Задания к курсу "Информатика" I семестр[1]

Задача 1. Вычислить объем усеченной пирамиды по формуле $V = h\cdot\dfrac{F+f+\sqrt{F\cdot f}}{3}$, где F, f - площади оснований пирамиды, и h - высота. Получить ответ для F=7,04, f=1,84, h=3,24.

Задача 2. Задан круг радиуса ***r***. В круг вписывается правильный 9ти-угольник, длина стороны которого определяется по формуле $\boldsymbol{a=0{,}684\cdot r}$. Площадь правильного вписанного многоугольника вычисляется по формуле $\boldsymbol{S=h\cdot p}$, где р- полупериметр, h- высота 9-хугольника, связанная с радиусом соотношением: $\boldsymbol{h=0{,}9397\cdot r}$. Вычислить площадь правильного вписанного 9-тиугольника и величину отношения площади круга к площади 9-тиугольника. Получить ответ для r=5,419.

Задача 3. Задан круг радиуса r. Вокруг круга описывается правильный пятиугольник. Найти периметр пятиугольника, длина стороны a которого связана с радиусом вписанного круга формулой a=1,4531·r. Найти периметр правильного пятиугольника и разность между периметром и длиной заданной окружности. Получить ответ для r=2,13.

Задача 4. Сравнить объемы шара радиуса R=3,15 и параллелепипеда со сторонами a=3.107, b=1.83, c=1.319 и указать, который из них больше.

Примечание. Объем шара вычисляется по формуле $V=\dfrac{4}{3}\cdot\pi R^3$, объем параллелепипеда - по формуле $V=a\cdot b\cdot c$.

Задача 5. Задан выпуклый четырехугольник ABCD со сторонами a, b, c, d. Сделать вывод о возможности вписать в него окружность при a=3,9, b=1,8, c=4,1, d=1,3.

Указание: необходимым и достаточным условием возможности вписать окружность в четырехугольник является условие a+c=b+d.

Задача 6. В декартовых координатах задана полоса $|y|\le 6$. Определить попадание точки с заданными координатами в данную полосу. Получить ответ для x=1,85; y=-4,2

Задача 7. Вычислить значение функции

$$S=\min\left\{\frac{3\min\left(a;1+b^2\right)}{\min(b-a,c)-3\max\left(0;c\right)};\frac{1+\max(b,a)}{2\min(a,c-6)\max\left(c;2{,}5\right)}\right\}$$ при a=3, b=1, c=2

Задача 8. Вычислить функцию $y=2x+0.54$ для следующих значений аргумента:

а) -12, -8, -4, 0, 4, 8, 12, 16;

б) 1, 2, 4, 8, 16, 32;

в) 1.5, 1.06, -0.35, -0.5, -1.6,2.5.

Задача 9. Вычислить значения функции $w=\begin{cases}\dfrac{x}{x-1{,}5} & \text{при } x\ge -1\\ \ln|x| & \text{при } x<-1\end{cases}$ для следующих значений аргумента x: -15; -10; -5; 0;…25

Задача 10. Вычислить значения функции $z=\begin{cases}\sin 0{,}3x & при\ x>0{,}3\\ \lg 1{,}85 & при\ x=0{,}3\\ \lg|2{,}84-x| & при\ x\le 0{,}3\end{cases}$ на промежутке [-0.2, 1.75] в 12 точках.

Задача 11. Вычислить суммы:

а) $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+...+\frac{1}{100}$; б) $\sum_{y=3}^{9}\frac{y}{y+5}$; в) $\sum_{k=l}^{7}\frac{x^{k+l}}{k+l}$ при x = 2.52

г) $\sum_{k=1}^{8}(-1)^k\frac{x^{2k-1}}{k}$ при x= 5,2; д) $\sum_{n=1}^{4}\frac{x^n}{(n-1)!}$ при x= 6,9; е) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2}{n^2+6}$ с точностью $\varepsilon=10^{-3}$

Задача 12. Сделать вывод о справедливости равенства $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{i^4}=\frac{\pi^4}{90}$ с точностью 10^{-5}.

Указание: Просуммировать для двух, трех значений переменной I для получения вывода.

Задача 13. Элементы последовательности вычисляются по формуле $q_i = \sin q_{i-1} + 0{,}5$.

Вычислить q_{12}, если q_1=-0.2

Задача 14. Построить вектор C по формуле $c_i = \begin{cases} i+1 \; при \; i<5 \\ 1+\frac{1}{i} \; при \; i \geq 5 \end{cases}$, где i=1, 2,...18.

Задача 15. Вычислить вектор, являющийся разностью двух векторов L=(4.6, -3.7, 5.9, 7.6, -0.7) и K= (-0.4, 4.3, 8.9, -0.8, 4.7)

Задача 16. Задан вектор $\vec{R}=\{0.9, -2.5, -2.7, 4.5, 4.8, -9.4, -7.2\}$. Вычислить сумму его компонентов.

