

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

(Линейная алгебра и аналитическая геометрия)

В заданиях этой контрольной параметры n и m требуется заменить на последнюю и, соответственно, предпоследнюю ненулевую цифру Вашего индивидуального шифра. Если $n = 0$ или $m = 0$, то вместо соответствующей цифры нужно подставить число 10.

1. На векторах $\bar{a} = (n + 1, 1, 1)$ и $\bar{b} = (1, 1, n + 1)$ построен параллелограмм. Найти:

- а) угол между диагоналями параллелограмма;
- б) площадь параллелограмма;
- в) высоту параллелограмма, опущенную на вектор \bar{b} .

2. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$. Найдите:

- а) модуль вектора \overline{AB} ;
 - б) объем пирамиды;
 - в) длину высоты, опущенной из вершины D ;
- $A(n + 2, 1, 1), B(1, n + 2, 1), C(1, 1, n + 2), D(0, 0, 0)$.

3. В условиях предыдущей задачи найдите:

- а) уравнение плоскости ABC ;
- б) уравнения высоты, опущенной из вершины D ;
- в) точку пересечения этой высоты с основанием.

4. Даны матрицы Q, S, D , найдите:

- а) $S + D^T$;
- б) Q^{-1} ;

$$Q = \begin{pmatrix} n + 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & m + 2 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} n & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & m \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} n & 1 & 1 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений

а) с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} (m+1)x + y + z = 1, \\ x + y + z = -1, \\ x + y + (n+1)z = 1, \end{cases}$$

б) методом Гаусса, указать фундаментальную систему решений соответствующей однородной системы и записать общее решение в векторной форме:

$$\begin{cases} (n+2)x + (2n+3)y + z = 3n+6, \\ x + y + z = 3, \\ (n+1)x + 2(n+1)y + z = 3n+3. \end{cases}$$

6. Докажите, что векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образуют базис и найдите координаты вектора \bar{d} в этом базисе:

$$\bar{a} = (n, 1, 1), \bar{b} = (1, m, 1), \bar{c} = (1, 1, n+m), \bar{d} = (n+2, m+2, n+m+2).$$