Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени С.М.Кирова»

Кафедра промышленного транспорта

И.Н. Дмитриева, кандидат технических наук, доцент
Г.В. Григорьев, кандидат технических наук, доцент
А.В. Калистратов, кандидат технических наук, старший преподаватель

ГИДРАВЛИКА

ГИДРОСТАТИКА

Учебное пособие для студентов
всех форм обучения по направлениям
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»,
23.03.01 «Технология транспортных процессов»,
23.03.03 «Эксплуатация транспортных
и технологических машин и комплексов»,
350302 «Технология лесозаготовительных
и деревоперерабатывающих производств»

Санкт-Петербург
2017

Рассмотрено и рекомендовано к изданию
Институтом технологических машин и транспорта леса
Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета

Отв. редактор
доктор технических наук, профессор **Б.Г. Мартынов**

Рецензенты:
кафедра гидравлики и прочности СПбПУ Петра Великого
(доктор технических наук, профессор **М.Р. Петриченко**),
кафедра водопользования и экологии СПбГАСУ
(кандидат технических наук, доцент **А.В. Кудрявцев**)

Дмитриева И.Н.

Гидравлика. Гидростатика: учебное пособие для студентов всех форм обучения по направлениям 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», 230301 «Технология транспортных процессов», 230303 «Эксплуатация транспортных и технологических машин и комплексов», 350302 «Технология лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств»/ И.Н. Дмитриева, Г.В. Григорьев, А.В. Калистратов:- СПбГЛТУ, 2017. - 40с.

В учебном пособии представлены основные термины и главные законы, действующие в покоящейся жидкости, справочные таблицы, необходимые для решения задач в разделе «Гидростатика» дисциплины «Гидравлика», разобраны примеры решения задач по разделу и даны задания для самостоятельного выполнения студентами. Материал пособия соответствует модулю 1 рабочих программ курсов перечисленных направлений.

Темплан 2017 г. изд. №

Содержание

Введение 4
1. Основные гидравлические термины 5
1.1. Система СИ и перевод физических величин в систему СИ 5
1.2. Справочные таблицы плотности и вязкости жидкостей 7
2. Применение основного уравнения гидростатики для решения задач по определению давления в заданной точке и построения эпюр избыточного гидростатического давления 8
2.1. Построение эпюр избыточного гидростатического давления 8
2.2. Поверхность равного давления 12
2.3. Определение давления в точке 12
2.3.1. Определение давления в точке в однородной жидкости 12
2.3.2. Определение давления в точке при наличии нескольких жидкостей 13
2.3.3. Определение местоположения поверхности с заданным давлением 15
2.3.4. Простейшие гидравлические приборы 15
2.3.5. Задачи для самостоятельного решения 17
3. Сила давления жидкости на плоскую фигуру 18
3.1. Сила давления жидкости на горизонтальное дно 18
3.2. Сила давления жидкости на вертикальную стенку 22
3.3. Сила давления жидкости на заглубленную плоскую фигуру 26
3.4. Сила давления жидкости на сложную плоскую фигуру 30
3.4.1. Метод вычитания 30
3.4.2. Метод сложения 32
4. Сила давления жидкости на криволинейные поверхности 36
4.1. Расчет величины силы давления жидкости на цилиндрическую поверхность с горизонтальной или вертикальной образующей 36
4.2. Определение точки приложения силы давления жидкости на криволинейную поверхность 38
4.3. Пример определения величины силы давления жидкости на круглую цилиндрическую поверхность 38
Литература 41

Введение

Гидравлика – это прикладная техническая дисциплина, предназначенная для решения конкретных инженерных задач.

Гидравлика условно подразделяется на три раздела:

1. ***Гидростатика.*** Раздел, в котором рассматриваются законы, действующие в покоящейся жидкости.

2. ***Гидродинамика***. Раздел, в котором рассматриваются законы, действующие в движущейся жидкости.

3. ***Прикладные задачи технической гидравлики.*** Раздел, в который включен широкий спектр вопросов, решение которых возможно при использовании знаний двух первых, классических разделов гидравлики.

Первым научным трудом по гидравлике считают трактат Архимеда «О плавающих телах». Он был написан в третьем веке до нашей эры.

Следующее известное в гидравлике имя – это Леонардо да Винчи. Им в 15 веке была написана работа «О движении и измерении воды». В 16 веке были написаны работы Стевином «Начало гидростатики», Галилеем «Законы плавания», в 17 веке Торричелли открыл законы истечения жидкостей из отверстий, а Паскаль – закон о передаче давления в жидкости, Ньютон сформулировал гипотезу о внутреннем трении в жидкости.

18 век сформировал Гидравлику как науку. Огромный вклад в этот период внесли академики Петербургской академии наук:

-Ломоносов М.В. монографией «Рассуждения о твердости и жидкости тела»,

-Д. Бернулли, с трудом «Гидравлика»

- Л. Эйлер, опубликовавший «Общие принципы движения жидкости».

Эти работы положили начало бурному развитию гидравлики.

В 19 веке в России появляются работы по гидравлике И. С. Громека «Основы теории винтовых потоков», Д. И. Менделеева «О сопротивлении жидкостей и воздухоплавании», Н. П. Петрова, сформулировавшего теорию внутреннего трения в жидкости, Н. Е. Жуковского создавшего теорию гидравлического удара в трубах, теорию наносов в реках.

В 20 веке начинается развитие гидравлики как прикладной инженерной дисциплины. Среди отечественных ученых на первом месте стоит имя академика Н. Н. Павловского. Ему принадлежат труды по равномерному и неравномерному движению жидкости, теория фильтрации под гидротехническими сооружениями. Имя Н.Н. Павловского неразрывно связано с Лесотехническим университетом и кафедрой Водного транспорта леса и гидравлики.

Предвоенные и послевоенные годы связаны в гидравлике с именами И.И. Агроскина, А.Н. Рахманова, М.Д. Чертоусова, Р.Р. Чугаева.