Задача 17. Вычислить величину $z=\sqrt{\left|\left(\sum_{i=1}^{5}a_i\right)^2+2.5\cdot\sum_{i=1}^{6}b_i\right|}-\frac{\sum_{i=1}^{4}c_i}{2.8}$ при A=(6.1, 3, -0.9, -8.8, 6.2), B=(-10.2, 4.1, -5.8, -2.8, -0.45, 8.1), C=(3.7, -9.1, 4.7, 2.4)

Задача 18. Найти максимальное значение элементов вектора H. Ответ получить для случая H = (-6, -10.8, -0.8, -10.3, 8.95, 3.3, 8.95).

Задача 19. Определить положение максимального элемента вектора H. Ответ получить для случая H=(-6, -10.8, -0.8, -10.3, 8.95, 3.3, 8.95).

Задача 20. Определить, единственен ли максимальный элемент вектора и сколько их при наличии нескольких. Ответ получить для случая H=(-6, -10.8, -0.8, -10.3, 8.95, 3.3, 8.95).

Задача 21. Подсчитать количество элементов вектора H, меньших -2. Ответ получить для случая H=(-6, -10.8, -0.8, -10.3, -8.95, 3.3, 8.95).

Задача 22. Вычислить значение величины $p=\frac{3{,}79}{\min\{a_i\}+4{,}06\cdot\min\{g_i\}}$ для векторов A = (6.73, -0.75, 3.16, 8.2, 7.3) и G=(5.52, 8.46, -10.8, -14.39, 10.57, 45.3, 50.2).

Задача 23. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$. Ответ получить для случая A=(0.3, 0.75, -1.5, 0.16, 0.72) и B= (0.6, 4.2, 7.2, -0.3, 2.6).

Задача 24. Определить величину $p=\frac{(\vec{L}\cdot\vec{K})-2(\vec{A}\cdot\vec{B})}{(\vec{H}\cdot\vec{J})}$ при значениях векторов: A = (0.3, 0.75, -1.5, 0.16, 0.72) и B=(0.6, 4.2, 7.2, -0.3, 2.6); L=(4.6, -3.7, 5.9, 7.6, -0.7) и K=(-0.4, 4.3, 8.9, -0.8, 4.7); H=(-6, -10.8, -0.8, -10.3, 8.95, 3.3, -6.3), J=(0, 2, 3.5, 5, 8, 4, 10).

Задача 25. Вычислить величину $v=8.5\cdot\sum_{i=1}^{4}\frac{t_i}{p_i}-0.96\cdot\left(\sum_{i=1}^{5}\frac{n_i}{m_i}\right)^2+10.4\cdot\sum_{i=1}^{5}\frac{a_i}{n_i}$ при T =(-0.3, -1.75, 2.16, -0.37) и P= (4.2, -7.32, 0.3, -2.6), N=(-0.4, 9.8, 7.8, 8.5, -6.8), M=(1.4, 6.3, 4.8, 18.3, 5.4), A=(0.2, 3.5, -5, 8.4, -10).

Задача 26. Вычислить выражение $\left(3A+\frac{B}{3.5}\right)\cdot\sum_{k=1}^{5}c_k$ при A=(6.1, 3, -0.9, -8.8, 6.2), B=(5.52, 8.46, -10.8, -14.39, 10.57), C=(-6, -0.8, 8.95, 3.3, 8.95).

Задача 27. Вычислить значения функции двух переменных $z = \frac{\sin x}{\cos y}$ при $x \in [0{,}03,\ 0{,}07]$ шагом 0,01, при $y \in [1,\ 1.5]$ шагом 0,1.

Задача 28. Вычислить значения функции

$$y = \frac{12}{\pi^2} \cdot \left(\sin\frac{\pi}{3} \cdot \sin x + \sin 3\frac{\pi}{3} \cdot \frac{\sin 3x}{3^2} + \sin 5\frac{\pi}{3} \cdot \frac{\sin 5x}{5^2} + \ldots \right) = \frac{12}{\pi^2} \cdot \sum_{k=1}^{7} \sin(k\frac{\pi}{3}) \frac{\sin kx}{k^2}$$ для

значений аргумента $x \in [-1,\ 5]$ шагом 0,5.

Задача 29. Построить матрицу G, состоящую из двух строк и четырех столбцов. Каждый элемент строки матрицы G равен номеру столбца, на котором он находится, увеличенному на 4.

