

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ И ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Задание К.2. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

Движение груза 1 должно описываться уравнением

$$x = c_2 t^2 + c_1 t + c_0, \quad (1)$$

где t — время, c_0, c_1, c_2 — некоторые постоянные.

В начальный момент времени ($t = 0$) положение груза определяется координатой x_0 , и он имеет скорость v_0 . Учесть, что в момент времени $t = t_2$ координата груза равна x_2 .

Определить коэффициенты c_0, c_1 и c_2 , при которых осуществляется требуемое движение груза 1. Определить также в момент времени $t = t_1$ скорость и ускорение груза и точки M одного из колес механизма.

Схемы механизмов показаны на рис. 68—70, а необходимые данные приведены в табл. 23.

Пример выполнения задания. Дано: схема механизма (рис. 71); $R_2 = 50$ см, $r_2 = 25$ см, $R_3 = 65$ см, $r_3 = 40$ см, $x_0 = 14$ см, $v_0 = 5$ см/с, $x_2 = 168$ см, $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с.

Найти уравнение движения груза, а также скорости и ускорения груза и точки M в момент времени $t = t_1$.

Решение. Уравнение движения груза 1 имеет вид

$$x = c_2 t^2 + c_1 t + c_0. \quad (1)$$

Таблица 23

Номер варианта	Радиусы, см				Координаты и скорости груза I			Расчетные моменты времени, с	
	R_2	r_2	R_3	r_3	x_0 , см	v_0 , см/с	x_2 , см	t_2	t_1
1	60	45	36	-	2	12	173	3	2
2	80	-	60	45	5	10	41	2	1
3	100	60	75	-	8	8	40	4	2
4	58	45	60	-	4	4	172	4	3
5	80	-	45	30	3	15	102	3	2
6	100	60	30	-	7	16	215	4	2
7	45	35	105	-	8	5	124	4	3
8	35	10	10	-	6	2	111	3	2
9	40	30	15	-	10	7	48	2	1
10	15	-	40	35	5	3	129	4	3
11	40	25	20	-	9	8	65	2	1
12	20	15	10	-	5	10	179	3	2
13	30	20	40	-	7	0	557	5	2
14	15	10	15	-	6	3	80	2	1
15	15	10	15	-	5	2	189	4	2
16	20	15	15	-	4	6	220	4	3
17	15	10	20	-	8	4	44	2	1
18	20	15	10	-	3	12	211	4	1
19	15	10	20	-	5	10	505	5	3
20	25	15	10	-	10	8	277	3	1
21	20	10	30	10	6	5	356	5	2
22	40	20	35	-	7	6	103	2	1
23	40	30	30	15	5	9	194	3	2
24	30	15	40	20	9	8	105	4	2
25	50	20	60	-	8	4	119	3	2
26	32	18	32	16	6	14	862	4	2
27	40	18	40	18	5	10	193	2	1
28	40	20	40	15	8	5	347	3	2
29	25	20	50	25	4	6	32	2	1
30	30	15	20	-	10	7	128	2	1

Коэффициенты c_0 , c_1 и c_2 могут быть определены из следующих условий:

$$\text{при } t = 0 \quad x_0 = 14 \text{ см}, \quad \dot{x}_0 = 5 \text{ см/с}, \quad (2)$$