Настоящее методическое пособие предназначено для оказания студентам помощи в изучении первого классического раздела гидравлики – гидростатики. Этот раздел является также первым из четырех модулей учебного курса.

1. ОСНОВНЫЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ТЕРМИНЫ

1.1. Система СИ и перевод физических величин в систему СИ

Открывались новые физические явления, которым присваивали имена ученых, их установивших, или названия, которое дал явлению автор. Каждая научная школа давала свое определение и название физическому явлению. Независимо друг от друга научные школы вводили и системы единиц для определения одного и того же явления. Так для определения силы в начале 20 века существовало более 10 единиц измерения, а для работы и энергии - более 30.

В нашей стране в этот период времени для гидравлических расчетов наиболее употребительной была Техническая система единиц (МКГСС - метр, килограмм-сила, секунда).

В середине 20 века, когда международное научное общение стало постоянным, возникла необходимость введения единого международного стандарта для обозначения физических понятий и их расчета. Так появилась система СИ. Обозначение СИ взято по первым буквам от «Систем интернационале» В соответствии с международной договоренностью принято все научные материалы, предназначенные для публикации, оформлять только в системе СИ.

Преимущества системы единиц СИ:

1. Замена многообразных единиц единой универсальной системой.
2. Удобные для практического применения размеры основных и производных единиц.
3. Упрощения расчетов в связи с тем, что отпадает необходимость во введении переходных множителей.
4. При написании производных гидравлических величин те из них, которые названы по именам ученых, пишутся с заглавной буквы (Н, Па, Дж), остальные строчными буквами.

В 1961 году в нашей стране был утвержден ГОСТ 9867-61 «Международная система единиц».

В учебном процессе для студентов выдвигается обязательное требование оформления расчетов, курсовых работ, дипломных проектов, статей и докладов в международной системе единиц СИ.

Ниже в таблице 1.1 приведены переводы в систему СИ технических терминов, которые использует техническая гидравлика.

Для формирования гидравлических понятий этого раздела необходимы три основных (исходных) единицы измерения:

- **длины - м,**
- **времени - с,**
- **массы - кг.**

В таблице 1.2 приведены внесистемные единицы измерения давления, часто встречающиеся в технической гидравлике. Самое распространенное из них - «Техническая атмосфера».

Техническая атмосфера - это **давление, которое создает столб воды высотой 10 метров.**

Таблица 1.1.

Перевод физических величин в систему единиц СИ

№	Физическая величина	Обозначение	Исходные единицы измерения	Размерность производных единиц измерения в системе		Внесистемные единицы измерения физических величин
				СИ	Техническая	
1	2	3	4	5	6	7
1	Длина Высота Глубина	**L, ℓ** **H, h** **Z, z**	**м**	**м**		см = 10^{-2} м
2	Площадь	**Ω, ω**		**$м^2$**		$см^2 = 10^{-4}$ $м^2$
3	Объем	**V**		**$м^3$**		$см^3 = 10^{-6}$ $м^3$ л = литр = 10^{-3} $м^3$
4	Время	**t**	**с**	**с**		1минута = 60с 1 час = 3600 с
5	Скорость	**υ**	**м, с**	**м/с**		U = d Z /d t
6	Ускорение	**a** **g**		**$м/с^2$**		$a = d^2 Z /d t^2$ $g = 9.81$ $м/с^2$, в учебных расчетах округлять g до 10 $м/с^2$
7	Кинематический коэффициент вязкости	**ν**		**$м^2/с$**		Свойство жидкости оказывать сопротивление сдвигающим усилиям. В таблице 1.4. приведены значения коэффициента ν(t) для различных жидкостей 1$см^2$/ с=1 Ст (Стокс)

8	Объемный расход жидкости	**Q**		**м^3/с**		Количество жидкости, которое проходит в единицу времени через заданное поперечное сечение. Q = V / t 1л/с = 10^{-3} м^3/с
9	масса	**m**	**кг**	**кг**	**---**	Мера инертности тела
10	Плотность Жидкость	**ρ**	**кг, м**	**кг/м^3**	**---**	Определяется как масса в единице объема ρ = m / V
11	Вес Сила	**P** **F**	**кг, м, с**	**кг м/с^2 = Н**	**кГ**	P= m a F= m g
12	Удельный вес	**γ**		**Н/м^3**	**кГ/м^3**	Определяется как вес в единице объема γ = P/ V
13	Давление	**p**		**Н/м^2 =Па**	**кГ/м^2**	Определяется как Lim (Δ F/ Δ ω) при Δ ω → 0

Таблица 1.2.

Внесистемные единицы измерения давления, используемые в технической гидравлике

№	Название	Обозначение	Перевод в систему СИ
1	Техническая атмосфера	а	10^5 Па
2	1 кГ/см^2	1 кГ/см^2	10^5 Па
3	мм ртутного столба	мм.рт.ст.	136 Па

1.2.Справочные таблицы плотности и вязкости жидкостей.

В таблице 1.3 приведены значения плотности некоторых жидкостей. Под понятием бензин и минеральное масло приняты осредненные значения, которые используются для учебных целей. В таблице 1.4 приводятся значения коэффициентов кинематической вязкости жидкостей в зависимости от температуры

Таблица 1.3.

Плотности некоторых жидкостей

Жидкость	Температура, °С	Плотность, кг/м^3	
		Интервал значений	Значение для учебных расчетов
Вода дистиллированная	4	1000	1000
Глицерин	0	1260	1260
Ртуть	20	13546	13600
Спирт этиловый	15….18	790	790
Масло минеральное	15	780….890	800
Бензин	15	680….780	700

Таблица 1.4.