Задача 30. Определить максимальный элемент матрицы G. Ответ получить для случая

$$G = \begin{pmatrix} 4{,}7 & 1{,}7 & -1 & 2 & 3{,}6 \\ 6{,}8 & -1{,}7 & 2{,}2 & 1 & -4{,}8 \\ 1{,}1 & -3{,}9 & 1{,}5 & 2{,}1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 31. Указать положение максимального элемента матрицы U. Ответ получить для случая матрицы задачи 25.

Задача 32. Определить, единственен ли максимальный элемент матрицы и сколько их при наличии нескольких. Ответ получить для случая матрицы задачи 25.

Задача 33. Определить значение $v = \left(\max\{z_{ij}\} + \max\{w_{ij}\}\right)^3$ при значениях матриц

$$Z = \begin{pmatrix} -0{,}7 & -0{,}3 & 2{,}8 \\ 4{,}7 & -1{,}8 & 1{,}6 \\ 6{,}4 & -0{,}3 & 0{,}4 \\ 0 & 0{,}7 & -3{,}3 \\ -1{,}8 & 1{,}7 & 4 \end{pmatrix} \text{ и } W = \begin{pmatrix} 7{,}3 & 4{,}9 & -0{,}4 & 1{,}2 & -9{,}4 \\ -5{,}4 & 0 & 1{,}8 & -3{,}1 & -4{,}2 \end{pmatrix}$$

Задача 34. Вычислить количество нулевых компонентов матрицы G, где $G = \begin{pmatrix} 1{,}4 & 3{,}8 & -1{,}8 & 0 \\ 2{,}7 & -4{,}9 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 3{,}2 & -1 & 1{,}9 \end{pmatrix}$

Задача 35. Вычислить сумму элементов матрицы G. Ответ получить для случая

$$G = \begin{pmatrix} 8.8 & -0.6 & 1.1 \\ -2 & 0 & 1.7 \\ 5.1 & -1.7 & 2.5 \end{pmatrix}$$

Задача 36. Вычислить величину $y = \frac{1}{\left(\sum w_{ij} \cdot \sum v_{ij}\right)^2} + \sqrt{\sum b_{ij}}$ при

$$W = \begin{pmatrix} 7{,}3 & 4{,}9 & -0{,}4 & 1{,}2 & -9{,}4 \\ -5{,}4 & 0 & 1{,}8 & -3{,}1 & -4{,}2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -2 & 2{,}3 & 5 \end{pmatrix},\ V = \begin{pmatrix} 6.9 & -2.8 \\ 10 & 6.8 \end{pmatrix}.$$

Задача 37. Вычислить сумму компонентов матрицы Y больших 1.6, где

$$Y = \begin{pmatrix} 7 & -7 & 3 & 0 \\ 0.8 & -0.5 & 3.8 & 2.9 \\ -4.1 & 3.9 & 33.7 & 21.9 \end{pmatrix}$$

Задача 38. Транспонировать матрицу $Z = \begin{pmatrix} 5{,}7 & -8{,}3 & -3{,}1 & 9 \\ 3 & 4{,}7 & -6{,}3 & -7{,}3 \end{pmatrix}$

Задача 39. Вычислить матрицу, являющуюся результатом умножения матрицы U на число 3.
$$U=\begin{pmatrix} 9{,}5 & -6{,}3 \\ 0{,}7 & 5{,}3 \\ -4{,}1 & 0{,}3 \end{pmatrix}$$

Задача 40. Вычислить матрицу, являющуюся произведением двух матриц. Ответ получить для случая $V=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ и $W=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -7 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

Задача 41. Проверить справедливость утверждения $A\cdot B\neq B\cdot A$ для матриц
$$A=\begin{pmatrix} 4{,}6 & -0{,}4 \\ 0{,}5 & -5{,}3 \\ -2{,}8 & 3{,}1 \end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix} 2{,}5 & 6{,}2 & -3 \\ 0{,}1 & -1{,}8 & -4{,}2 \end{pmatrix}$$

Задача 42 Вычислить матрицу, являющуюся матрицей S в третьей степени. Ответ получить для случая $S=\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 43. Проверить справедливость утверждения: *матрица в третьей степени не равняется матрице, состоящей из третьих степеней ее элементов.* Ответ получить для матрицы
$$\begin{pmatrix} -1.8 & 0.2 \\ 1.5 & 1.2 \end{pmatrix}$$

Задача 44. Вычислить значение матричного выражения $[C^T+(3A\cdot B)^T]^2$ при
$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0{,}7 \\ 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} B=\begin{pmatrix} 2{,}8 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -3 & 3 & 0{,}2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 45. Проверить справедливость утверждения $9\cdot\det(G)\cdot\det(H)=3$ для матриц
$$G=\begin{pmatrix} -2.8 & -0.6 & 1.9 \\ -2 & 6.8 & 1.7 \\ 2.1 & -1.7 & 1.5 \end{pmatrix} \text{ и } H=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & -7 & 3 \\ 7 & -8 & 0 & 1 & 3 \\ 8 & -1 & 7 & -2 & 7 \\ 1 & 4 & 8 & -4 & 2 \\ 8 & 1 & -5 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 46. Сделать вывод о наличии единственного решения системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} w-x+y+z=3 \\ 2w-x+y+8z=0 \\ 2w+x+6y-z=1 \\ w-3x-4y+2z=8 \end{cases}.$$

Указание: система имеет единственное решение, если ее определитель отличен от нуля.

