
Вариант № 1.

1. Постройте график функции $y = \cos^2 \frac{x}{2}$.
2. Постройте график функции $y = \sqrt[8]{x^8}$.
3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot \sin x$.
4. Постройте график функции $y = [x - 1]$.
5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = \sin t; \\ y = \ln \sin t. \end{cases}$$
6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 6 + \dots + 3n}{n^2 + 4}$.
7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$.
8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$.
9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos x}$.
10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 1}{n - 1} \right)^n$.
11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$.
12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 8 \frac{x - 1}{x - 2}$ и постройте эскиз ее графика.
13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции
$$y = \begin{cases} -x & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ x + 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$
14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции
$$f(x) = \begin{cases} x + \arcsin \left(x^2 \sin \frac{6}{x} \right) & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции
 $y = (\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{2}} \ln \operatorname{arctg} x$.
16. В точке $t = \frac{\pi}{3}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = 2 \sin^3 t, \\ y = 2 \cos^3 t. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $xy + e^{x+y} - 1 = 0$, если $x_0 = 0$, $y_0 = y(x_0) = 0$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 1} \left(2x - 1 \right)^{\frac{x}{x^2 + 1}}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \infty} ((\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \cdot \ln x)$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 + 2x^2 - x - 3$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 2$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = x^2 - 4x - (x - 2) \ln(x - 1)$ в окрестности точки $x_0 = 2$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - \cos(\sqrt{2}x)}{x^4}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
 $y = y - 3 \ln \frac{x}{x + 4}$.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
 $y = e^{\sqrt[3]{x}}$.

Вариант № 2.

1. Постройте график функции $y = \cos x - \sqrt{3} \sin x$.

2. Постройте график функции $y = (\sqrt{x-1})^2$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot x^2$.

4. Постройте график функции $y = \{2x\}$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = \cos^{-2} t. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}{(x-1)^2}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{1 - \cos 3x}{\sin^2 7x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = -3 \frac{2}{x^2 - 9}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{при } x \leq 1, \\ 2x & \text{при } 1 < x \leq 3, \\ x & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \sin x \cdot \cos \frac{5}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции
 $y = (\sin x)^{5e^x}$.
16. В точке $t = \frac{\pi}{3}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos t, \\ y = \sin t. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $\frac{4y}{\pi} - \operatorname{tg}(x^2 + y) = 0$, если $x_0 = 0$, $y_0 = y(x_0) = \frac{\pi}{4}$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg}^2 x}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\sqrt{x}}}{x^2}$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 + 2x^2 - x - 3$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -2$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \frac{1}{(e^x + 1)^2}$ в окрестности точки $x_0 = \ln 2$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = 6 \sin(x - 2) + x^3 - 6x^2 + 4$ в окрестности точки $x_0 = 2$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - e^{-x^2}}{x^4}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
$$y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}$$
.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
$$y = \frac{e^{-x}}{x^2}$$
.

Вариант № 3.

1. Постройте график функции $y = \sin x \cdot \cos x$.

2. Постройте график функции $y = \log_2 (x - 1)^2$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot x^3$.

4. Постройте график функции $y = [x + 1]$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = \cos^{-1} t; \\ y = \operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 - n)^4 - (2 - n)^4}{(1 - n)^3 - (1 + n)^3}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-2x^2 + 4x + 6}{x^2 + 4x + 3}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2} \right)^{n^4}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3 \operatorname{arctg} x}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \frac{2}{1 + \sqrt{3x+1}}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при } x < 0, \\ x + 1 & \text{при } 0 \leq x \leq 4, \\ 3 + \sqrt{x} & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} \left(2^{x^2 \cos(1/3x)} - 1 + x \right) & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции
 $y = (\ln x)^{3^x}$.
16. В точке $t = 0$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $y + \sin(x + 1) = 1$, если $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $y_0 = y(x_0) = 0$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow -1+0} (x + 1)^{\sqrt{x+1}}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталья
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x(1+x)} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right)$$
.
20. Многочлен $f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 5$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -1$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \cos^2\left(\frac{1}{x}\right)$ в окрестности точки $x_0 = \frac{2}{\pi}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = 6^{x-2} - x^3 + 3x^2 - 6x$ в окрестности точки $x_0 = 2$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sin^2 x - 2 \cos x}{x^4}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
$$y = \frac{4x^2 + 9}{4x + 8}$$
.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
$$y = (2x + 5)e^{-2(x+2)}$$
.

Вариант № 4.

1. Постройте график функции $y = (\sqrt{x})^2$.

2. Постройте график функции $y = \sqrt{1 + \cos x}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot \operatorname{ch} x$.

4. Постройте график функции $y = \{x + 2\}$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = 3^t; \\ y = 9^t - 3^t. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 - n)^4 - (1 + n)^4}{(1 + n)^3 - (1 - n)^3}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{8 - x^3}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n - 1}{n + 3} \right)^{n+2}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e - x) - 1}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 2 \frac{1}{(x - 1)^2}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} \sqrt{1 - x} & \text{при } x \leq 1, \\ 0 & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ x - 2 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \left(x^3 - x^{(3/2)} \sin \frac{1}{3x} \right) & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции
 $y = (\operatorname{ctg} 3x)^{2e^x}$.
16. В точке $t = 2$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $\cos(xy) + y = 0$, если $x_0 = 0$, $y_0 = y(x_0) = -1$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow e} \frac{1}{(\ln x)^x - e}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталья
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin x}{\sin^2 x} - \frac{\operatorname{arctg} x}{\operatorname{tg}^2 x} \right)$$
.
20. Многочлен $f(x) = x^4 - 21x^3 - 640$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -3$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \frac{1}{\ln x + 1}$ в окрестности точки $x_0 = e^2$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = 2x \ln(1 + x) - 2x^2 + x^3$ в окрестности точки $x_0 = 0$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xe^{x-1} - x^2}{(x - 1)^2}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
$$y = \frac{4x^3 + 3x^2 - 8x - 2}{2 - 3x^2}$$
.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
$$y = \frac{3}{4} \sqrt[3]{(x^2 - 1)^4}$$
.