Значение коэффициента кинематической вязкости жидкостей в зависимости от температуры

Вязкость при температуре	Кинематический коэффициент вязкости, $м^2/с$				
	Вода чистая	Вода сточная	Масло минеральное	Бензин	Ртуть
0	$1.79 \cdot 10^{-6}$	$2.67 \cdot 10^{-6}$	$6.5 \cdot 10^{-5}$	$0.95 \cdot 10^{-6}$	$1.2 \cdot 10^{-7}$
5	$1.46 \cdot 10^{-6}$	$1.65 \cdot 10^{-6}$	$5.2 \cdot 10^{-5}$	$0.9 \cdot 10^{-6}$	$1.17 \cdot 10^{-7}$
10	$1.31 \cdot 10^{-6}$	$1.50 \cdot 10^{-6}$	$3.9 \cdot 10^{-5}$	$0.85 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^{-7}$
15	$1.14 \cdot 10^{-6}$	$1.3 \cdot 10^{-6}$	$3.1 \cdot 10^{-5}$	$0.80 \cdot 10^{-6}$	$1.13 \cdot 10^{-7}$
20	$1.01 \cdot 10^{-6}$	$1.11 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$0.75 \cdot 10^{-6}$	$1.10 \cdot 10^{-7}$
30	$0.81 \cdot 10^{-6}$	-	$1.7 \cdot 10^{-5}$	$0.60 \cdot 10^{-6}$	$1.05 \cdot 10^{-7}$
40	$0.60 \cdot 10^{-6}$	-	$1.3 \cdot 10^{-5}$	$0.50 \cdot 10^{-6}$	$1.00 \cdot 10^{-7}$
50	$0.56 \cdot 10^{-6}$	-	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$0.40 \cdot 10^{-6}$	$0.95 \cdot 10^{-7}$

При необходимости проведения точных расчетов следует обратиться к справочникам, в которых приведены подробные данные, связывающие плотность, температуру, давление и другие параметры различных жидкостей, например «Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей» Н.Б. Варгафтика.

2. ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ГИДРОСТАТИКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДАВЛЕНИЯ В ЗАДАННОЙ ТОЧКЕ И ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР ИЗБЫТОЧНОГО ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ

2.1. Построение эпюр избыточного гидростатического давления.

Рассмотрим, как выполнить построение эпюры избыточного давления, без учета давления на свободной поверхности жидкости на примере, показанном на рисунке 2.1.

Точка А находится на свободной поверхности А-А, т.е. на границе раздела жидкость - воздух. Вниз от горизонтали А-А до горизонтали В-В находится жидкость плотности ρ_1, например бензин.

Точка В принадлежит горизонтали В-В и находится на границе раздела двух покоящихся жидкостей плотности ρ_1 и плотности ρ_2. Вниз от горизонтали В-В до горизонтали С-С располагается жидкость плотности ρ_2, например, вода.

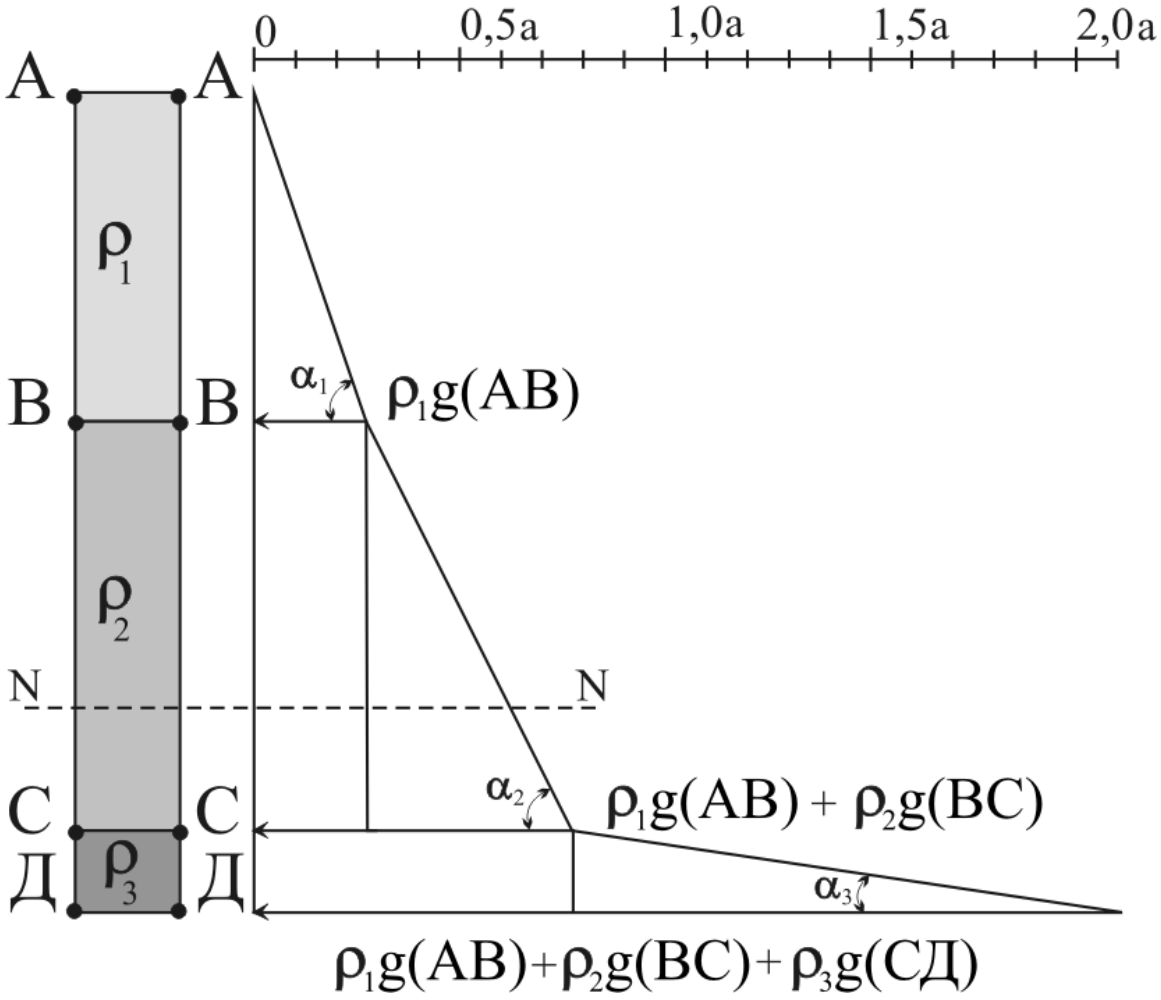


Рис. 2.1. Эпюра избыточного давления.