Задача 47. Найти решение системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 5x+4y+z+3w=1 \\ 17x+2y+8z+7w=0 \\ x+3y+10z+7w=8 \\ -2x+y+3z+2w=3 \end{cases}$$

- Методом обратной матрицы;
- Методом Крамера;
- Методом Гаусса[2].

Задача 53. Построить график функции (лемниската Бернулли) $\rho=\sqrt{2\cos\varphi}$ в полярной системе координат на промежутке $\varphi\in(-\pi/2,\pi/2)$.

Задача 54. Построить график функции, заданной параметрически соотношениями $x=3\cos^2\varphi+2\cos\varphi$, $y=3\cos\varphi\cdot\sin\varphi+2\sin\varphi$ на промежутке $\varphi\in[-\pi,\pi]$.

Задача 55. Определить сколько корней имеет уравнение $x^3+x-1=0$ на промежутке $x\in[-6;4]$.

Указание: построить график функции и по количеству пересечений графика с осью абсцисс сделать вывод о количестве корней.

Задача 56. Вычислить приближенные значения корней уравнения $e^x-10x+\ln x=0$ на промежутке $x\in[1;11]$ с точностью 10^{-4}.

Указание: построить график левой части уравнения и по количеству пересечений графиком оси абсцисс сделать вывод о количестве и промежутках нахождения корней уравнения. Для вычисления значений корней, выполняя задание в табличном процессоре Microsoft Excel, использовать команду «Подбор параметра», выполняя задание в пакете MathCAD, использовать функцию нахождения корней уравнения *root*.

Задача 57. Определить, пересекаются ли графики функций $y(x)=x^4-3x+3$ и $z(x)=2x^2-10x+10$ при изменении аргумента на промежутке $x\in[-2,4]$

Задача 58. Определить имеет ли экстремум функция $y=\dfrac{x}{x^2+5}$ на промежутке $x\in[-2,3]$.

Указание: взять производную функции, построить график производной. Если график производной пересекает ось x, то экстремум функция имеет.

Задача 59. Определить, корень какого из уравнений $0.5\cdot x^3+x+5.9=0$, $5.38\cdot\sin(x+6.93)+3.69=0$ на промежутке изменения аргумента $x\in[-4,3]$ меньше.

Указание: построить графики левых частей уравнений и визуально определить, точка пересечения с осью абсцисс какого из них лежит левее.

Задача 60. Вычислить корни нелинейного уравнения $\dfrac{x}{q}-\dfrac{1}{3+\sin(3.6\cdot x)}=0$ с точностью 10^{-3} при значениях параметра q=1.01, 1.02, 1.03. Принять начальное приближение x=0,5.

Задача 61. Построить поверхность, заданную зависимостью $z(x,y)=\ln(x+y)$ для диапазонов изменения переменных $x\in[1,4]$ и $y\in[0.5,5.5]$.

Задача 62. Определить, имеют ли общие точки поверхности $w(x,y)=5+(x+y)^3$ и $h(x,y)=\sqrt{|x-y|}$ при $x\in[-5,5]$ и $y\in[-5,5]$.

Задача 63. Вычислить приближенное значение интеграла $\int\limits_0^{1.2}\sin x\,dx$.

Задача 64. Вычислить приближенные значения определенных интегралов $\int\limits_0^{0.17}arctg(c\cdot x)dx$ при значениях параметра c=0.3, 0.5, 0.7

Задача 65. Имеется шар радиуса R=7,03, заряженный зарядом Q=17,5 (рис. 1).

Напряженность электрического поля E, создаваемого зарядом Q в точке r внутри шара определяется по формуле $E=\dfrac{QR}{r^3}$, вне шара по формуле $E=\dfrac{Q}{r^2}$. Вычислить напряженность электрического поля в точке пространства с координатой r.

Ответ получить для случаев а) r=4,17; б) r=9,82

Указание: точка принадлежит шару при выполнении условия $r<R$

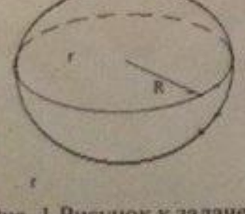

Рис. 1.Рисунок к задаче 65