Вариант № 5.

1. Постройте график функции $y = \sqrt{1 - \cos^2 x}$.
2. Постройте график функции $y = 4^{\log_2 \cos x}$.
3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot x^5$.
4. Постройте график функции $y = [2x + 3]$.
5. Постройте кривую, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 5^{t+1}; \\ y = 5^{2t+1} + 3. \end{cases}$$
6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6 - n)^2 - (6 + n)^2}{(6 + n)^2 - (1 - n)^2}$.
7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 5x - 3}{4x^2 - 18x - 10}$.
8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}$.
9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$.
10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2}{2n^2 + 1} \right)^{n^2}$.
11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1 - 2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x}$.
12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 5 - \frac{1}{x^2}$ и постройте эскиз ее графика.
13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x^2 & \text{при } x \leq 0, \\ x & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 2 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$
14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{4}{3x} + \frac{x^2}{2} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции
 $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$.
16. В точке $t = \frac{\pi}{2}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $xe^y + y^2 = x^2$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 0$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{x}\right)^{x \sin x}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{\ln x} - \ln x\right)$.
20. Многочлен $f(x) = 2x^4 - 6x^3 + 10x$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -1$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \cos \ln x$ в окрестности точки $x_0 = e^{\pi/4}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \frac{1}{x} - x^2 + 3x$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x + x \sin x - 2}{x^4}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
 $y = \frac{x^2 - 5}{|x| - 2}$.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
 $y = \frac{3}{2} e^{\sqrt[3]{x^2}}$.

Вариант № 6.

1. Постройте график функции $3^{\log_3 x}$.
2. Постройте график функции $y = (\sqrt{\cos 2x})^2$.
3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot x^4$.
4. Постройте график функции $y = [x - 2]$.
5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = 2^{\sin t}; \\ y = \sin t. \end{cases}$$
6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{1 + 2 + 3 + \dots + n}$.
7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 5x - 6}$.
8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$.
9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^3 x}{(2x - \pi)^2}$.
10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{1-n}$.
11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2})}$.
12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = -e^{-\frac{1}{(x+1)^2}}$ и постройте эскиз ее графика.
13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции
$$y = \begin{cases} \sin x & \text{при } x < 0, \\ x & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$
14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin\left(e^{x^2 \sin \frac{5}{x}} - 1\right)}{x \sin \frac{5}{x}} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции
 $y = (x \sin x)^{8 \ln(x \sin x)}$.
16. В точке $t = -1$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = \frac{1}{t}, \\ y = \frac{1}{1+t^2}. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $1 + y^3 - y(x^2 + 1) = 0$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 1$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{\ln^2 x}$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 - 2x^2$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -1$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \operatorname{tg} \ln x$ в окрестности точки $x_0 = e^{\pi/4}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = e^{-(x+1)^2} + x^2 + 2x$ в окрестности точки $x_0 = -1$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - \sin x + 0,5x^2}{x^3}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
 $y = 2 \ln \frac{x+3}{x} - 3$.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
 $y = x e^{\frac{1}{4x^2}}$.

Вариант № 7.

1. Постройте график функции $y = 2^{\log_2 x^2}$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign}(\operatorname{ctg} x)$.

4. Постройте график функции $y = \{x - 1\}$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = \sin^3 t; \\ y = 7 \cos^3 t. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 + 2n)^3 - 8n^3}{(1 + 2n)^2 + 4n^2}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - 4x}{x^2 - 1}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^2}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 6}{n^2 + 5n + 1} \right)^{\frac{n}{2}}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = e^{-2^{1/x}}$ и построьте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и построьте график функции

$$y = \begin{cases} \cos x & \text{при } x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } \frac{\pi}{2} < x < \pi, \\ \frac{\pi}{2} & \text{при } x \geq \pi. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} \left(x^3 + x^2 \sin \frac{2}{x} \right) & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции
 $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}$.
16. В точке $t = 2$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{t-1}}. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $y - \cos(x + y) = 0$, если $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $y_0 = y(x_0) = 0$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} (-\ln x)^x$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin 3x} - \frac{1}{3 \sin x} \right)$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 + 7x^3 - 12x$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 3$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = e^{1/x}$ в окрестности точки $x_0 = 2$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \cos(\sqrt{2}x) + e^{x^2}$ в окрестности точки $x_0 = 0$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2 - \ln(x - 1)}{(x - 2)^2}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
$$y = \frac{2x^3 + 2x^2 + 3x}{1 - x^2}$$
.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
 $y = \sqrt[3]{1 - x^2}$.

Вариант № 8.

1. Постройте график функции $y = \log_2 x^2$.

2. Постройте график функции $y = \sqrt{1 - \sin^2 2x}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot \operatorname{ctg} 2x$.