Точка С принадлежит горизонтали С-С и находится на границе раздела двух покоящихся жидкостей плотности ρ_2 и плотности ρ_3. Вниз от горизонтали С–С до горизонтали Д-Д располагается жидкость плотности ρ_3, например, ртуть.

Точка Д принадлежит горизонтали Д-Д .

Определим избыточное давление на горизонтали А-А и, следовательно, в точке А. Согласно основному уравнению гидростатики избыточное давление определяется как:

$$P_{изб} = \rho g h.$$

Для графического построения эпюры давления примем, что 1атмосфера = 10^5 Па будет обозначаться на рисунке вектором длиной 10 делений (1а=10делений).

Для проведения расчетов и графического построения зададим величины

АВ= 4 м, ВС= 5 м, СД= 1 м.

Для построения эпюры давления необходимо вычислить величины давлений в четырех точках А, В, С и Д.

В точке А избыточное давление $P_{изб.}=0$, т.к. h=0.

В точке В давление составит

$$P_{изб} = \rho_1 g (AB)=0{,}7\cdot10^3\cdot10\cdot4=2{,}8\cdot10^4=0{,}28 \text{ а или } 2.8 \text{ делений.}$$

В соответствии со свойствами гидростатического давления направим вектор давления в точке В на стенку под углом 90 градусов.

В точке С давление согласно основному уравнению гидростатики будет складываться из суммы давлений в точке В и гидростатического давления столбика воды высотой ВС, что составит

$$P_{изб} = 2{,}8\cdot10^4 + \rho_2 g (BC) = 2{,}8\cdot10^4 +1{,}0\cdot10^3\cdot10\cdot5=7{,}8\cdot10^4 \text{ Па}=0{,}78 \text{ а}$$
$$\text{или } 7.8 \text{ делений.}$$

В соответствии со свойствами гидростатического давления направим вектор давления в точке С на стенку под углом 90 градусов.

В точке Д давление согласно основному уравнению гидростатики будет складываться из суммы давлений в точке С и гидростатического давления столбика ртути высотой СД, т.е.

$$P_{изб} = 7{,}8\cdot10^4 + \rho_3 g (СД) = 7{,}8\cdot10^4 +13{,}6\cdot10^3\cdot10\cdot1 =$$
$$=7{,}8\cdot10^4 + 13{,}6\cdot10^4== 21{,}4\cdot10^4 \text{ Па}=2{,}14 \text{ а или } 21.4 \text{ деления.}$$

Обратимся к рисунку 2.1. и определим значения углов α_1, α_2 и α_3. Очевидно:

$$\text{tg } \alpha_1=\frac{h_1}{\rho_1 g h_1}=\frac{1}{\rho_1 g} \quad , \text{tg } \alpha_2=\frac{h_2}{\rho_2 g h_2}=\frac{1}{\rho_2 g}, \text{tg } \alpha_3 =\frac{h_3}{\rho_3 g h_3}=\frac{1}{\rho_3 g}$$

Это значит, что в однородной жидкости угол $\alpha = \text{arctg}\frac{1}{\rho g} = \text{Const}.$

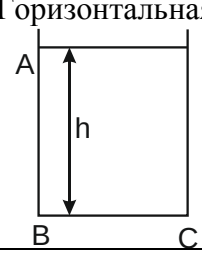
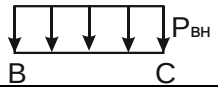
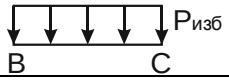
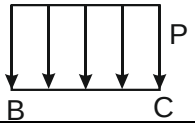
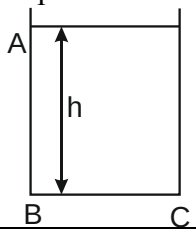
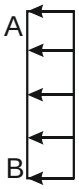
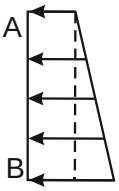
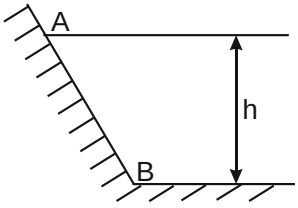
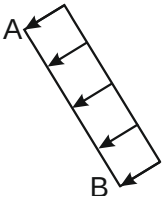
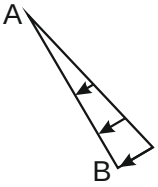
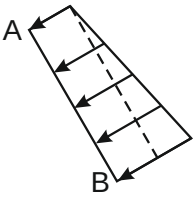
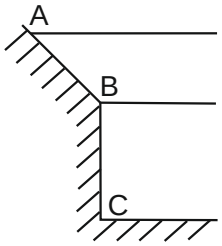
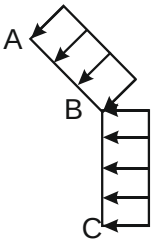
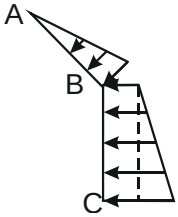
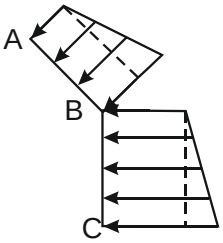
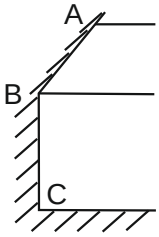
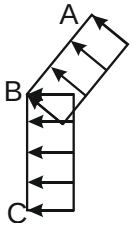
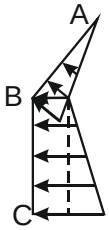
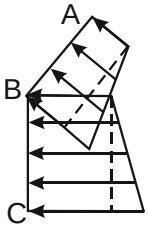
Чем тяжелее жидкость, тем меньше величина $\frac{1}{\rho g}$ и тем меньше угол α.