$$\text{при } t_2 = 2 \text{ с} \quad x_2 = 168 \text{ см}. \quad (3)$$

Скорость груза I

$$v = \dot{x} = 2c_2 t + c_1. \quad (4)$$

Подставляя (2) и (3) в формулы (1) и (4), находим коэффициенты

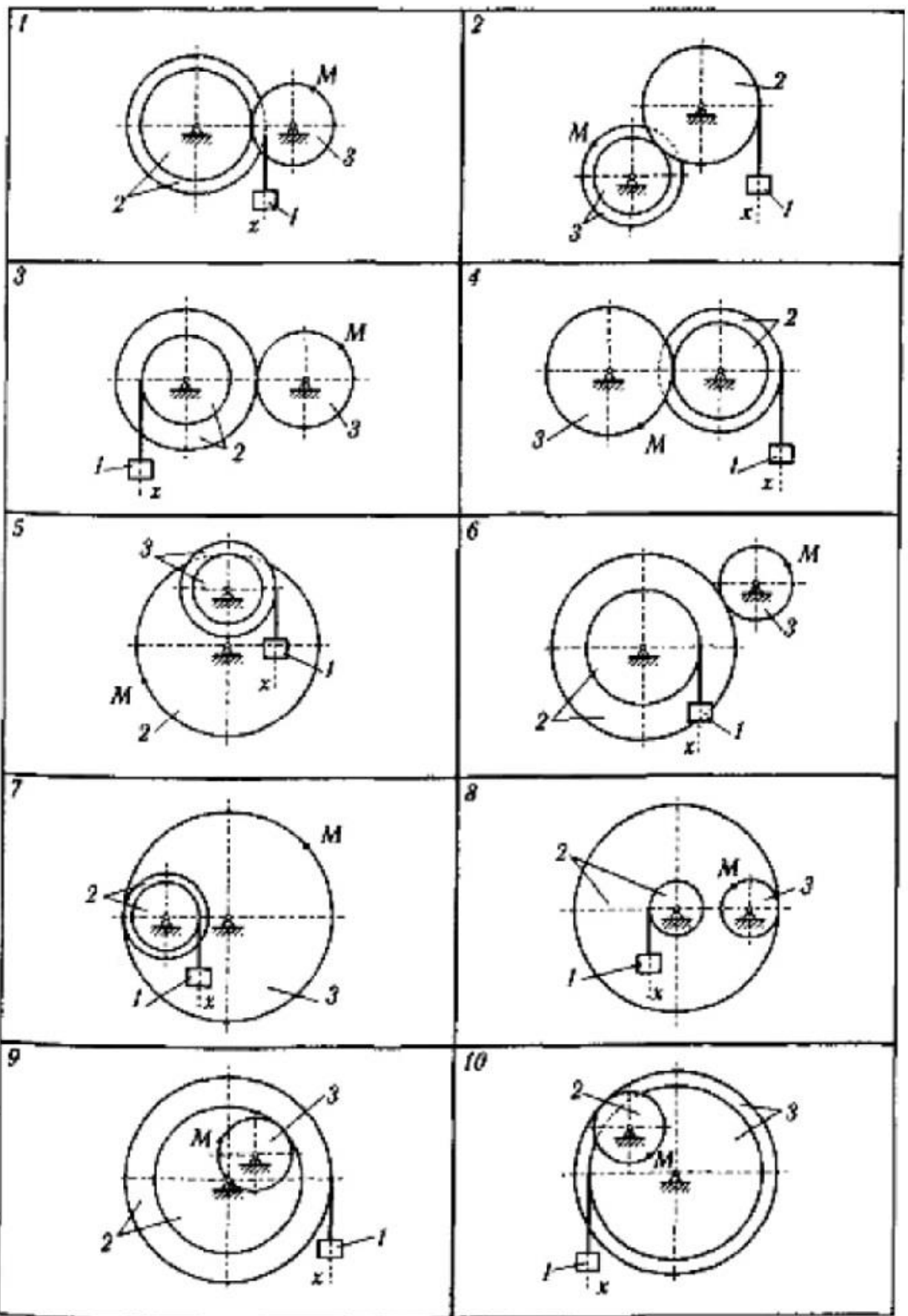
$$c_0 = 14 \text{ см}, \quad c_1 = 5 \text{ см/с}, \quad c_2 = 36 \text{ см/с}^2.$$