4. Постройте график функции $y = [x + 3]$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = -\cos t. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2)}{\sqrt{5n^4 + n + 1}}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{x + 1} - \frac{3}{x^3 + 1} \right)$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{x}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n + 1} \right)^{3n+1}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \frac{1}{9(x+1)(x-1)^2}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 1 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x < 2, \\ 2x & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \sin \left(x \sin \frac{3}{x} \right) & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции

$$y = (\sin x)^{\frac{5x}{2}}.$$

16. В точке $t = \frac{\pi}{3}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \frac{1}{\cos t}. \end{cases} \quad \text{Вычислите значение } y''_{xx} \text{ в этой точке.}$$

17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $\ln(x + y) + y = x + 1$, если $x_0 = 0$, $y_0 = y(x_0) = 1$.

18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right)$.

19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}$.

20. Многочлен $f(x) = x^4 + 8x^3 - 40$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -2$.

21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \operatorname{tg} e^x$ в окрестности точки $x_0 = \ln \frac{\pi}{4}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.

22. Исследуйте поведение функции $f(x) = e^{-x} + x - 0,5x^2$ в окрестности точки $x_0 = 0$ с помощью формулы Тейлора.

23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \sin(x - 2) - x^2 + 2x}{(x - 2)^3}$ с помощью формулы Тейлора.

24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции

$$y = \frac{x^3 - 5x}{5 - 3x^2}.$$

25. Проведите полное исследование и постройте график функции

$$y = x \cdot e^{-\frac{1}{x^3}}.$$

Вариант № 9.

1. Постройте график функции $y = \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 2x$.
2. Постройте график функции $y = x^{\log_x(1-x^2)}$.
3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign}(\sqrt[3]{x-2})$.
4. Постройте график функции $y = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$.
5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = 7 \sin^3 t; \\ y = \cos^3 t. \end{cases}$$
6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3}{(n+1)^2 - (n+1)^3}$.
7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{9x^3 + 9x^2 - x - 1}$.
8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^2} - 2}{x + x^2}$.
9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$.
10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-7}{6n+4} \right)^{3n+2}$.
11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-4x^2)}{1-\cos x}$.
12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = e^{\frac{x}{x^2-1}}$ и построьте эскиз ее графика.
13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции
$$y = \begin{cases} 3x + 1 & \text{при } x < 0, \\ x^2 + 1 & \text{при } 0 \leq x < 1, \\ 0 & \text{при } x \geq 1. \end{cases}$$
14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции
$$f(x) = \begin{cases} \arcsin\left(x^2 \cos \frac{1}{9x}\right) + \frac{2x}{3} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции

$$y = (\sin \sqrt{x}) e^{1/x}.$$

16. В точке $t = \frac{\pi}{4}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = 2 \ln \operatorname{tg} t, \\ y = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t. \end{cases} \quad \text{Вычислите значение } y''_{xx} \text{ в этой точке.}$$

17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $x^2 y + e^y - y^2 = x$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 0$.

18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1-0} (1-x)^{\ln x}$.

19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot e^{-\sqrt{x}}$.

20. Многочлен $f(x) = 3x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 1$.

21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \ln \ln x$ в окрестности точки $x_0 = e$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.

22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \ln x - \sin(x - 1) + \frac{x^2}{2} - x$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с помощью формулы Тейлора.

23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x - e^{x^2} + 1}{x^4}$ с помощью формулы Тейлора.

24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции

$$y = \frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}.$$

25. Проведите полное исследование и постройте график функции

$$y = \frac{e^{2x}}{x - 1}.$$

Вариант № 10.

1. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4} \cdot (x + 2)$.

2. Постройте график функции $y = 2^{\log_{\sqrt{2}} \sin x}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign}(\operatorname{sh} x)$.

4. Постройте график функции $y = \left\{ \frac{x}{2} \right\}$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = \cos t - 1. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 + (n-1)^2 - (n+2)^3}{(4-n)^3}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{16}{x^2 - 16} - \frac{2}{x - 4} \right)$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 4n - 1}{3n^2 + 2n + 7} \right)^{2n+5}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi(x+7))}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = e^{\frac{1}{(x+2)(x-1)^2}}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x & \text{при } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ x & \text{при } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln \cos x}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательной–степенной функции

$$y = x^{e^x}.$$

16. В точке $t = \frac{\pi}{2}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = t \cos t, \\ y = t \sin t. \end{cases} \quad \text{Вычислите значение } y''_{xx} \text{ в этой точке.}$$

17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $y + x \ln y = x^2$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 1$.

18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(x + e))^{\frac{1}{x^2}}$.

19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{tg} x - \frac{2x}{\pi \cos x} \right)$.

20. Многочлен $f(x) = x^4 - 3x^3 + 10x^2$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 2$.

21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.

22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \cos 2x - 2e^{-x^2}$ в окрестности точки $x_0 = 0$ с помощью формулы Тейлора.

23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2xe^{x-1} - x^3 - x}{(x - 1)^3}$ с помощью формулы Тейлора.

24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции

$$y = \frac{x^2}{1 - |x|}.$$

25. Проведите полное исследование и постройте график функции

$$y = \sqrt[3]{x} (x + 1).$$

Вариант № 11.

1. Постройте график функции $y = \cos^2 x \cdot \sin^2 x$.

2. Постройте график функции $y = 2^{\log_2 |x-1|}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot \operatorname{ch} x$.