В нашем примере самый маленький угол – это угол α_3. для жидкости с самой большой плотностью - ртути, а самый большой угол - это угол α_1, который соответствует жидкости с самой маленькой плотностью, бензину.

В таблице 2.1 представлены примеры построения эпюр избыточного гидростатического давления на горизонтальное дно, вертикальную, наклонную и ломаную стенки.

Таблица 2.1.

Виды эпюр гидростатического давления

№ п/п	Вид стенки	$P_{вн}$ Внешнее	$P_{изб} = \rho g h$ Избыточное	$P = P_{вн} + \rho g h$ Полное
1	Горизонтальная 			
2	Вертикальная 			
3	Наклонная 			
4	Ломаная 			
5	Ломаная 			

2.2. Поверхность равного давления.

Поверхностями равного давления в покоящейся жидкости, являются поверхности z = const. Эти поверхности называют изобары. На рисунке 2.2. показаны примеры таких поверхностей. Поверхность равного давления можно провести **только в однородной жидкости**.

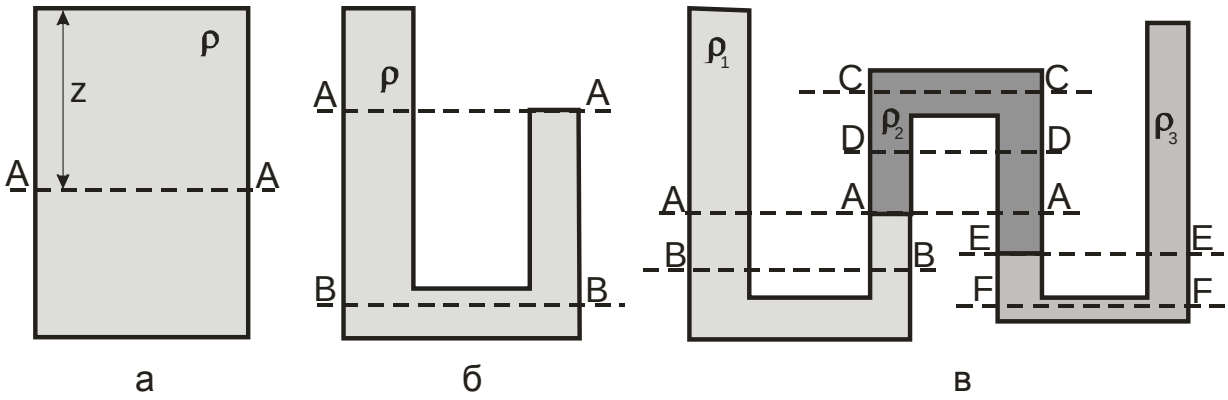


Рис. 2.2. Поверхности равного давления: а) – в простом сосуде, б) – в сообщающихся сосудах с однородной жидкостью, в) – в сообщающихся сосудах с жидкостями разной плотности.

На рис.2.2.а и 2.2.б показаны примеры построения поверхности равного давления в однородной поящейся жидкости и в сообщающихся сосудах с однородной жидкостью. На этих рисунках любая горизонталь, например А-А или В-В будет соответствовать поверхности определенного значения давления. Т.к. между горизонталями А-А и В-В можно провести бесконечное множество прямых, то можно провести такое же количество изобар.

На рисунке 2.2. в представлена система, состоящая из сосуда заполненного жидкостями плотностью ρ_1., ρ_2 и ρ_3. В жидкости плотностью ρ_1 поверхности равного давления можно проводить вниз от горизонтали А-А, в жидкости плотностью ρ_3 поверхности равного давления можно проводить вниз от горизонтали Е-Е, а в жидкости плотностью ρ_2 поверхности равного давления можно проводить вниз от горизонтали С-С до горизонтали А-А,

2.3. Определение давления в точке.

2.3.1. Определение давления в точке в однородной жидкости.

Рассмотрим, как определить давление на примере задачи, показанной на рисунке 2.3.

Точка А находится на свободной поверхности А-А, т.е. на границе раздела жидкость - воздух. Вниз от горизонтали А-А до горизонтали В-В находится жидкость плотности ρ.

Определим давление на горизонтали А-А. Согласно основному уравнению гидростатики полное давление определяется как сумма внешнего и избыточного давлений

$$P = P_{вн} + \rho g h$$

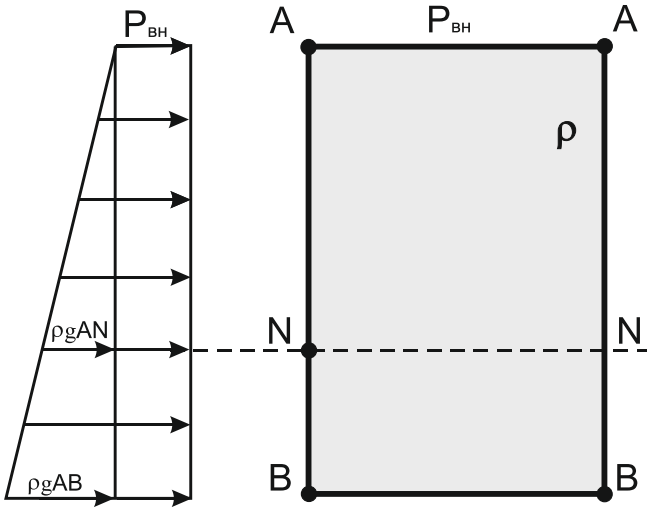


Рис. 2.3. Пример задачи на определение давления в заданной точке.

Поскольку на поверхности жидкости избыточное давление равно нулю, давление в точке А будет равно внешнему давлению $P_{вн}$., т.е. давлению на свободной поверхности жидкости.

$$P_A = P_{вн}$$

Для вычисления давления в точке N необходимо к внешнему давлению прибавить избыточное давление, которое создаёт столб жидкости высотой AN.

$$P_N = P_{вн} + \rho g(AN)$$

Аналогичным образом можно определить давление в точке В.

$$P_B = P_{вн} + \rho g(AB)$$

2.3.2. Определение давления в точке при наличии нескольких жидкостей.

