ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 11

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИНТЕГРАЛОВ В СРЕДЕ VBA

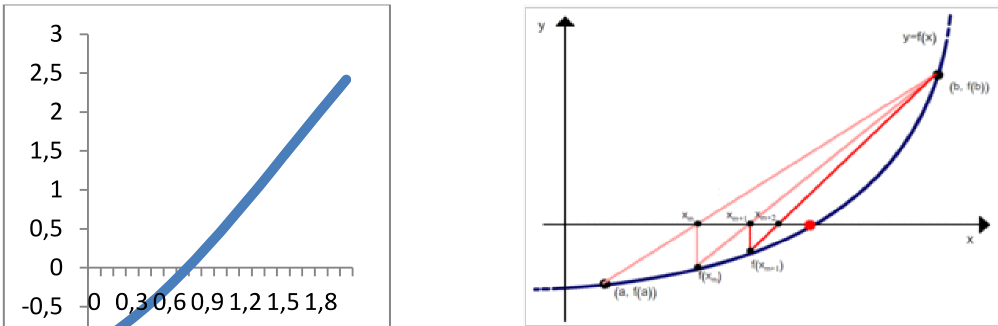
Цель работы: освоить технологию решения нелинейных уравнений и вычисления определенных интегралов в среде VBA.

Часть 1. Нелинейные уравнения

Пусть дано уравнение **x-cos(x)=0**

Требуется найти его приближенное решение на отрезке **[a, b]**.

Построив в Excel график функции ***f(x)=x-cos(x)***, можно определить интервал корня – точка пересечения графика f(*x*) с осью OX (рис. 1).



Первые три итерации метода хорд. Синим нарисована функция f(x), красными проводятся хорды.

Рис. 1. Решение нелинейных уравнений

Известны следующие методы решения нелинейных уравнений:

1) Метод хорд

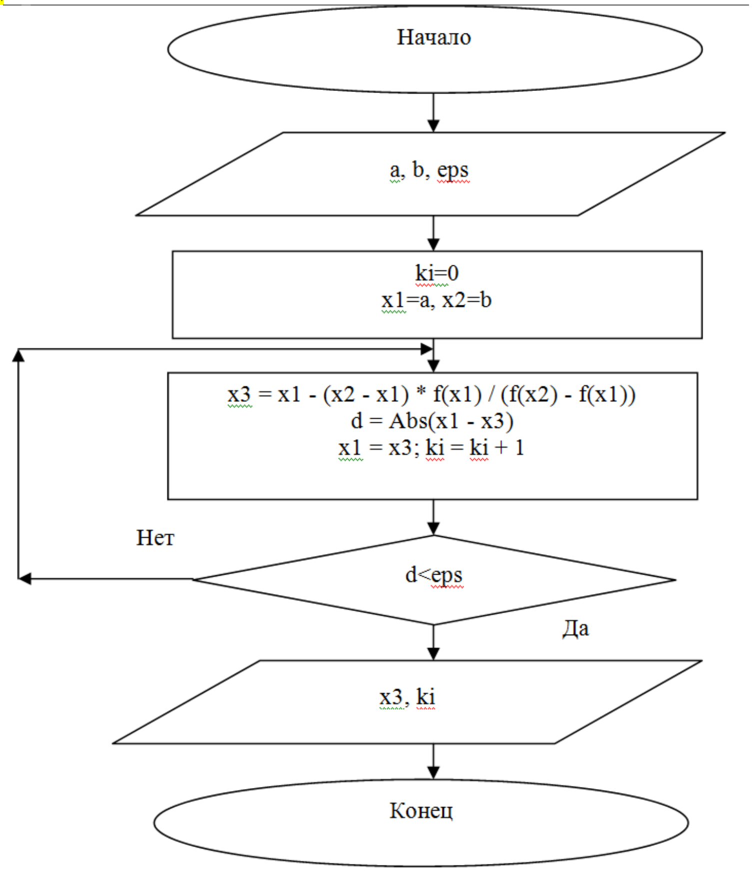
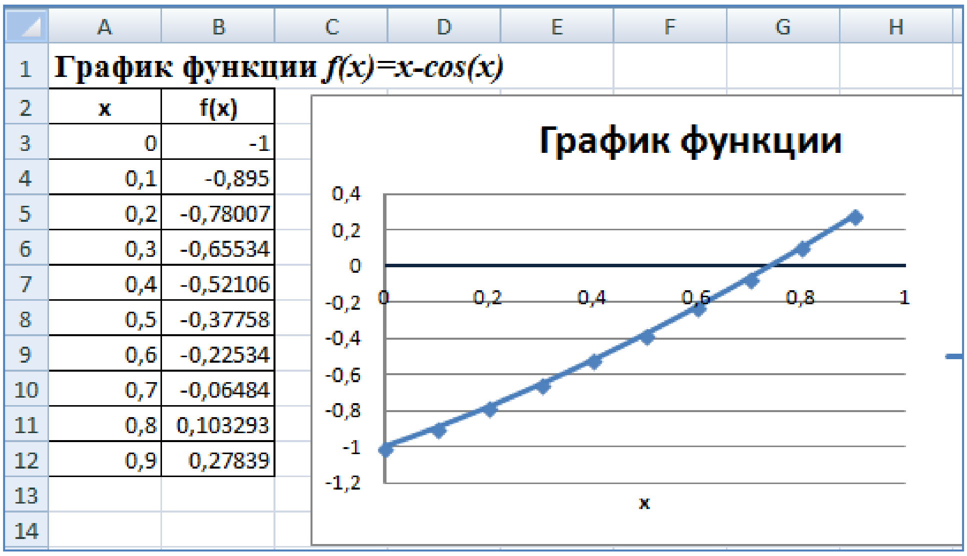