4. Постройте график функции $y = [2x - 3]$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = -5 \cos t; \\ y = -3 \sin t. \end{cases}$$

6. Вычислите
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^n}}{1 + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{5^n}}.$$

7. Вычислите
$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \frac{9x^2 - 12x + 4}{27x^3 - 8}.$$

8. Вычислите
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}.$$

9. Вычислите
$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}.$$

10. Вычислите
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 + n - 1} \right)^{-n^2}.$$

11. Вычислите
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^{2x} - e^x}.$$

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 2^{\frac{1}{(x-2)^2}}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} x + 4 & \text{при } x < -1, \\ x^2 + 2 & \text{при } -1 \leq x < 1, \\ x & \text{при } x \geq 1. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \left(x \cos \frac{1}{5x} \right) & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции

$$y = x^{e^{\sin x}}.$$

16. В точке $t = -\frac{\pi}{3}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = \frac{\cos t}{1 + 2 \cos t}, \\ y = \frac{\sin t}{1 + 2 \cos t}. \end{cases} \text{ Вычислите значение } y''_{xx} \text{ в этой точке.}$$

17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно

$$\text{уравнением } 4 \sin \frac{y}{x} - 2\sqrt{2} = \frac{4y}{x} - \pi, \text{ если } x_0 = 1, y_0 = y(x_0) = \frac{\pi}{4}.$$

18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \right)^{\frac{1}{x}}$.

19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \cdot e^{-x^2}$.

20. Многочлен $f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 10$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 2$.

21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{x} \right)$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.

22. Исследуйте поведение функции $f(x) = 6e^{x-1} - 3x - x^3$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с помощью формулы Тейлора.

23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \ln(1+x) - 2x^2 + x^3}{x^4}$ с помощью формулы Тейлора.

24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции

$$y = \frac{4x^3 - 3x}{4x^2 - 1}.$$

25. Проведите полное исследование и постройте график функции

$$y = \sqrt[3]{x^2} (x + 1).$$

Вариант № 12.

1. Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{tg} x}$.
2. Постройте график функции $y = x^{\log_x(1-x)}$.
3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign}(\operatorname{th} x)$.
4. Постройте график функции $y = \{x + 1\}$.
5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = \cos t. \end{cases}$$
6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n+2)^3}{(n+4)^3 + (n+3)^3}$.
7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^3 - 40}{12 + 4x - 3x^2 - x^3}$.
8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$.
9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}$.
10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 5n + 7}{2n^2 + 5n + 3}\right)^n$.
11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{2^{-3x} - 1} \cdot \ln 2$.
12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 4 \frac{1}{(1+x)^2}$ и построьте эскиз ее графика.
13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции
$$y = \begin{cases} x + 1 & \text{при } x \leq 0, \\ (x + 1)^2 & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ -x + 4 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$
14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1 + 2x^2 + x^3)}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции
 $y = x^{9+e^x}$.
16. В точке $t = 1$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2 + t + 1. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $\sin x \cos y + 2^{\sin x \cos y} = 1$, если $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $y(x_0) = \frac{\pi}{2}$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)^x$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{x} \cdot \ln^2 x$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 - 3x^3 + x$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 3$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \frac{1}{x^3 - 1}$ в окрестности точки $x_0 = -1$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = 2x + x^2 - (x + 1) \ln(x + 2)$ в окрестности точки $x_0 = -1$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2xe^{-(x+1)} - x^3 - x}{(x + 1)^3}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
 $y = 3 \ln \frac{x}{x - 3} - 1$.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
 $y = -x \cdot e^{-x^{-2}}$.

Вариант № 13.

1. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 2x + 1} \cdot (x + 1)$.

2. Постройте график функции $y = \operatorname{tg} x \cdot \cos x$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign}(\operatorname{ch} x)$.

4. Постройте график функции $y = \{2x + 1\}$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = \cos t; \\ y = \cos^{-1} t. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^3 + (n+4)^3}{(n+3)^4 - (n+4)^4}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{3x^2}}{\arcsin 3x^2}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \frac{1}{2 + 3 \frac{1}{x-1}}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции
$$y = \begin{cases} x + 2 & \text{при } x \leq -1, \\ x^2 + 1 & \text{при } -1 < x \leq 1, \\ x & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции
$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x^2 \cos \frac{1}{9x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции

$$y = (\sin \sqrt{x})^{\ln \sin \sqrt{x}}.$$

16. В точке $t = \frac{1}{e}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = \frac{1 + \ln t}{3 + 2 \ln t}, \\ y = \frac{t^2}{t}. \end{cases} \quad \text{Вычислите значение } y''_{xx} \text{ в этой точке.}$$

17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $x^2 y + x \ln y = 1$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 1$.

18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x)^{\frac{1}{\ln x}}$.

19. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x^3}$.

20. Многочлен $f(x) = 3x^4 - 8x^2 + 12$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -2$.

21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \frac{1}{(e^x - 1)^2}$ в окрестности точки $x_0 = \ln 2$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.

22. Исследуйте поведение функции $f(x) = (x + 1) \sin(x + 1) - 2x - x^2$ в окрестности точки $x_0 = -1$ с помощью формулы Тейлора.

23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^4}$ с помощью формулы Тейлора.

24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции

$$y = \frac{4x^2 - 20}{8 - 4|x|}.$$

25. Проведите полное исследование и постройте график функции

$$y = e^{-\sqrt[3]{x-8}}.$$

Вариант № 14.

1. Постройте график функции $y = x^{\log_x(x^2+1)}$.

2. Постройте график функции $y = \sqrt{\sin^2 2x}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} |x|$.

