

МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ И УЗЛОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Рассмотрим цепь, структура которой и параметры элементов заданы таблицей 3.2. Схема цепи, построенная по данным таблицы 3.2, показана на рис.3.14. Задача расчета состоит в записи уравнений в матричной форме и нахождении решения.

Таблица 3.2
Структура цепи и параметры элементов

Тип элемента	R_1 Ом	R_2 Ом	E_3 В	J_4 А	E_5 В	R_6 Ом	R_7 Ом	J_8 А
Узлы присоединения	1-5	1-2	2-4	1-3	3-4	3-5	4-5	5-4
Значение параметра	8	8	16	1	16	8	8	1

Схема цепи, построенная по данным таблицы 3.2, показана на рис.3.14.

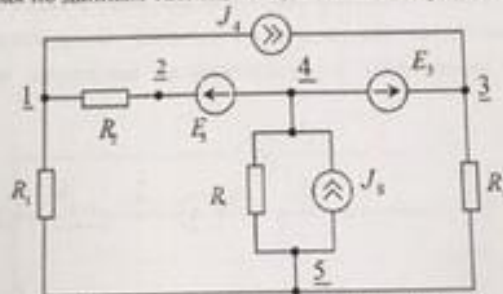


Рис. 3.14 Схема цепи с несколькими источниками

Расчет методом контурных токов

Для приведения цепи к простой ячеистой структуре выполним расщепление идеального источника тока J_4 путем параллельного подключения источника J_4 к ветви с элементами R_2 , E_3 и ветви с источником напряжения E_5 .

Параллельную ветвь цепи J_8, R_7 и образовавшуюся ветвь J_4, R_2 преобразуются в последовательное соединение источников напряжения E_{J_4}, E_{J_8} и сопротивлений R_2, R_7 , как показано на рис.3.15.

$$E_{J_4} = J_4 \cdot R_2 = 8, \quad E_{J_8} = J_8 \cdot R_7 = 8$$

При таком преобразовании токи I_1, I_6 остаются неизменными.

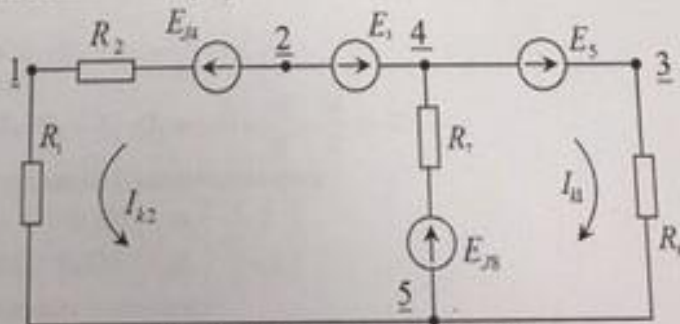


Рис. 3.15 Преобразованная схема цепи

Используя расчетную схему цепи на рис.3.15, запишем элементы контурной матрицы и элементы вектора контурной ЭДС

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_2 + R_7 = 8 + 8 + 8 = 24; \\ R_{12} &= R_{21} = 8; \quad R_{22} = R_6 + R_7 = 8 + 8 = 16; \\ E_{d1} &= E_3 - J_4 \cdot R_2 + J_8 \cdot R_7 = 16 - 8 + 8 = 16; \end{aligned}$$

$$E_{k2} = E_3 + J_4 \cdot R_7 = 16 + 8 = 24$$

Система контурных уравнений принимает вид

$$\begin{bmatrix} 24 & 8 \\ 8 & 16 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{k1} \\ I_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 24 \end{bmatrix}$$

Решение системы:

$$I_{k1} = 0.2, \quad I_{k2} = 1.4.$$

Находим токи ветвей исходной схемы (рис.3.14):

$$I_1 = I_{k1} = 0.2;$$

$$I_6 = I_{k2} = 1.4;$$

$$I_2 = I_3 = I_1 + J_4 = 0.2 + 1 = 1.2;$$

$$I_5 = I_6 - J_4 = 1.4 - 1 = 0.4;$$

$$I_7 = I_{k1} + I_{k2} - J_4 = 0.2 + 1.4 - 1 = 0.6.$$

Решение методом узловых напряжений

Для записи узловых уравнений в матричном виде исключим ветвь с источником напряжения E_3 путем переноса этого источника в смежные ветви как показано на рисунке 3.17. Источник E_3 , перенесенный в ветвь с источником тока J_4 , на расчетной схеме не показан, поскольку последовательное соединение источника напряжения E_3 с источником тока J_4 не влияет на распределение токов в цепи.

