

Вариант 1.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = -x^2$; $x + y + 2 = 0$; б). $y = \arcsin x$; $x = 0$; $y = \pi/2$
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln \sin x$; $x \in [\pi/3; \pi/2]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии:
 $xy = 4$; $x \in [1; 4]$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}$

Вариант 2.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = 0$; $x = \frac{\pi}{2}$; б). $y = 3 - 4x - x^2$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 1 - \ln \cos x$; $x \in [0; \pi/6]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии:
 $y = \sin x$; $x \in [0; \pi]$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_1^2 \frac{dx}{x-1}$

Вариант 3.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = x^2$; $y^2 = x$. б). $y = e^x$; $x = 0$; $x = 2$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \frac{x}{2}$; $x \in [0; 1]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линий:
 $y = \frac{1}{2}x^2$; $x + y = \frac{1}{2}$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{9+x^2}$

Вариант 4.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $xy = a^2$; $y = 0$; $x = 2b$; $x = b$; $b > 0$. б). $y = \sin^2 x$; $y = \sin^3 x$; $0 \leq x \leq \pi$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 1 - \ln \sin x$; $x \in [\pi/3; \pi/2]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии:
 $y^2 = 4x$; $x \in [0; 1]$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_2^3 \frac{dx}{(x-2)^3}$

Вариант 5.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = 2x - x^2$; $y = 0$; б). $y = \arcsin x$; $x = 0$; $y = \pi/2$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln(x^2 - 1)$; $x \in [2; 3]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии:
 $y = 3 \sin(x/2)$; $x \in [0; 2\pi]$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

Вариант 6.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = e^x$; $y = e$; $x = 0$; б). $y = \sin^2 2x$; $y = \sin^3 2x$; $0 \leq x \leq \pi/2$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \frac{1}{2} \ln \sin 2x$; $x \in [\pi/6; \pi/4]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии:
 $y = \sqrt{x}e^x$; $x \in [0; 1]$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_3^4 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-x}}$

Вариант 7.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = 2(x-1)(3-x)$; $y = 0$; б). $y = \ln x$; $y = 2 \ln x$; $x = 1$; $x = 2$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln(1-x^2)$; $x \in [0; 1/2]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линий:
 $y^2 = x$; $y = x^2$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$

Вариант 8.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y^2 = 2(x-1)$; $x = 3$; б). $y = \arctg x$; $x = \sqrt{3}$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln \cos x$; $x \in [0; \pi/6]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии:
 $y = xe^x$; $x \in [0; 1]$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{(x+1)^3}}$

Вариант 9.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = 1 - x^2$; $y = x^2 - 7$; б). $y = \arctg x$; $x = 1/\sqrt{3}$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 2 - e^x$; $x \in [0; \ln 2]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y^2 = (x-1)^3$, и ограниченного плоскостью $x=2$. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{x^4 + 1}$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{x^4 + 1}$

Вариант 10.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = \sqrt{e^x - 1}$; $y = 0$; $x = \ln 4$; б). $y = x^2 - 4x + 3$; $y = -x^2 + 2x + 3$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = (1/3)\ln \sin 3x$; $x \in [\pi/9; \pi/6]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y = \sqrt{xe^x}$, и ограниченного плоскостями $y = 0$ и $x = 1$. $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln^4 x}$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln^4 x}$

Вариант 11.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = x^2 + 1$; $x + y = 3$; б). $y = \ln x$; $y = 2 \ln x$; $x = 1/3$; $x = 2/3$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln \frac{1}{x}$; $x \in [1; 2]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $xy = 2$, и ограниченного плоскостями $x=1$ и $x=3$. $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$

Вариант 12.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y^2 = x$; $x = 2$; б). $y = \ln(x+2)$; $y = 2 \ln x$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 4 \ln \frac{1}{x}$; $x \in [1; 3]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y = \sin 2x$; $x \in [0; \pi]$. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^5}}$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^5}}$

Вариант 13.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = x^2 - 4$; $y = 0$; б). $y = \ln(2x + 3)$; $y = 2 \ln x$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 2 + 3 \ln x$; $x \in [1; 2]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y = xe^x$, и ограниченного плоскостями $x=1$ и $y=0$. $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$

Вариант 14.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = \cos x$; $x = 0$; $x = \pi$; $y = 0$; б). $y = 6 - 5x - x^2$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 2 - \ln(x^2 - 1)$; $x \in [2; 3]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y^2 = 2x$, и ограниченного плоскостью $x=2$. $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}$

Вариант 15.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = -x^2$; $y = e^x$; $x = 0$; $x = 1$; б). $y = \sin x$; $y = \sin^2 x$; $0 \leq x \leq \pi$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \frac{x}{2}$; $x \in [0; 1]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y^2 = 4x$; $y = x^2$. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}$

Вариант 16.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = (x - 2)^3$; $y = 4x - 8$; б). $y = \arctg x$; $x = \sqrt{3}$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = e^x + 13$; $x \in [0; \ln 3]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y = xe^x$, и ограниченного плоскостями $x = 2$ и $y = 0$. $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln^3 x}$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln^3 x}$

Вариант 17.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = 4 - x^2$; $y = x^2 - 2x$; б). $y = e^x$; $y = e^3$; $x = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 3 + \ln(1 - x^2)$; $x \in [0; 1/2]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии
 $y = \frac{1}{2} \sqrt{x} e^x$, и ограниченного плоскостями $x=1$ и $y=0$.
$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{4 + x^2}$$
4. Определить сходимость несобственного интеграла