Рассмотрим задачу, представленную на рисунке 2.4.

Точка А находится на свободной поверхности А-А, т.е. на границе раздела жидкость - воздух. Вниз от горизонтали А-А до горизонтали В-В располагается жидкость плотности ρ_1.

Точка В расположена на горизонтали В-В и находится на границе раздела двух покоящихся жидкостей с плотностями $\rho_{1.}$ и $\rho_{2.}$.Вниз от горизонтали В-В до горизонтали С-С находится жидкость плотности $\rho_{2.}$.

Как и в предыдущей задаче воспользуемся основным уравнением гидростатики.

Давление в точке А определим также, как в предыдущей задаче

$$P_A = P_{вн}$$

Для вычисления давления в точке В необходимо к внешнему давлению прибавить избыточное давление, которое создаёт столб жидкости высотой АВ.

$$P_B = P_{вн} + \rho_1 g(AB)$$

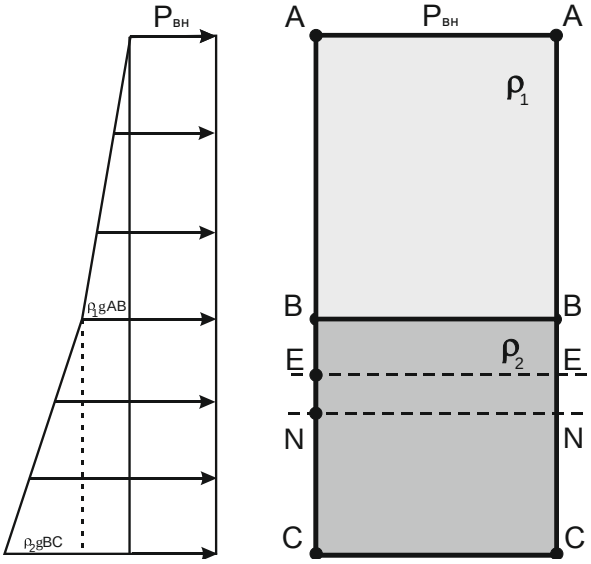


Рис. 2.4. Пример задачи на определение давления в заданной точке в сосуде с несколькими жидкостями.

Для определения давления в точке N необходимо учесть внешнее давление и давление столбов жидкостей высотой АВ и BN

$$P_N = P_{вн} + \rho_1 g(AB) + \rho_2 g(BN)$$

Аналогичным образом определяется давление в точке С

$$P_C = P_{вн} + \rho_1 g(AB) + \rho_2 g(BC)$$

Примем для данной задачи:

$P_{вн}$ = 1 а, АВ = 3 м, BN = 1 м, NC = 1,5 м, ρ_1 = 800 кг/м^3,

ρ_2 = 1000 кг/м^3

Таким образом, получаем:

$$P_A = P_{вн} = 1 \text{ а}$$

$$P_B = P_{вн} + \rho_1 g(AB) = 10^5 + 800 \cdot 10 \cdot 3 = 10^5 + 24000 = 1{,}24\ 10^5 \text{ Па} = 1{,}24 \text{ а}$$

$$P_N = P_{вн} + \rho_1 g(AB) + \rho_2 g(BN) = 10^5 + 800 \cdot 10 \cdot 3 + 1000 \cdot 10 \cdot 1 = 10^5 + 24000 + 10000 = 1{,}34\ 10^5 \text{ Па} = 1{,}34 \text{ а}$$

$$P_C = P_{вн} + \rho_1 g(AB) + \rho_2 g(BC) = 10^5 + 800 \cdot 10 \cdot 3 + 1000 \cdot 10 \cdot 2{,}5 = 10^5 + 24000 + 25000 = 1{,}49\ 10^5 \text{ Па} = 1{,}49 \text{ а}$$

На рисунке 2.4. также построена эпюра гидростатического давления.

2.3.3. Определение местоположения поверхности с заданным давлением.

На примере предыдущей задачи определим местоположение поверхности с давлением 1,3 а.

Из выполненных расчетов видно, что данная точка должна находиться ниже точки B (P_B = 1,24 а), но выше точки N (P_N = 1,34 а).

Для решения этой задачи необходимо определить расстояние от точки с давлением 1,3 а (обозначим её на рисунке буквой E) до любой из соседних точек.

Воспользуемся основным уравнением гидростатики

$$P_E = P_B + \rho_2 g(BE)$$
$$P_N = P_E + \rho_2 g(EN)$$

Из первого уравнения получаем

$$BE = \frac{P_E - P_B}{\rho_2 g},$$

из второго:

$$EN = \frac{P_N - P_E}{\rho_2 g}$$

Подставляем значения

$$BE = \frac{P_E - P_B}{\rho_2 g} = \frac{1{,}3 \cdot 10^5 - 1{,}24 \cdot 10^5}{1000 \cdot 10} = 0{,}6 \text{ м}$$

$$EN = \frac{P_N - P_E}{\rho_2 g} = \frac{1{,}34 \cdot 10^5 - 1{,}3 \cdot 10^5}{1000 \cdot 10} = 0{,}4 \text{ м}$$

Выполняем проверку полученных результатов

$$BE + EN = BN$$
$$0{,}6 \text{ м} + 0{,}4 \text{ м} = 1.0 \text{ м}$$

Т.е. расчёты выполнены правильно.

2.3.4. Простейшие гидравлические приборы.

К простейшим приборам, работающим на принципе использования основного уравнения гидростатики, относят:

- барометр (прибор для определения внешнего атмосферного давления).
- пьезометр (прибор для определения давления и его малых перепадов).

- U-образная трубка (прибор для определения плотности неизвестной жидкости).
- вакуумметр (прибор для определения давления меньше атмосферного).
- манометр и дифференциальный манометр (прибор для определения давления и его больших перепадов).

Рассмотрим применение основного уравнения гидростатики для решения задач на примере манометра, рис.2.5.