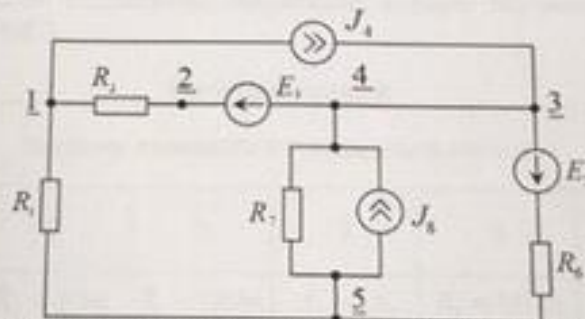


Рис.3.17 Расчетная схема цепи методом узловых напряжений

В качестве базисного узла примем узел 5. Запишем элементы узловой матрицы G , и вектора узловых токов J , используя расчетную схему, показанную на рис.3.17:

$$G_{11} = G_1 + G_2 = \frac{1}{4}; \quad G_{33} = G_2 + G_6 + G_7 = \frac{3}{8};$$

$$G_{13} = G_{31} = -G_2 = -\frac{1}{8};$$

$$J_{e1} = E_3 \cdot G_3 - J_4 = \frac{16}{8} - 1 = 1;$$

$$J_{e3} = J_4 + J_8 - E_3 \cdot G_6 - E_3 \cdot G_2 = 1 + 1 - \frac{16}{8} - \frac{16}{8} = -2$$

Запишем узловые уравнения в матричном виде

$$\begin{bmatrix} 0.25 & -0.125 \\ -0.125 & 0.375 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Решение системы узловых уравнений:

$$\varphi_1 = 1.6, \quad \varphi_3 = -4.8.$$

Токи находятся из уравнений ветвей

$$I_2 R_2 - E_3 = \varphi_3 - \varphi_1$$

$$I_2 = G_2 \cdot [(\varphi_3 - \varphi_1) + E_3] = \frac{-4.8 - 1.6 + 16}{8} = 1.2$$

$$I_6 \cdot R_6 - E_3 = \varphi_3 - \varphi_5;$$

$$I_4 = G_4 \cdot (\varphi_1 - \varphi_3) + E_4 = \frac{-4.8 - 0 + 16}{8} = 1.4;$$

$$I_5 = G_5 (\varphi_1 - \varphi_3) = \frac{1.6}{8} = 0.2;$$

$$I_7 = G_7 \cdot (\varphi_3 - \varphi_2) = \frac{0 - (-4.8)}{8} = 0.6.$$

Ток ветви с источником E_2 (рис. 3.14) находится по закону Кирхгофа

$$I_2 = I_4 - J_4 = 1.4 - 1 = 0.4$$

Полученные результаты совпадают как с результатами расчета методом контурных токов.

Порядок выполнения работы

1) Используя законы Кирхгофа, метод наложения, метод контурных токов или метод узловых напряжений определить токи сопротивлений и источников напряжения, вычислить напряжения источников тока.

2) Составить баланс мощностей.

Исходные данные для расчета в виде структура цепи и значений параметров элементов заданы с помощью таблицы. Положение элемента в цепи определяется номерами узлов, между которыми этот элемент включен. Для источников тока первый из узлов соответствует концу стрелки, указывающей направление тока, для источника напряжения – концу стрелки, указывающей положительное направление напряжения, которое противоположно направлению электродвижущей силы (ЭДС).

