t) = \text{Im}[\dot{J}_{2m} \cdot \exp(j\omega t)] = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(200t + \pi/2)$$

$$\dot{E}_{6m} = \dot{E}_6 \cdot \sqrt{2} \leftrightarrow e_2(t) = \text{Im}[\dot{E}_{6m} \cdot \exp(j\omega t)] = 40 \cdot \sqrt{10} \cdot \sin(200t + 0,353\pi)$$

4.2.2 Метод узловых напряжений

Найдем напряжение \dot{U}_3 по формуле напряжения двух узлов

$$\dot{U}_3 = \frac{\dot{E}_2 \cdot Y_{C1} + \dot{J}_4 + \dot{E}_6 \cdot Y_{L5}}{Y_{C1} + Y_{R3} + Y_{L5}} =$$

$$\frac{80 \cdot j0,05 + j2 + (40 + j80) \cdot (-j0,05)}{j0,05 + 0,05 - j0,05} = \quad (4.1)$$

$$= 80 + j80 = 80\sqrt{2} \exp(\pi/4)$$

Токи определяем по закону Ома

$$I_1 = I_2 = (E_2 - U_3) \cdot Y_{C1} = [80 - (80 + j80)] \cdot j \cdot 0,05 = 4$$

$$I_5 = I_6 = (E_6 - U_3) \cdot Y_{L5} =$$

$$= [(40 + j80) - (80 + j80)] \cdot (-j0,05) = j2 \quad (4.2)$$

$$I_3 = U_3 \cdot Y_{R3} = (80 + j80) \cdot 0,05 = 4 + j4 = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \exp(j\pi/4)$$

4.2.3. Баланс энергии

Проверим баланс мощностей источников и приемников:

$$\sum \dot{S}_{E,J} = \sum \dot{S}_{R,L,C}$$

Мощность источников

$$\dot{S}_{E2} = \dot{E}_2 \cdot \dot{I}_2^* = 80 \cdot 4 = 320,$$

$$\dot{S}_{E6} = \dot{E}_6 \cdot \dot{I}_6^* = (40 + j80) \cdot (-j2) = 160 - j80,$$

$$\dot{S}_{J4} = \dot{U}_4 \cdot \dot{J}_4 = (80 + j80) \cdot (-j2) = 160 - j160,$$

$$\dot{S}_\Sigma = \dot{S}_{E2} + \dot{S}_{E6} + \dot{S}_{J4} = 640 - j240$$

Мощность приемников

$$\begin{aligned}\dot{S}_{RLC} &= \dot{S}_{R3} + \dot{S}_{L5} + \dot{S}_{C1} = R_3 \cdot I_3^2 + j(X_{L5} \cdot I_5^2 - X_{C1} \cdot I_1^2) = \\ &= 20 \cdot 32 + j(20 \cdot 4 - 20 \cdot 16) = 640 - j240\end{aligned}$$

Из сравнения величин \dot{S}_{RLC} , \dot{S}_{Σ} следует, что баланс мощностей выполняется.

Запишем реакции цепи в виде функций времени

$$\begin{aligned}u_3(t) &= 160 \cdot \sin(200t + \pi/4), \quad i_1(t) = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(200t), \\ i_3(t) &= 2\sqrt{2} \sin(200t + \pi/2), \quad i_5(t) = 8 \sin(200t + \pi/4)\end{aligned}$$

4.2.4. Метод контурных токов

Для расчета цепи МКТ ветвь с источником тока J_4 преобразуется в ветвь с источником напряжения $E_{J4} = R_3 \cdot J_4$ как показано на рисунке 4.2. и запишем матрицу контурных параметров

$$Z_k = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 - j20 & 20 \\ 20 & 20 + j20 \end{bmatrix}$$

Вектор контурных источников напряжения:

$$\begin{aligned}E_k &= [E_{k1} \quad E_{k2}]^T = [E_2 - J_4 \cdot R_3 \quad E_6 - J_4 \cdot R_3]^T = \\ &= [80 - j40 \quad 40 + j40]^T\end{aligned}$$