Рис. 2. Блок-схема решения нелинейного уравнения (метод хорд)

Порядок решения задачи

1. Построить в Excel **график заданной функции f(x)=x-cos(x)** на заданном отрезке (***точечная диаграмма***).

Определить приближенное значение корня (на заданном отрезке **[a, b]**).



x	f(x)
0	-1
0,1	-0,895
0,2	-0,78007
0,3	-0,65534
0,4	-0,52106
0,5	-0,37758
0,6	-0,22534
0,7	-0,06484
0,8	0,103293
0,9	0,27839

Рис. 3. График функции

2. Разработать пользовательскую форму, разместив на ней необходимые элементы управления (по аналогии с **рис. 5**).

3. Для командной кнопки **ПУСК** написать программный код (рис. 4):

f(x)=x-cos(x)

```
Private Sub CommandButton1_Click()
Dim x1, x2, x3, eps, fx1, fx2, d As Double
 Dim ki As Integer
 x1 = Val(TextBox1.Text) ' левый край отрезка
 x2 = Val(TextBox2.Text) ' правый край отрезка
 eps = Val(TextBox3.Text) ' точность
 ki = 0
  Do
    fx1 = x1 - Cos(x1)   'функция от x1
    fx2 = x2 - Cos(x2)   'функция от x2
    x3 = x1 - (x2 - x1) * (fx1 / (fx2 - fx1))
 ' вычисление точки пересечения хорды с осью OX
    d = Abs(x1 - x3) ' вычисление разности
    x1 = x3 ' перекидка
    ki = ki + 1 ' расчет числа итераций
 Loop Until d <= eps ' проверка достижения точности
 TextBox4.Text = " Корень  = " + Str(x3)
 TextBox5.Text = "Число итераций =   " + Str(ki)
End Sub
```

Рис. 4. Программный код (метод хорд)

4. Запустить и протестировать задачу:

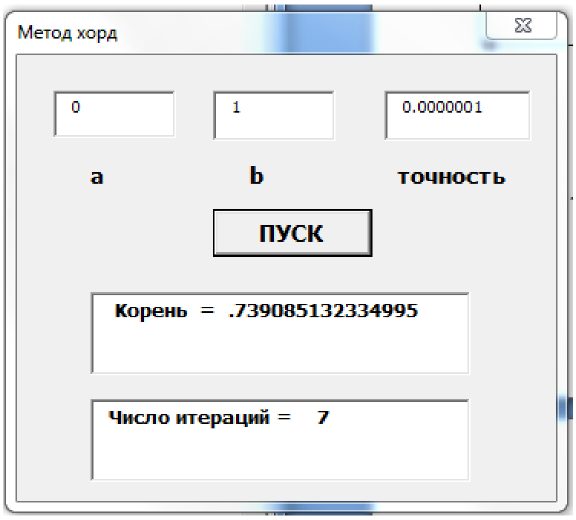


Рис. 5. Решение задачи (метод хорд)

2) Метод Монте-Карло

Алгоритм: отрезок, на котором локализован корень уравнения, заполняется случайными действительными числами, при каждом случайном значении вычисляется значение левой части уравнения, правой части уравнения, их разность и определяется точка, в которой разница между ними минимальна. Поиск минимума производится по стандартному алгоритме: вначале за минимум берется первое значение, затем перебираются все остальные значения и сравниваются с предположенным, и если находится значение меньше предположенного, то предположение о минимуме меняется.