Варианты заданий

№ варианта	Значение параметра и номера узлов элемента					
	1	2	3	4	5	6
1	$E_1 = 35\text{В},$ 1-4	$R_2 = 5\text{Ом},$ 1-2	$R_3 = 15\text{Ом},$ 2-3	$J_4 = 1\text{А},$ 1-3	$R_5 = 15\text{Ом},$ 2-4	$R_6 = 15\text{Ом},$ 3-4
2	$J_1 = 4\text{А},$ 1-4	$R_2 = 4\text{Ом},$ 1-4	$R_3 = 8\text{Ом},$ 1-2	$E_4 = 72\text{В},$ 2-3	$J_5 = 6\text{А},$ 3-4	$R_6 = 8\text{Ом},$ 3-4
3	$E_1 = 36\text{В},$ 1-4	$R_2 = 12\text{Ом},$ 1-2	$R_3 = 6\text{Ом},$ 2-3	$R_4 = 12\text{Ом},$ 1-3	$R_5 = 12\text{Ом},$ 2-4	$E_6 = 6\text{В},$ 3-4
4	$E_1 = 20\text{В},$ 1-4	$R_2 = 10\text{Ом},$ 1-2	$J_3 = 3\text{А},$ 2-4	$R_4 = 10\text{Ом},$ 2-4	$R_5 = 10\text{Ом},$ 2-3	$E_6 = 50\text{В},$ 4-3
5	$E_1 = 90\text{В},$ 1-4	$R_2 = 15\text{Ом},$ 1-2	$R_3 = 10\text{Ом},$ 2-3	$R_4 = 30\text{Ом},$ 1-3	$R_5 = 30\text{Ом},$ 2-4	$R_6 = 15\text{Ом},$ 3-4
6	$E_1 = 80\text{В},$ 1-4	$R_2 = 40\text{Ом},$ 1-2	$J_3 = 2\text{А},$ 2-4	$R_4 = 20\text{Ом},$ 2-4	$R_5 = 40\text{Ом},$ 2-3	$E_6 = 80\text{В},$ 3-4
7	$E_1 = 40\text{В},$ 1-4	$R_2 = 10\text{Ом},$ 1-2	$R_3 = 15\text{Ом},$ 2-3	$R_4 = 20\text{Ом},$ 1-3	$R_5 = 30\text{Ом},$ 2-4	$E_6 = 20\text{В},$ 4-3
8	$E_1 = 20\text{В},$ 1-4	$R_2 = 4\text{Ом},$ 1-2	$R_3 = 4\text{Ом},$ 2-3	$J_4 = 5\text{А},$ 1-3	$R_5 = 4\text{Ом},$ 2-4	$R_6 = 4\text{Ом},$ 3-4
9	$J_1 = 5\text{А},$ 4-1	$R_2 = 10\text{Ом},$ 1-4	$R_3 = 5\text{Ом},$ 1-2	$E_4 = 50\text{В},$ 2-3	$J_5 = 5\text{А},$ 3-4	$R_6 = 10\text{Ом},$ 3-4
10	$J_1 = 6\text{А},$ 4-1	$R_2 = 2\text{Ом},$ 1-2	$R_3 = 3\text{Ом},$ 2-3	$R_4 = 4\text{Ом},$ 1-3	$R_5 = 4\text{Ом},$ 2-4	$R_6 = 4\text{Ом},$ 3-4