Вариант 18.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = \arcsin x$; $x = 0$; $y = \pi/2$; б). $y = x^2 - 4$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln(x^2)$; $x \in [0; 1]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линий:
 $y = x^2$; $x + y = 2$.
$$\int_1^2 \frac{dx}{x-1}$$
4. Определить сходимость несобственного интеграла

Вариант 19.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = \ln x$; $x = e$; $x = e^2$; $y = 0$; б). $y = 4 - 3x - x^2$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 5 + \ln \cos x$; $x \in [0; \pi/4]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии
 $y^2 = (x-1)^3$, и ограниченного плоскостью $x=3$.
$$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{9 + x^2}$$
4. Определить сходимость несобственного интеграла

Вариант 20.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = \ln(x+2)$; $y = 2 \ln x$; $y = 0$; б). $y = x^2 - 3$; $y = 1$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln(x^2 - 1)$; $x \in [2; 3]$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии
 $xy = 1$, и ограниченного плоскостями $x=2$ и $x=1$.
$$\int_2^3 \frac{dx}{(x-2)^3}$$
4. Определить сходимость несобственного интеграла

Вариант 21.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $xy = 3; x + y = 4;$ б). $y = 2 - x - x^2; y = 0.$
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 2 + \ln(x^2); x \in [1; 2].$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии
 $y = \sqrt{xe^x}$, и ограниченного плоскостью $x = 2$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

Вариант 22.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = -x^2; y = e^x; x = 0; x = 2;$ б). $y = x^2 - 9; y = 0.$
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 5 + e^x; x \in [0; \ln 2].$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии
 $y = \sin 3x; x \in [0; \pi].$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_3^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{3-x}}$

Вариант 23.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = 3x - x^2; y = 0;$ б). $y = \ln x; y = 2 \ln x; x = 2; x = 3.$
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 3 + \ln(1 - x^2); x \in [0; 1/2].$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линий
 $y = x^2/4; x + y = 2.$
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$

Вариант 24.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = 3 + 2x - x^2; y = 0;$ б). $y = e^x; x = 0; x = 1.$
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \frac{x}{2}; x \in [0; 1].$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии
 $y = xe^x$, и ограниченного плоскостями $x = 4$ и $y = 0$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{(x+1)^3}}$

Вариант 25.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = \ln(x+2)$; $y = 2 \ln x$; $y = 0$; б). $y = 3 - 4x - x^2$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 8 - e^x$; $x \in [0; \ln 3]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y^2 = (x-1)^3$, и ограниченного плоскостью $x = 4$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{x^4 + 1}$

Вариант 26.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = 32 - x^2$; $y = -4x$; б). $y = 3\sqrt{x}$; $y = 3/x$; $x = 4$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = e^x$; $x \in [\ln \sqrt{3}; \ln \sqrt{8}]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX областей, ограниченных линиями: $y = -x^2 + 1$; $y = 0$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln^4 x}$

Вариант 27.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = x^2 - 4x + 3$; $y = -x^2 + 2x + 3$; б). $y = \sin x$; $y = \cos x$; $x = 0$ ($x \geq 0$).
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln \sin x$; $x \in [\pi/3; \pi/2]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX областей, ограниченных линиями: $y = \sin(\pi x/2)$; $y = x$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$

Вариант 28.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $x = 27 - y^2$; $x = -6y$; б). $y = 2 - x - x^2$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 2\sqrt{x}$; $1/3 \leq x \leq 1/8$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX областей, ограниченных линиями: $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^5}}$

Вариант 29.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = \sin x$; $u = \cos x$; $x = 0$; ($x \leq 0$). б). $x = 5 - y^2$; $x = -4y$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = x^2 / 2$; $x \in [0; 1]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX областей, ограниченных линиями: $y = x^2$; $y = 2x$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$

Вариант 30.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = \sqrt{9 - x^2}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 3/2$; б). $x = 27 - y^2$; $x = -6y$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln \sin x$; $\pi/3 \leq x \leq \pi/2$.
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX областей, ограниченных линиями: $y = \sin^2 x$; $y = 0$; $x = \pi/4$; ($0 \leq x \leq \pi/4$).
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}$

Вариант 31.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $y = 2/x$; $y = 5e^x$; $y = 2$; $y = 5$; б). $y = \sin x$; $y = \cos x$; $x = 0$; $x \leq 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = e^x$; $x \in [\ln \sqrt{3}; \ln \sqrt{8}]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y = xe^x$, и ограниченного плоскостями $x=2$ и $x=1$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}$

Вариант 32.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):
а). $xy = 3$; $x + y = 4$. б). $y = \arctg x$; $x = \sqrt{3}$; $y = 0$.
2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 2 - \ln(x^2 - 1)$; $x \in [2; 3]$
3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии $y^2 = (x-1)^3$, и ограниченного плоскостью $x=3$.
4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln^3 x}$

Вариант 33.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):

а). $y = -x^2$; $x + y + 2 = 0$; б). $y = \arcsin x$; $x = 0$; $y = \pi/2$

2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = \ln \sin x$; $x \in [\pi/3; \pi/2]$

3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии:
 $xy = 4$; $x \in [1; 4]$

4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}$

Вариант 34

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями (сделать чертеж):

а). $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = 0$; $x = \frac{\pi}{2}$; б). $y = 3 - 4x - x^2$; $y = 0$.

2. Вычислить длину дуги линии, заданной в прямоугольной системе координат:
 $y = 1 - \ln \cos x$; $x \in [0; \pi/6]$

3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX линии:
 $y = \sin x$; $x \in [0; \pi]$

4. Определить сходимость несобственного интеграла $\int_1^2 \frac{dx}{x-1}$