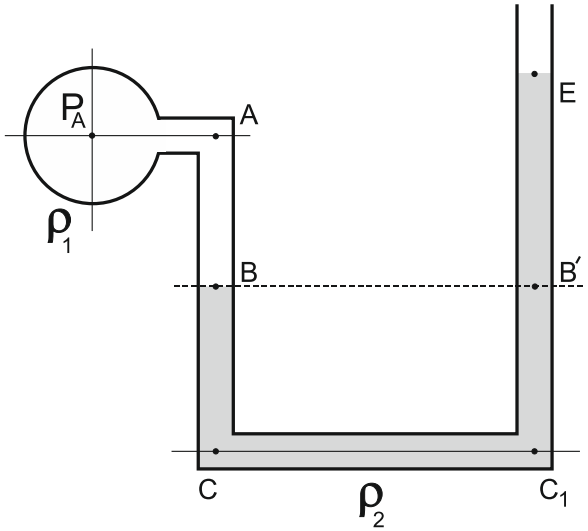


Рис. 2.5. Схема к определению давления в заданной точке

Определение давления в точке выполним двумя способами

1 способ. Для нахождения давления в точке А вертикалях проведем поверхность равного давления С-С. Очевидно, что в точках С и C_1 давление одинаковое, $P_C = P_{C1}$.

На левой вертикали: $P_C = P_A + \rho_1 gAB + \rho_2 gBC$

На правой вертикали: $P_{C1} = P_O + \rho_2 gEC_1$

Отсюда

$$P_A = P_O + \rho_2 g(EC_1 - BC) - \rho_1 gAB$$

Этот же результат получим, проведя поверхность равного давления через точку В.

$$P_B = P_{B'}$$
$$P_B = P_A + \rho_1 gAB$$
$$P_{B'} = P_O + \rho_2 gEB'$$
$$P_A = P_O + \rho_2 gEB' - \rho_1 gAB$$

2 способ. Поскольку система находится в состоянии покоя, напишем уравнение равновесия. Последовательно определяем давление во всей системе.

Так как при движении вниз давление возрастает, ставим знак (+), а при подъеме наверх давление падает, ставим знак (-).

$$P_A + \rho_1 gAB + \rho_2 gBC - \rho_2 gEC_1 - P_O = 0$$

Зададим значения:

$$AB = 1{,}5\text{м},\ BC = 2\text{м},\ EC_1 = 4\text{м}$$
$$\rho_1 = \rho_{\text{воды}} = 1000\ \text{кг/м}^3\ ,\ \rho_2 = \rho_{\text{ртути}} = 13600\ \text{кг/м}^3$$

1 способ: $P_C = P_A + 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}5 + 13600 \cdot 10 \cdot 2$

$P_{C1} = 1 \cdot 10^5 + 13600 \cdot 10 \cdot 4$

$P_A = 1 \cdot 10^5 + 13600 \cdot 10 \cdot (4 - 2) - 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}5 = 3{,}57\ 10^5 \text{Па}$

2 способ: $P_A + 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}5 + 13600 \cdot 10 \cdot 2 - 13600 \cdot 10 \cdot 4 - 1 \cdot 10^5 = 0$

$P_A = 1 \cdot 10^5 + 13600 \cdot 10 \cdot 4 - 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}5 - 13600 \cdot 10 \cdot 2 =$

$= 3{,}57\ 10^5 \text{Па}.$

2.3.5. Задачи для самостоятельного решения.

В табл.2.2. приведены исходные данные для решения первой задачи, включенной в самостоятельную работу. На рис.2.6. показана схема и даны необходимые обозначения.

Два трубопровода 1 и 2 с разными жидкостями соединены ртутным ($\rho_з = \rho_{рт}$) манометром, как представлено на рисунке 2.6. Давления P_1 и P_2 в трубопроводах показаны на рис.2.6.

Жидкость плотности ρ_1 заполняет левую трубку на высоту h_1.

Жидкость плотности ρ_2 заполняет правую трубку на высоту h_3

Жидкость плотности ρ_3 заполняет левую трубку на высоту h_2, а правую - на высоту h_4.

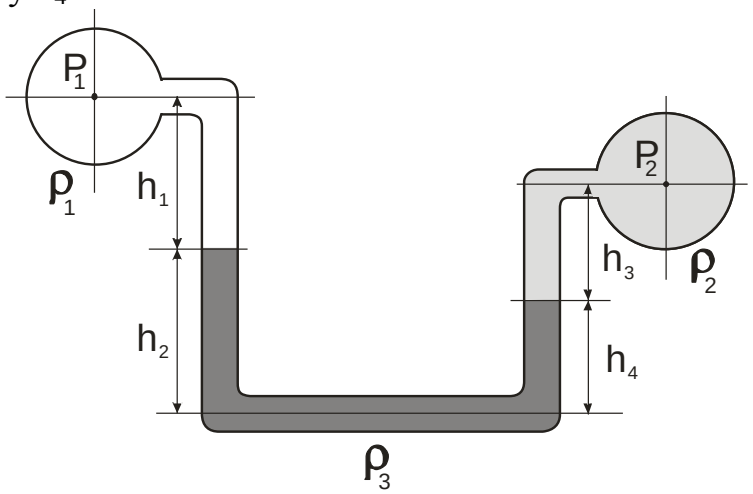


Рис. 2.6. Схема к первой задаче для самостоятельного решения

Задание 1 для выполнения самостоятельной работы:

1. Найти неизвестную величину, обозначенную символом **?** в таблице 2.2.

2. Построить эпюры полного гидростатического давления по вертикальным частям манометра.

Таблица 2.2.