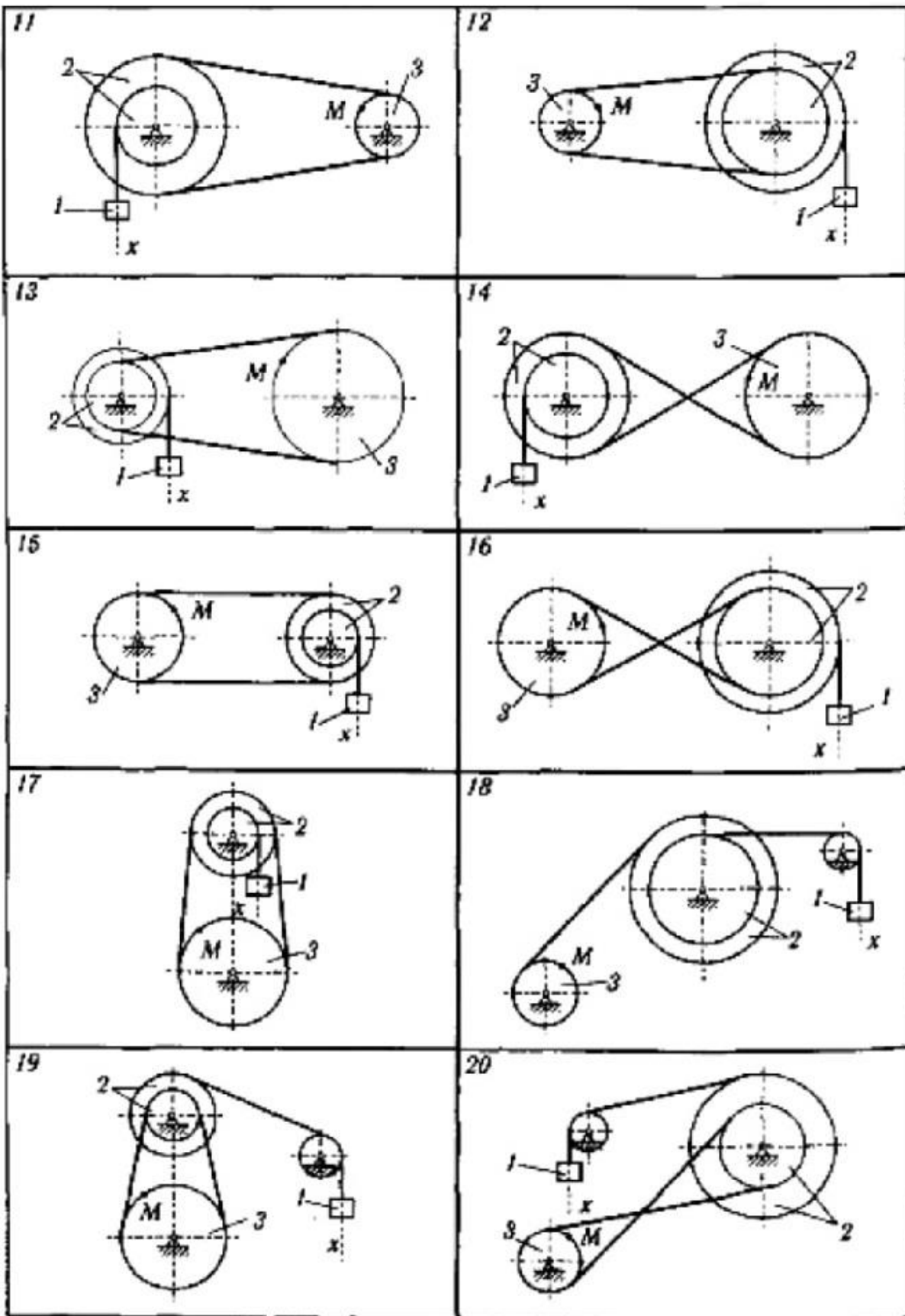
Таким образом, уравнение движения груза I