11	$E_1 = 20B,$ 1-4	$R_2 = 10\Omega,$ 1-2	$R_3 = 10\Omega,$ 2-3	$R_4 = 10\Omega,$ 1-4	$R_5 = 10\Omega,$ 2-4	$E_6 = 10B,$ 3-4
12	$E_1 = 48B,$ 1-4	$R_2 = 12\Omega,$ 1-2	$J_3 = 3A,$ 4-2	$R_4 = 12\Omega,$ 2-4	$R_5 = 12\Omega,$ 2-3	$E_6 = 36B,$ 3-4
13	$J_1 = 4A,$ 4-1	$R_2 = 5\Omega,$ 1-4	$R_3 = 5\Omega,$ 1-2	$E_4 = 20B,$ 3-2	$R_5 = 5\Omega,$ 3-4	$J_6 = 2A,$ 4-3
14	$J_1 = 6A,$ 4-1	$R_2 = 1\Omega,$ 1-2	$R_3 = 2\Omega,$ 2-3	$R_4 = 1\Omega,$ 1-3	$R_5 = 1\Omega,$ 2-4	$R_6 = 1\Omega,$ 3-4
15	$E_1 = 16B,$ 1-4	$R_2 = 4\Omega,$ 1-2	$J_3 = 2A,$ 2-4	$R_4 = 4\Omega,$ 2-4	$R_5 = 4\Omega,$ 2-3	$E_6 = 8B,$ 4-3
16	$E_1 = 20B,$ 1-4	$R_2 = 10\Omega,$ 1-2	$R_3 = 10\Omega,$ 2-3	$R_4 = 20\Omega,$ 1-3	$R_5 = 10\Omega,$ 2-4	$E_6 = 40B,$ 4-3
17	$E_1 = 6B,$ 4-1	$R_2 = 6\Omega,$ 1-2	$J_3 = 1A,$ 3-4	$R_4 = 3\Omega,$ 2-4	$R_5 = 6\Omega,$ 2-3	$E_6 = 24B,$ 3-4
18	$E_1 = 240B,$ 1-4	$R_2 = 10\Omega,$ 1-2	$R_3 = 5\Omega,$ 2-3	$R_4 = 10\Omega,$ 1-3	$R_5 = 5\Omega,$ 2-4	$R_6 = 10\Omega,$ 3-4
19	$E_1 = 40B,$ 1-4	$R_2 = 10\Omega,$ 1-2	$R_3 = 5\Omega,$ 2-3	$J_4 = 1A,$ 1-3	$R_5 = 10\Omega,$ 2-4	$R_6 = 5\Omega,$ 3-4
20	$J_1 = 3A,$ 4-1	$R_2 = 6\Omega,$ 1-4	$R_3 = 6\Omega,$ 1-2	$E_4 = 36B,$ 2-3	$R_5 = 6\Omega,$ 3-4	$J_6 = 6A,$ 4-3
21	$J_1 = 3A,$ 4-1	$R_2 = 5\Omega,$ 1-2	$E_3 = 30B,$ 2-3	$R_4 = 10\Omega,$ 1-3	$R_5 = 10\Omega,$ 2-4	$R_6 = 5\Omega,$ 3-4
22	$E_1 = 48B,$ 1-4	$R_2 = 4\Omega,$ 1-2	$R_3 = 6\Omega,$ 2-3	$R_4 = 12\Omega,$ 1-3	$R_5 = 6\Omega,$ 2-4	$R_6 = 12\Omega,$ 3-4
23	$E_1 = 30B,$ 1-4	$R_2 = 5\Omega,$ 1-2	$R_3 = 15\Omega,$ 2-3	$J_4 = 3A,$ 3-1	$R_5 = 15\Omega,$ 2-4	$R_6 = 15\Omega,$ 3-4
24	$J_1 = 6A,$ 3-1	$R_2 = 12\Omega,$ 1-3	$E_3 = 12B,$ 1-2	$R_4 = 6\Omega,$ 3-4	$R_5 = 6\Omega,$ 2-4	$J_6 = 6A,$ 2-4
25	$E_1 = 60B,$ 1-4	$R_2 = 10\Omega,$ 1-2	$R_3 = 10\Omega,$ 2-3	$R_4 = 5\Omega,$ 1-3	$R_5 = 20\Omega,$ 2-4	$R_6 = 10\Omega,$ 3-4
26	$E_1 = 12B,$ 1-4	$R_2 = 6\Omega,$ 1-2	$R_3 = 6\Omega,$ 2-3	$R_4 = 6\Omega,$ 1-3	$R_5 = 6\Omega,$ 2-4	$E_6 = 6B,$ 3-4
27	$E_1 = 40B,$ 1-4	$R_2 = 10\Omega,$ 1-2	$J_3 = 3A,$ 4-2	$R_4 = 10\Omega,$ 2-4	$R_5 = 10\Omega,$ 2-3	$E_6 = 20B,$ 3-4
28	$J_1 = 4A,$ 4-1	$R_2 = 4\Omega,$ 1-4	$R_3 = 4\Omega,$ 1-2	$E_4 = 20B,$ 3-2	$R_5 = 4\Omega,$ 3-4	$J_6 = 2A,$ 4-3
29	$E_1 = 40B,$ 1-4	$R_2 = 10\Omega,$ 1-2	$J_3 = 2A,$ 2-4	$R_4 = 10\Omega,$ 2-4	$R_5 = 10\Omega,$ 2-3	$E_6 = 20B,$ 4-3
30	$E_1 = 8B,$ 1-4	$R_2 = 4\Omega,$ 1-2	$R_3 = 4\Omega,$ 2-3	$R_4 = 8\Omega,$ 1-3	$R_5 = 4\Omega,$ 2-4	$E_6 = 16B,$ 3-4