4. Постройте график функции $y = \left[\frac{x}{2} - 1 \right]$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически: $\begin{cases} x = \cos t; \\ y = \cos 2t. \end{cases}$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(1-x^3)}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos \frac{x}{2}}{x - \pi}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2 + 3n - 1}{5n^2 + 3n + 3} \right)^{n^3}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin \frac{5x}{2} \cdot \cos x}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 3 \frac{x+1}{x(x+2)}$ и построьте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и построьте график функции

$$y = \begin{cases} -x & \text{при } x \leq 0, \\ -(x-1)^2 & \text{при } 0 < x < 2, \\ x-3 & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} 6x + x \sin \frac{1}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции $y = (\arcsin x)^{e^x}$.
16. В точке $t = -4$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = \frac{1+t}{t^2}, \\ y = \frac{2}{t} + \frac{3}{2t^2}. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $xy + \ln(x+y) + 2 = 0$, если $x_0 = 2$, $y_0 = y(x_0) = -1$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$.
20. Многочлен $f(x) = 4x^4 + 2x^3 - x - 3$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 1$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \ln \cos x$ в окрестности точки $x_0 = \frac{\pi}{3}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \ln^2(1+x) - x^2$ в окрестности точки $x_0 = 0$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - xe^x}{x^2}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
$$y = \frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{2 - 3x^2}.$$
25. Проведите полное исследование и постройте график функции $y = \sqrt[3]{8 - x^3}$.

Вариант № 15.

1. Постройте график функции $y = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \sin x^2 \frac{x}{2}$.

2. Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{1/2}|x-1|}$.

3. Постройте график функции $y = \text{sign}(\text{tg } x)$.

4. Постройте график функции $y = \left\{ \frac{x}{2} + 1 \right\}$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = \text{tg } t; \\ y = \frac{2}{1 + \cos 2t}. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 2n}{(n+1)^4 - (n-1)^4}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2 + 8}{x^3 + 8} - \frac{1}{x+2} \right)$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\pi^2 - 4x^2}{\cos x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(e^{\pi x} - 1)}{3 \sin(\pi(x+4))}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \frac{1}{2 + \sqrt[8]{4-x}}$ и по-

стройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} -2(x+1) & \text{при } x \leq -1, \\ (x+1)^3 & \text{при } -1 < x < 0, \\ x & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \ln \left(1 - \sin \left(x^3 \sin \frac{1}{x} \right) \right) & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательной–степенной функции

$$y = (\cos 5x)^{e^x}.$$

16. В точке $t = \frac{\pi}{4}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = t g^2 t. \end{cases} \quad \text{Вычислите значение } y''_{xx} \text{ в этой точке.}$$

17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $xy^2 + y + x^2 = 3$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 1$.

18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^3}}$.

19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$.

20. Многочлен $f(x) = 3x^4 - 11x^3 - 66$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -2$.

21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ в окрестности точки $x_0 = -1$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.

22. Исследуйте поведение функции $f(x) = 4x - x^2 + (x - 2) \sin(x - 2)$ в окрестности точки $x_0 = 2$ с помощью формулы Тейлора.

23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) + e^{-x} - 1}{x^3}$ с помощью формулы Тейлора.

24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции

$$y = \frac{21 - x^2}{7x + 9}.$$

25. Проведите полное исследование и постройте график функции

$$y = e^{-\frac{1}{x^3}}.$$

Вариант № 16.

1. Постройте график функции $y = 2^{|\log_2 x|}$.
2. Постройте график функции $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$.
3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{x-1} \right)$.
4. Постройте график функции $y = [2x - 1]$.
5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = \cos t; \\ y = \pi \sin t. \end{cases}$$
6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+6)^3 - (n+1)^3}{(2n+3)^2 + (n+4)^2}$.
7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$.
8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x+2}$.
9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{x \operatorname{tg} 2x}$.
10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 7n - 1}{2n^2 + 3n - 1} \right)^n$.
11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$.
12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 2 \frac{1}{x(x-1)}$ и постройте эскиз ее графика.
13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции
$$y = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{при } x \leq 1, \\ x - 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$
14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции
$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos^2 \frac{11}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$
15. Найдите производную показательной–степенной функции $y = x^{\sin x^3}$.

16. В точке $t = \frac{\pi}{3}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
- $$\begin{cases} x = t \sin t + \cos t, \\ y = \sin t - t \cos t. \end{cases}$$
- Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $x^2 + x \sin y - e^y = 3$, если $x_0 = 2$, $y_0 = y(x_0) = 0$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (2x + 1)^{\ln^{-1}(1 - e^{-2x-1})}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{\pi}{\pi - x} \right)$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 - 3x^3$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 2$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \sin \ln x$ в окрестности точки $x_0 = e^{\pi/6}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \ln(x+3) - \sin(x+2) + \frac{x^2}{2} + 2x$ в окрестности точки $x_0 = -2$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+x^2} - \cos(\sqrt{2}x)}{x^3}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
- $$y = \ln \frac{x-5}{x} + 2.$$
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
- $$y = -x \cdot e^{\frac{1}{2x^2}}.$$

Вариант № 17.

1. Постройте график функции $y = \operatorname{ctg} x \cdot \sin x$.

2. Постройте график функции $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} \frac{|x^2 - x|}{x - 1}$.