$$x = 36t^2 + 5t + 14. \quad (5)$$

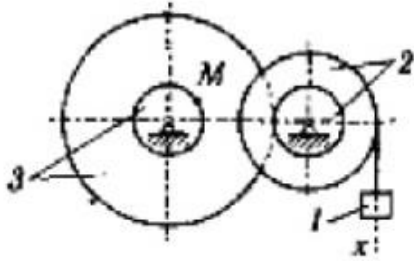
Скорость груза I

$$v = \dot{x} = 72t + 5. \quad (6)$$

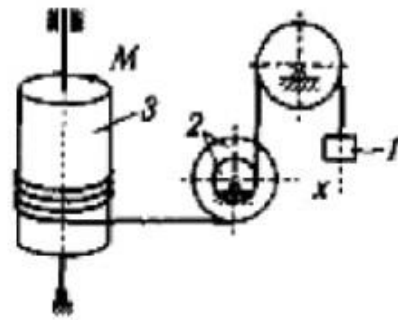




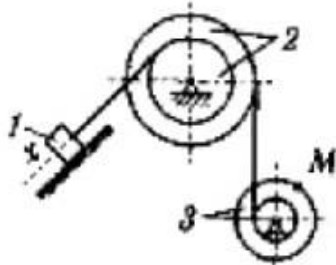
21



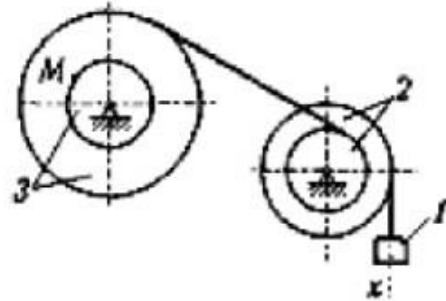
22



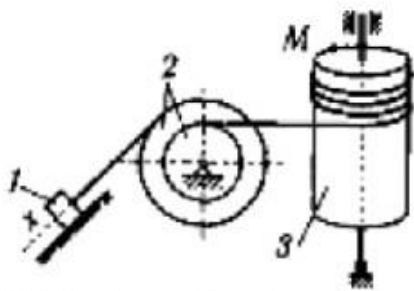
23



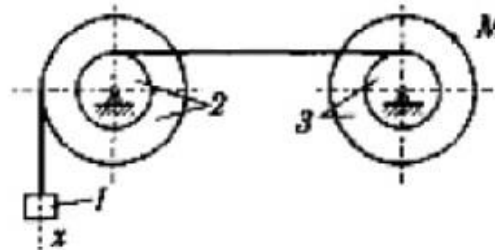
24



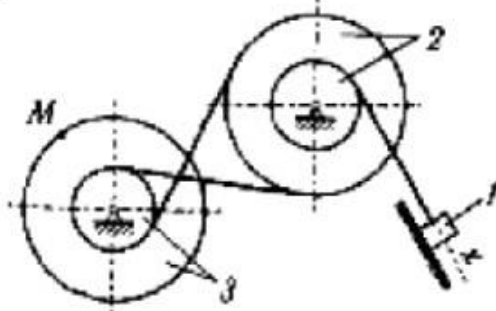
25



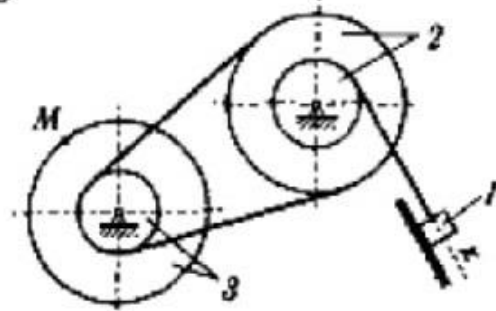
26



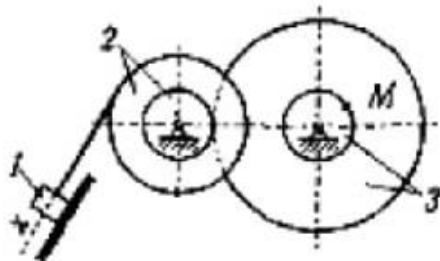
27



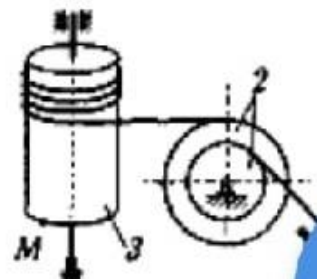
28



29



30



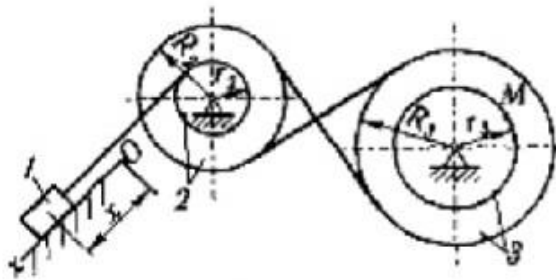


Рис. 71

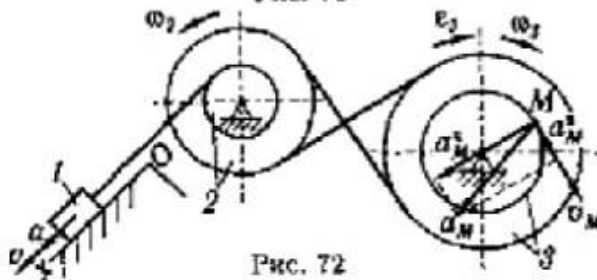


Рис. 72

Ускорение груза 1

$$a = \ddot{x} = 72 \text{ см/с}^2.$$

Для определения скорости и ускорения точки M запишем уравнения, связывающие скорость груза v и угловые скорости колес ω_2 и ω_3 .

В соответствии со схемой механизма

$$\left. \begin{aligned} v &= r_2 \omega_2; \\ R_2 \omega_2 &= R_3 \omega_3, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

откуда

$$\omega_3 = v R_2 / (r_2 R_3),$$

или с учетом (6) после подстановки данных

$$\omega_3 = 2,215t + 0,154.$$

Таблица 24

v , см/с	a , см/с ²	ω_3 , рад/с	ϵ_3 , рад/с ²	v_M , см/с	$a_M^н$, см/с ²	$a_M^τ$, см/с ²	a_M , см/с ²
77	72	2,37	2,22	94,8	224	88,6	241

Угловое ускорение колеса 3

$$\epsilon_3 = \dot{\omega}_3 = 2,215 \text{ рад/с}^2.$$

Скорость точки M , ее вращательное, центростремительное и полное ускорения определяются по формулам

$$\begin{aligned} v_M &= r_3 \omega_3; \\ a_M^н &= r_3 \epsilon_3; \quad a_M^τ = r_3 \omega_3^2; \\ a_M &= \sqrt{(a_M^н)^2 + (a_M^τ)^2}. \end{aligned}$$

Результаты вычислений для заданного момента времени $t_1 = 1$ с приведены в табл. 24.

Скорости и ускорения тела 1 и точки M показаны на рис. 72.