Примечание. Исходную функцию нужно **разделить на две части**.

В данном примере **f(x)=x-cos(x)**. **Преобразуем функцию к виду: x=cos(x)**

Порядок работы

1. Разработать пользовательскую форму, разместив на ней необходимые элементы управления (по аналогии с **рис. 7**).
2. Для командной кнопки **ПУСК** написать программный код (рис. 6):

```
Private Sub CommandButton1_Click()
Dim a, b, nt, xm, i, x, y1, y2, d, dm As Single
 a = Val(TextBox1.Text) ' задание границ интервала
 b = Val(TextBox2.Text)
 nt = Val(TextBox3.Text) ' задание числа случайных точек
 dm = 1000 ' задание заведомо большого значения разности
 xm = a ' предположение, что минимум в левой границе интервала
 For i = 1 To nt
  x = a + (b - a) * Rnd() ' случайное действительное число из [a,b]
  y1 = x 'вычисление значения левой части уравнения
  y2 = Cos(x) ''вычисление значения правой части уравнения
  d = Abs(y2 - y1) ' вычисление разности
  If d < dm Then ' сравнение с предположением
    xm = x: dm = d ' изменение предположения
  End If
 Next i
 TextBox4.Text = Str(xm) + "   " + Str(dm)
End Sub
```

Рис. 6. Программный код (метод Монте-Карло)

3. Запустить и протестировать задачу:

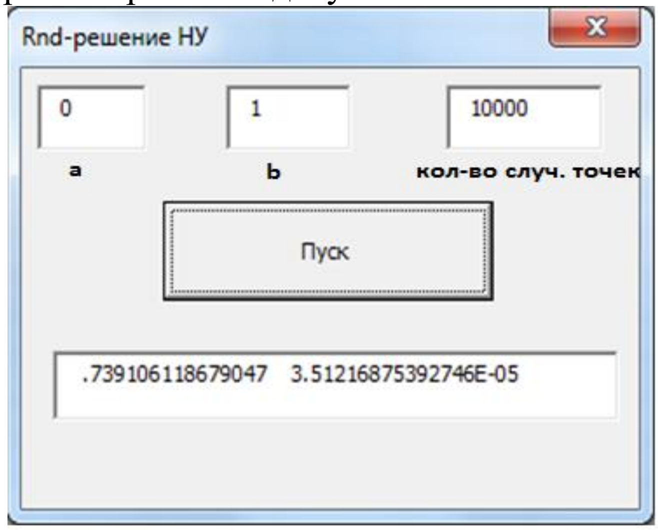


Рис. 7. Решение задачи (метод Монте-Карло)

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ

1) $f(x) = x^3 + 3x + 1$, $x \in [-1, 0]$

2) $f(x) = x^3 + x + 1$, $x \in [-1, 0]$

3) $f(x) = x^3 + 3x - 1$, $x \in [0, 1]$

4) $f(x) = x^3 - x + 2$, $x \in [-2, -1]$

5) $f(x) = x^3 - 2x - 5$, $x \in [2, 3]$

6) $f(x) = x^3 + x - 3$, $x \in [1, 2]$

7) $f(x) = x^3 - x + 1$, $x \in [-2, -1]$

8) $f(x) = x^3 + x - 1$, $x \in [0, 1]$

9) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$, $x \in [-1, 0]$

10) $f(x) = 2x^3 - 4x + 5$, $x \in [-2, -1]$

11) $f(x) = x^3 - 3x + 7$, $x \in [-3, -2]$

12) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x + 2$, $x \in [-1, 0]$

13) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 15x - 3$, $x \in [0, 1]$

14) $f(x) = x^3 + 2x - 11$, $x \in [1, 2]$

15) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 5$, $x \in [1, 2]$

Часть 2. Вычисление определенных интегралов

Пример. Вычислить интеграл $\int_0^1 x^2 dx$ методом прямоугольников.