4. Постройте график функции $y = 2[x - 1]$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически: $\begin{cases} x = 5 \sin 2t; \\ y = 2 \cos 2t. \end{cases}$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - 3)^3 - (n + 5)^3}{(3n - 1)^3 + (2n + 3)^3}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 12x^2 + 32}{x - 2}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4 + x} - \sqrt{2x}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + x \sin x}{\sin^2 x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 3}{n + 5} \right)^{n+4}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin 2\pi x}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 1 - 6 \frac{1}{x + 4}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции $y = \begin{cases} -x + 1 & \text{при } x < -1, \\ x^3 & \text{при } x \geq -1. \end{cases}$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x^2 \cos \frac{1}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$

15. Найдите производную показательной–степенной функции
 $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$.
16. В точке $t = \frac{\pi}{3}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 + \cos t. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $x^2 y - y + x = 1$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 1$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 3} (4 - x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln x}{(x + 1)^2}$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 - 2x^2 + 10$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -1$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \sqrt{1 + \sin x}$ в окрестности точки $x_0 = -\pi$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = x^2 - 2x - 2e^{x-2}$ в окрестности точки $x_0 = 2$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - 2 - x}{x^2}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
 $y = \frac{x^2 - 11}{4x - 3}$.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
 $y = e^{x^{-1/3}}$.

Вариант № 18.

1. Постройте график функции $y = \log_{1/3} (x - 2)^2$.

2. Постройте график функции $y = \frac{\cos 2x}{\sqrt{2}(\cos x + \sin x)}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right)$.

4. Постройте график функции $y = \left\{ \frac{x}{2} - 1 \right\}$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически: $\begin{cases} x = \sin^{-1} t; \\ y = \sin t. \end{cases}$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 10)^2 + (3n + 1)^2}{(n + 6)^3 - (n + 1)^3}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{2}} \frac{5 + 8x - 4x^2}{8x^3 - 125}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 1}{n^3 - 1} \right)^{2n - n^3}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{3x} - 1)^2}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 4 \frac{1}{x^2(x + 1)}$ и построьте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \leq 1, \\ 2x & \text{при } x > 1. \end{cases}$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} x \cdot \sin \frac{1}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$

15. Найдите производную показательной–степенной функции
 $y = (x^2 + 1)^{\cos x}$.
16. В точке $t = 1$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = \ln(1 + t^2), \\ y = t - \operatorname{arctg} t. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $xe^y + y \cos x = 1$, если $x_0 = 0$, $y_0 = y(x_0) = 1$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x) \frac{1}{x^2}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[10]{x}}$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 - x + 3$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 3$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = e^{\operatorname{arctg} x}$ в окрестности точки $x_0 = -1$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \frac{1}{x + 2} - x^2 - x$ в окрестности точки $x_0 = -1$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - (x - 1)e^{x-1}}{2(x - 1)^3}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
$$y = \frac{4x^3 + 9x + 1}{4x^2 - 1}$$
.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
$$y = x \cdot \sqrt[3]{1 - x}$$
.

Вариант № 19.

1. Постройте график функции $y = \sin^4 x + \cos^4 x + \frac{\sin^2 2x}{2}$.

2. Постройте график функции $y = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot \operatorname{tg} x$.

4. Постройте график функции $y = \left\{ x + \frac{5}{2} \right\}$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически: $\begin{cases} x = \cos^{-1} t; \\ y = \ln \cos t. \end{cases}$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)^3 + (3n + 2)^3}{(2n + 3)^3 - (n + 7)^3}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^3 - 9x + x^2 - 9}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{4}} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2} + x} - \sqrt{2x}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 21n + 7}{2n^2 + 18n + 9} \right)^{2n+1}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin \left(\pi \left(1 + \frac{x}{2} \right) \right)}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 2^{7^{\frac{1}{x-4}}}$ и построьте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции $y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{при } x < 0, \\ x^3 - 1 & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции $f(x) = \begin{cases} e^{x \sin \frac{5}{x}} - 1 & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$

15. Найдите производную показательно–степенной функции

$$y = x^{e^{\operatorname{ctg} x}}.$$

16. В точке $t = \frac{\pi}{4}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = \frac{2}{\cos^2 t}. \end{cases} \quad \text{Вычислите значение } y''_{xx} \text{ в этой точке.}$$

17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $x^3 + y^3 + xy = 3$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 1$.

18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} \right)^{\frac{1}{\sqrt{1 - \ln x}}}$.

19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot e^{x^{-2}}$.

20. Многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -3$.

21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \sqrt{\operatorname{tg} x}$ в окрестности точки $x_0 = \frac{\pi}{4}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.

22. Исследуйте поведение функции $f(x) = x^2 - 2x - (x - 1) \ln x$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с помощью формулы Тейлора.

23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x e^{x+2} - x^3 - 6x^2 - 10x}{(x + 2)^2}$ с помощью формулы Тейлора.

24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции

$$y = \frac{x^3 - 2x^2 - 3x + 2}{1 - x^2}.$$

25. Проведите полное исследование и постройте график функции

$$y = \frac{e^{x+1}}{(x + 1)^2}.$$

Вариант № 20.

1. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$.

2. Постройте график функции $y = 3^{\log_3 \sin x}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot \cos x$.