Решение системы уравнений

$$I_k = Z_k^{-1} \cdot E_k = [4 \quad j2]^T$$

Токи ветвей цепи

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \dot{I}_{k1} = 4, \quad \dot{I}_6 = \dot{I}_{k2} = j2, \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_1 + \dot{I}_6 + \dot{J}_4 = 4 + j4\end{aligned}$$

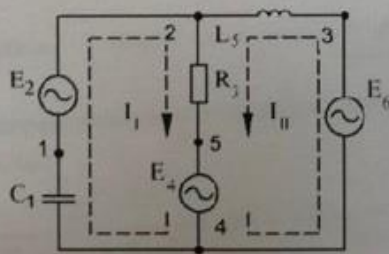


Рис. 4.2. Расчет цепи МКТ.

4.2.5. Метод эквивалентного генератора

Для определения напряжения \dot{U}_5 на сопротивлении Z_{L5} заменим остальную часть цепи эквивалентным источником с напряжением холостого хода \dot{E} и внутренним сопротивлением Z_i . Расчетная схема для определения напряжения \dot{E} (рисунок 4.3) получена путем удаления из исходной схемы элемента L_5 .

Напряжение ХХ определяется по ЗКН

$$\dot{E} = \dot{U}_{3,4} - \dot{U}_{2,4}; \quad \dot{U}_{3,4} = \dot{E}_6$$

Напряжение $\dot{U}_{2,4}$ определим методом наложения

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2,4} &= \dot{E}_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + Z_{C1}} + j_4 \cdot \frac{R_3 \cdot Z_{C1}}{R_3 + Z_{C1}} = \\ &= 80 \cdot \frac{20}{20 - j20} + j2 \cdot \frac{20 \cdot (-j20)}{20 - j20} = 60 + j60 \end{aligned}$$

Искомое напряжение XX

$$\dot{E} = 40 + j80 - 60 - j60 = -20 + j20$$

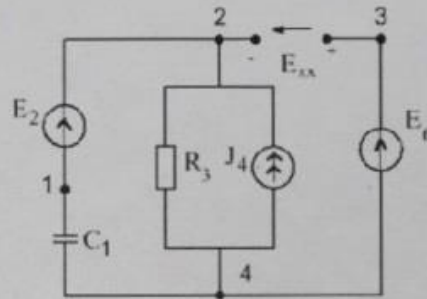


Рис.4.3. Расчетная схема для определения напряжения холостого хода эквивалентного источника.

Схема для определения внутреннего сопротивления эквивалентного источника показана на рис. 4.4а.

$$Z_i = R_3 \cdot Z_{C1} / (R_3 + Z_{C1}) = 10 - j10$$

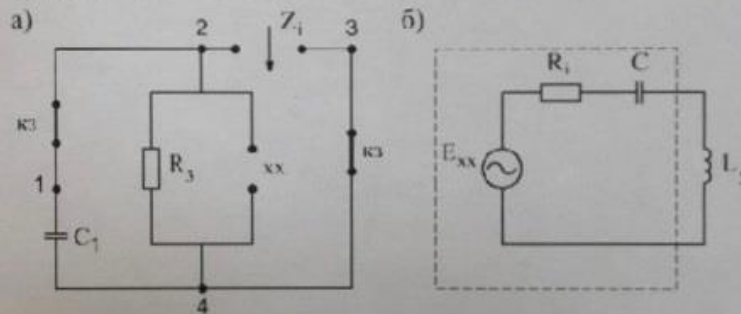


Рис.4.4. Расчетная схема для определения внутреннего сопротивления источника -а) и расчетная схема для определения тока/напряжения нагрузки -б).

Напряжение на индуктивном элементе L_5 определяется по расчетной схеме, показанной на рисунке 4.4б.

$$\dot{U}_5 = \dot{E} \cdot \frac{Z_5}{R_i + Z_C + Z_{L5}} = (-20 + j20) \frac{j20}{10 - j10 + j20} = -40$$

Ток индуктивности определяется по закону Ома

$$I_5 = U_5 / Z_{L5} = -40 / j20 = j2$$

Полученное значение совпадает со значениями тока, полученными другими методами – МКТ и МУН.