Способ 1. Метод прямоугольников

Для вычисления интеграла методом прямоугольников криволинейная трапеция разбивается на множество прямоугольников со сторонами **dx** (ширина прямоугольника, шаг разбиения) и **f(x$_i$)** длина (высота) **i**-го прямоугольника. Интегралом будет являться сумма площадей элементарных прямоугольников. Формула для вычисления имеет вид: **S=∑f(x$_i$)*dx**. В нашем примере **f(x)=x^2**

Порядок решения задачи

1. Разработать пользовательскую форму, разместив на ней необходимые элементы управления (по аналогии с **рис. 8)**.
2. Для командной кнопки **ПУСК** написать программный код (рис. 7):

```
Private Sub CommandButton1_Click()
Dim a, b, dx, n, s, i, x, y As Single
a = Val(TextBox1.Text) 'ввод нижнего предела (0)
b = Val(TextBox2.Text) 'ввод верхнего предела (1)
dx = Val(TextBox3.Text) 'ввод шага интегрирования (0.01)
n = (b - a) / dx 'вычисление числа разбиения
s = 0
For i = 1 To n
  x = a + ((2 * i - 1) / 2) * dx 'вычисление значений аргумента
  'в серединах интервалов
  y = x * x 'вычисление значения функции
  s = s + y 'вычисление суммы значений функции
Next i
s = s * dx 'вычисление интеграла
TextBox4.Text = Str(s) + " " + Str(n)
End Sub
```

Рис. 7. Программный код (метод прямоугольников)

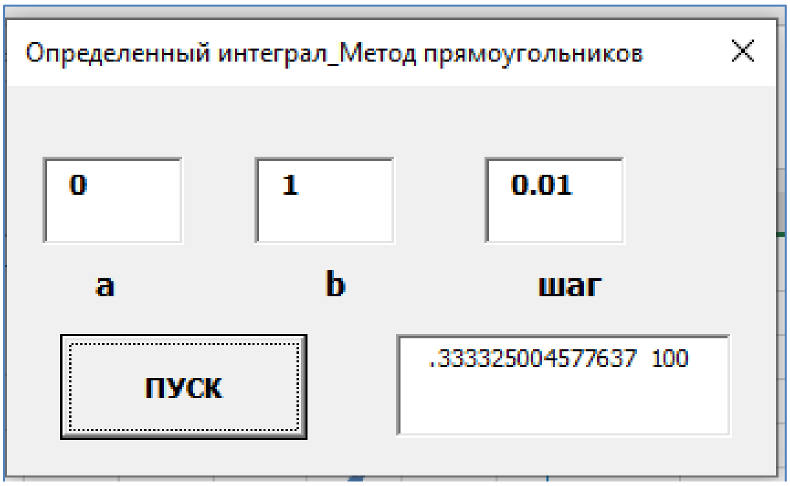


Рис. 8. Вычисление определенного интеграла (способ 1)

Способ 2. Метод Монте-Карло

Вычисление интегралов методом Монте-Карло производится следующим образом. На отрезке, на котором производится интегрирование, строится прямоугольник со сторонами **(b-a)** – по оси ОХ и **z=max f(x)** при **xϵ[a,b]** – по оси ОУ. ***Максимум функции*** можно определить из анализа подынтегральной функции, например, с помощью построения ее графика на заданном отрезке (**рис. 9**).

При этом площадь этого прямоугольника равна **(b-a)*z**. В этот прямоугольник «набрасывается» **n** случайных точек с координатами **x** и **y**. Причем, **x** и **y** – это случайные вещественные числа из интервалов: **a≤x≤b**, **0≤y≤z**, соответственно. Вычислив число точек, попавших в прямоугольник, но под кривую **np**, интеграл полагается равным **I=(np/n)*(b-a)*z**.

Для рассматриваемой задачи **(b-a)=1 и z=1** (максимум функции $y=x^2$ на отрезке [0,1]).