4. Постройте график функции $y = \left[\frac{x}{2} + 1 \right]$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t; \\ y = 4 \sin^3 t. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+7)^3 - (n+2)^3}{(3n+2)^2 + (4n+1)^2}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{2x^4 - 8}{x^6 - 8}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{9}} - \frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{1}{3} + x} - \sqrt{2x}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n - 3}{10n - 1} \right)^{5n}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{\operatorname{arctg} 4x^2}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 2 \frac{1}{x^2 - 1}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции
$$y = \begin{cases} x + 1 & \text{при } x \leq 1, \\ -x^2 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции

$$y = (x^3 + 1)^{2 \operatorname{tg} x}.$$

16. В точке $t = 2$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = \frac{1 + t^2}{t^2 - 1}, \\ y = \frac{t}{t^2 - 1}. \end{cases} \text{ Вычислите значение } y''_{xx} \text{ в этой точке.}$$

17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $xe^y + y \sin x = \pi$, если $x_0 = \pi$, $y_0 = y(x_0) = 0$.

18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\cos x)^{\frac{1}{\ln(\pi - 2x)}}$.

19. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \cdot e^{-\frac{x}{10}}$.

20. Многочлен $f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = 2$.

21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ в окрестности точки $x_0 = \frac{1}{4}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.

22. Исследуйте поведение функции $f(x) = (x - 1) \sin(x - 1) + 2x - x^2$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с помощью формулы Тейлора.

23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{2 - \cos^2 x + 2 \sin x}{(x + \frac{\pi}{2})^4}$ с помощью формулы Тейлора.

24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции

$$y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x + 1}.$$

25. Проведите полное исследование и постройте график функции

$$y = \frac{e^{-x}}{x + 1}.$$

Вариант № 21.

1. Постройте график функции $y = \frac{x - 2}{x^2 - 4x + 4}$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1 - \cos 2x}{\sin x}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot e^x$.

4. Постройте график функции $y = \{3x + 1\}$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = 5 \cos^2 t; \\ y = 3 \sin^2 t. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)^3 - (2n + 3)^3}{(2n + 1)^2 + (2n + 3)^2}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{16}} - \frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4} + x} - \sqrt{2x}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 - \cos x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 5n}{3n^2 - 5n + 7} \right)^{n+1}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{x-1} - 1}{\ln(2x - 1)}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = e^{\frac{1}{x^2(x-4)}}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции
$$y = \begin{cases} -x + 1 & \text{при } x \leq 2, \\ 2x + 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции
$$f(x) = \begin{cases} 3^{x^2 \sin \frac{2}{x}} - 1 & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции
 $y = (x^2 + 5)^{\ln x}$.
16. В точке $t = 0$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = e^t, \\ y = \arcsin t. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $x^2 y^3 + xy = 2$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 1$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\ln(1-x)}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{ctg} x}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 - x^3 + 2x - 1$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -1$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \operatorname{tg} x^2$ в окрестности точки $x_0 = -\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = 2e^{-(x+1)^2} - \cos 2(x + 1)$ в окрестности точки $x_0 = -1$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - x^2) + x^2 e^{-x^2}}{x^3}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
$$y = \frac{x^3 + x^2 - 3x - 1}{2x^2 - 2}$$
.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
 $y = (4 - x) \cdot e^{x-3}$.

Вариант № 22.

1. Постройте график функции $y = \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \cos 2x}}$.

2. Постройте график функции $y = 9^{\log_3(x+1)}$.

3. Постройте график функции $y = \text{sign}(\ln x)$.

4. Постройте график функции $y = [4x - 1]$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = 2 \sin t; \\ y = 5 \cos t. \end{cases}$$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{(n+1)^4 - n^4}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 - 6x^2}{4x^5 + 2x^3 + x^2}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\text{tg } 3x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{-n^2}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}} \cdot e^{x^2}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 1 - e^{\frac{1}{x-1}}$ и построьте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и построьте график функции
$$y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x < 3, \\ x + 6 & \text{при } x \geq 3. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1 + \ln \left(1 + 3x^2 \cos \frac{2}{x} \right)} - 1 & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно-степенной функции $y = (\text{tg } x)^{\frac{\ln \text{tg } x}{4}}$.

16. В точке $t = \frac{\pi}{3}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
- $$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin^4 \frac{t}{2}. \end{cases}$$
- Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $\pi + 2 \sin(x^2 y) - 2x^2 y = 2$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = \frac{\pi}{2}$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{\ln 3}{1-x}}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot \ln^2 x$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 + 10x^2 - 3$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -2$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = -2 \sin^2\left(\frac{1}{x}\right)$ в окрестности точки $x_0 = -\frac{2}{\pi}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \ln^2 x - x^2 + 2x$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x \sin x}{x^4}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
- $$y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 4}.$$
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
- $$y = \sqrt[3]{x^2} (1 - x).$$

Вариант № 23.

1. Постройте график функции $y = 4^{\log_4(2-|x|)}$.

2. Постройте график функции $y = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} - 1}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot |x|$.

4. Постройте график функции $y = [\sin x]$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически: $\begin{cases} x = \cos t; \\ y = \sin^2 t. \end{cases}$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1)}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin 3x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 6n + 5}{n^2 - 5n + 5} \right)^{3n+2}$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x} - 2}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \frac{e}{9^{1/x} + 1}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{при } x < 1, \\ 3x & \text{при } x \geq 1. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \left(1,5x - x^2 \sin \frac{1}{x} \right) & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательно–степенной функции

$$y = (\cos 2x)^{\frac{\ln \cos 2x}{4}}.$$

16. В точке $t = 1$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \frac{t^2}{2}. \end{cases} \quad \text{Вычислите значение } y''_{xx} \text{ в этой точке.}$$

17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $\ln(xy) + xy = 1$, если $x_0 = 1$, $y_0 = y(x_0) = 1$.