Порядок решения задачи

1. В MS Excel построить **график** подынтегральной функции на заданном отрезке (для определения **z=max f(x)**.

x	f(x)
0	0
0,1	0,01
0,2	0,04
0,3	0,09
0,4	0,16
0,5	0,25
0,6	0,36
0,7	0,49
0,8	0,64
0,9	0,81
1	1

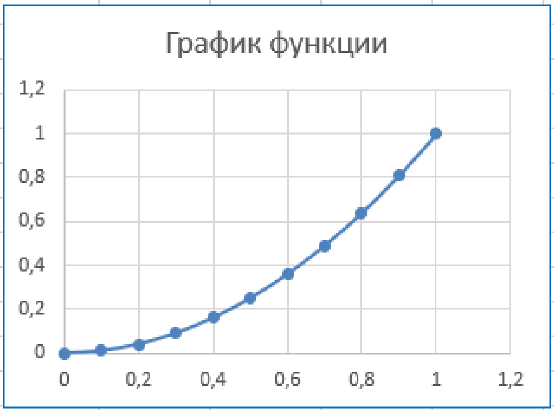


Рис. 9. График подынтегральной функции

2. Разработать пользовательскую форму, разместив на ней необходимые элементы управления (по аналогии с **рис. 11**).
3. Для командной кнопки **ПУСК** написать программный код (рис. 10):

```
Private Sub CommandButton1_Click()
 Dim a, b, n, np, s, i, x, y, z As Single
 a = Val(TextBox1.Text) 'ввод нижнего предела (0)
 b = Val(TextBox2.Text) 'ввод верхнего предела (1)
 n = 90000 'ввод числа случайных точек
 For i = 1 To n
  x = a + (b - a) * Rnd() 'случайные числа из интервала a<=x<=b
  z = 1 'здесь 1 - максимум функции на отрезке
  y = z * Rnd() 'случайные вещественные числа из интервала 0<=y<=z
  If y <= x * x Then
  np = np + 1 'расчет числа точек под кривой
  End If
Next i
s = (np / n) * ((b - a) * z) 'вычисление интеграла
TextBox3.Text = Str(s) + " " + Str(np)
End Sub
```

Рис. 10. Программный код (метод Монте-Карло)

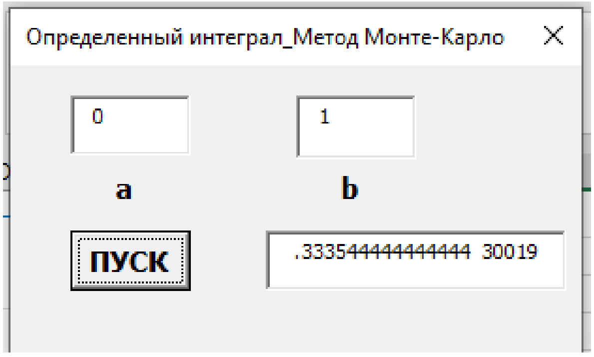


Рис. 11. Вычисление определенного интеграла (способ 2)

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ

Вычислить определенный интеграл методом прямоугольников и методом Монте-Карло. **Шаг** выбрать так, чтобы количество **отрезков было не менее 10**.

№ варианта	***a***	***b***	$f(x)$
1	0,8	1,6	$\frac{1}{\sqrt{2x^2+1}}$
2	1,6	2,4	$(x+1)\sin x$
3	0,8	1,2	$\frac{\sin(2x)}{x^2}$
4	0,8	1,6	$\frac{\lg(x^2+1)}{x}$
5	0,4	1,2	$\sqrt{x}\cos\left(x^2\right)$
6	0,4	0,8	$\frac{tg(x^2+0{,}5)}{1+2x^2}$
7	0,15	0,63	$\sqrt{x+1}\lg(x+3)$
8	1,2	2,8	$\left(\frac{x}{2}+1\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)$
9	0,6	0,72	$\left(\sqrt{x}+1\right)tg2x$
10	0,8	1,6	$\left(x^2+1\right)\sin(x-0{,}5)$
11	1,6	3,2	$\frac{x}{2}\lg\left(\frac{x^2}{2}\right)$
12	0.8	1,7	$\frac{1}{\sqrt{2x^2+0{,}3}}$
13	1,3	2,1	$\frac{\sin\left(x^2-1\right)}{2\sqrt{x}}$
14	0,8	1,2	$\frac{\sin\left(x^2-0{,}4\right)}{x+2}$
15	0,6	0,72	$\left(\sqrt{x}+1\right)tg2x$