18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^2)^{-\frac{1}{\sqrt{\ln x}}}$.

19. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(2x - \pi)^2}{\cos^2 x}$.

20. Многочлен $f(x) = x^4 - 7x^2 + 4x$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -3$.

21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \sqrt{1 - \sin x}$ в окрестности точки $x_0 = \pi$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.

22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \sin x + \operatorname{sh} x - 2x$ в окрестности точки $x_0 = 0$ с помощью формулы Тейлора.

23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{-x} + \ln(1 - x)}{x^2}$ с помощью формулы Тейлора.

24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции

$$y = \ln \frac{x}{x - 2} - 2.$$

25. Проведите полное исследование и постройте график функции

$$y = e^{\sqrt[3]{(x+2)^2}}.$$

Вариант № 24.

1. Постройте график функции $y = \sin^3 x (\operatorname{ctg}^2 x + 1)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{\log_2 x - |\log_2 x|}{2}$.

3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign} x \cdot e^{|x|}$.

4. Постройте график функции $y = [2 \cos^2 x]$.

5. Постройте кривую, заданную параметрически: $\begin{cases} x = \cos 2t; \\ y = \cos^2 t. \end{cases}$

6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}$.

7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 - 3x^2 - 45x - 81}$.

8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x - x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^3 + x^2}}$.

9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \sin 2x}$.

10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+2} \right)^n$.

11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}$.

12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = e^{\frac{1}{(x-2)^2 x}}$ и постройте эскиз ее графика.

13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x^2 & \text{при } x < 1, \\ x + 1 & \text{при } x \geq 1. \end{cases}$$

14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} e^{x \sin \frac{3}{5x}} - 1 & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

15. Найдите производную показательной–степенной функции
 $y = x^{\arcsin x}$.
16. В точке $t = \frac{\pi}{3}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
$$\begin{cases} x = \operatorname{tg} t, \\ y = \frac{1}{\sin 2t}. \end{cases}$$
 Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $\cos(xy) + xy = 1 + \pi$, если $x_0 = \pi$, $y_0 = y(x_0) = 1$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow e+0} (\ln \ln x)^{\frac{\ln 2}{\ln(x-e)}}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^3} - \frac{\operatorname{arctg} x}{x^4} \right)$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 + 5x^3 + 6x^2 - x + 2$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -1$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ в окрестности точки $x_0 = \ln 2$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = -\ln^2(1 - 2x) + 4x^2 + 2$ в окрестности точки $x_0 = 0$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - \ln(1 + x)^2}{x^2}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
$$y = \frac{-x^2 - 4x + 13}{4x + 3}$$
.
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
$$y = x \cdot e^{-\frac{1}{4x^2}}$$
.

Вариант № 25.

1. Постройте график функции $y = 2^{\frac{x}{|x|}}$.
2. Постройте график функции $y = \sqrt{2(1 - \cos 2x)}$.
3. Постройте график функции $y = \operatorname{sign}(1 - 2^x)$.
4. Постройте график функции $y = [2(1 - \cos 2x)]$.
5. Постройте кривую, заданную параметрически:
$$\begin{cases} x = \sqrt{\cos t}; \\ y = \sqrt{\sin t}. \end{cases}$$
6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n - n^2 + 3}$.
7. Вычислите $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{2x + 4}$.
8. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + 3x^2} - (1 + x)}{\sqrt[3]{x}}$.
9. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$.
10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n^2 + 18n - 15}{7n^2 + 11n + 15} \right)^{n+2}$.
11. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\ln(1 + 4x - 2\pi)}$.
12. Исследуйте на непрерывность функцию $y = 2^{-2^{\frac{1}{1-x}}}$ и построьте эскиз ее графика.
13. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции
$$y = \begin{cases} e^x & \text{при } x < 0, \\ 3 - x & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$
14. Исходя из определения производной, найдите $f'(0)$ для функции
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2^{\operatorname{tg} x} - 2^{\sin x}}{x^2} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$
15. Найдите производную показательной–степенной функции $y = x^{e^{\operatorname{arctg} x}}$.

16. В точке $t = \frac{\pi}{2}$ составьте уравнения касательной и нормали к кривой
- $$\begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$$
- Вычислите значение y''_{xx} в этой точке.
17. Найдите y'_x , y''_{xx} , $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$ для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $e^x + e^y + xy = 2$, если $x_0 = 0$, $y_0 = y(x_0) = 0$.
18. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 2x) \frac{1}{\ln \sin x}$.
19. Вычислите с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln^2 x}{(x-1)^2}$.
20. Многочлен $f(x) = x^4 + 5x^3 + 6x^2 - x + 2$ представьте в виде многочлена по степеням разности $(x - x_0)$, где $x_0 = -1$.
21. Найдите многочлен, приближающий функцию $f(x) = \ln \operatorname{tg} x$ в окрестности точки $x_0 = \frac{\pi}{4}$ с точностью до $o((x - x_0)^3)$.
22. Исследуйте поведение функции $f(x) = \cos x + \operatorname{ch} x$ в окрестности точки $x_0 = 0$ с помощью формулы Тейлора.
23. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 2x) + \sin 2x + 2x^2}{x^3}$ с помощью формулы Тейлора.
24. Найдите асимптоты и постройте эскиз графика функции
- $$y = \frac{3x^2 - 30}{3 - |x|}.$$
25. Проведите полное исследование и постройте график функции
- $$y = \frac{1}{8} \cdot \sqrt[3]{1 + 8x^3}.$$