Исходные данные для решения первой задачи

№ вар.	P_1, а	P_2, а	Жидкость ρ_1	Жидкость ρ_2	h_1, м	h_2, м	h_3, м	h_4, м
1	2,2	2,8	вода	масло	2	3,5	1,5	?
2	2,4	3,1	масло	спирт	1,5	1,5	?	1
3	1,3	2,1	бензин	вода	2	?	1,5	0,6
4	1,6	2,2	глицерин	бензин	?	0,8	1,4	0,4
5	3,3	3,8	спирт	?	1,11	1	2	0,55
6	3,2	4,0	?	спирт	1,58	0,8	1	0,3
7	2,0	?	масло	вода	3	1,3	2	0,7
8	?	1,8	бензин	глицерин	1,2	0,6	0,3	0,8
9	0,7	1,2	глицерин	спирт	1	1	2	?
10	1,5	2,5	спирт	вода	1,3	1,5	?	0,7
11	3,3	2,2	вода	бензин	2,5	?	2	1,5
12	1,4	2,0	масло	глицерин	?	1,5	1	1
13	2,2	1,8	бензин	?	1,4	0,6	1,125	0,9
14	1,5	1,9	?	вода	1,4	0,7	1,2	0,4
15	2,0	?	спирт	масло	1,2	1	1,5	0,7
16	?	3,0	вода	глицерин	1,4	0,5	1	0,3
17	1,6	2,3	масло	бензин	1,5	0,8	1	?
18	2,5	2,0	бензин	масло	1,5	0,5	?	0,6
19	2,2	2,5	глицерин	масло	2,1	?	1,5	0,7
20	1,3	1,8	спирт	вода	?	0,9	1	0,5
21	1,3	2,3	вода	?	1,87	1	0,9	0,35
22	2,8	2,0	?	глицерин	1,5	0,3	0,825	0,9
23	2,4	?	бензин	вода	1,5	1,2	1,3	1,1
24	?	2,0	глицерин	спирт	1,3	1,1	2	0,7
25	1,4	2,1	спирт	масло	2	1	1,5	?
26	1,5	1,9	вода	бензин	0,5	1,3	?	0,8
27	1,8	2,5	масло	спирт	1,4	?	1,1	1
28	2,5	3,5	бензин	масло	?	1	0,9	0,3
29	2,2	1,3	глицерин	?	0,4	0,2	1,68	0,8
30	2,7	1,6	?	вода	1,03	0,8	2,2	1,5
31	1,6	?	вода	глицерин	0,85	0,6	2,3	0,3
32	?	4,5	масло	вода	0,8	1,9	0,7	2,3
33	1,9	2,5	вода	бензин	2,5	1,3	1,7	?
34	3	2,2	глицерин	бензин	1	0,8	?	1,3
35	2,4	1,7	спирт	глицерин	1,8	?	1,6	2
36	2,3	1,9	вода	спирт	?	1,3	0,8	1,7
37	0,9	1,5	глицерин	?	1,8	0,9	2,9	0,455
38	1,9	1,3	?	масло	1,52	1,8	0,9	2,3
39	1,6	?	глицерин	бензин	0,9	0,8	0,5	1,2
40	?	2,6	спирт	масло	0,7	1,4	1,8	1,2
41	2,8	2,5	масло	вода	2	1,2	2,5	?
42	1,9	2,6	масло	глицерин	1,8	2,2	?	1,6
43	3,1	1,5	бензин	масло	1,7	?	2,1	1,8
44	2,2	1,6	вода	бензин	?	0,7	0,7	1,3
45	2,4	1,8	масло	?	0,7	2	1,12	2,4

3. СИЛА ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКУЮ ФИГУРУ

3.1. Сила давления жидкости на горизонтальное дно.

Рассмотрим пример определения:

- величины силы **F** давления жидкости на горизонтальное дно;
- точки приложения силы **F**.

Для этого обратимся к таблице 2.1.

Горизонтальное дно АВСД - со сторонами АВ=СД и АД=ВС.

Глубина заполнения сосуда жидкостью **h** равна

h =$АА^1$=$ВВ^1$=$СС^1$=$ДД^1$ (рис.3.1).

Пусть **h** =4 м, АВ=СД =3м, АД=ВС=5м.

Тогда площадь фигуры **ω** =АВ·АД=3·5=15$м^2$.

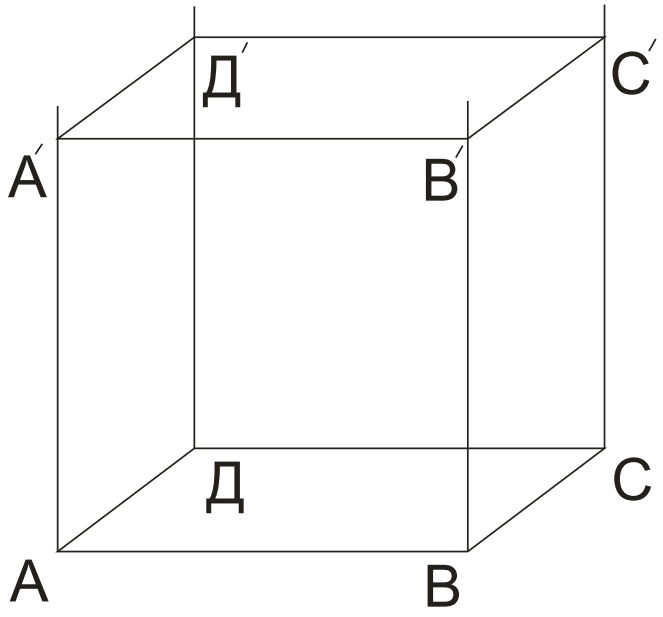


Рис.3.1. Схема к расчетам по определению силы давления жидкости на горизонтальное дно и вертикальную стенку.

Избыточное давление жидкости на горизонтальное дно определяется согласно основному уравнению гидростатики по формуле $\mathbf{p_{изб}=\rho \cdot g \cdot h}$.

Примем для проведения численного расчета $\rho=\rho_{воды.}$ (таблица 1.3).

Тогда $\mathbf{p_{изб}}=1000\cdot 10\cdot 4=4\cdot 10^4=0.4$ а .

В соответствии со свойствами гидростатического давления на точки дна АВСД $\mathbf{p_{изб}}$ действует по нормали от жидкости на дно.

Покажем $\mathbf{p_{изб}}$ на рис.3.2.

$\mathbf{p_{изб}}$=$АА^{11}$=$ВВ^{11}$=$СС^{11}$=$ДД^{11}$=0.4 а.

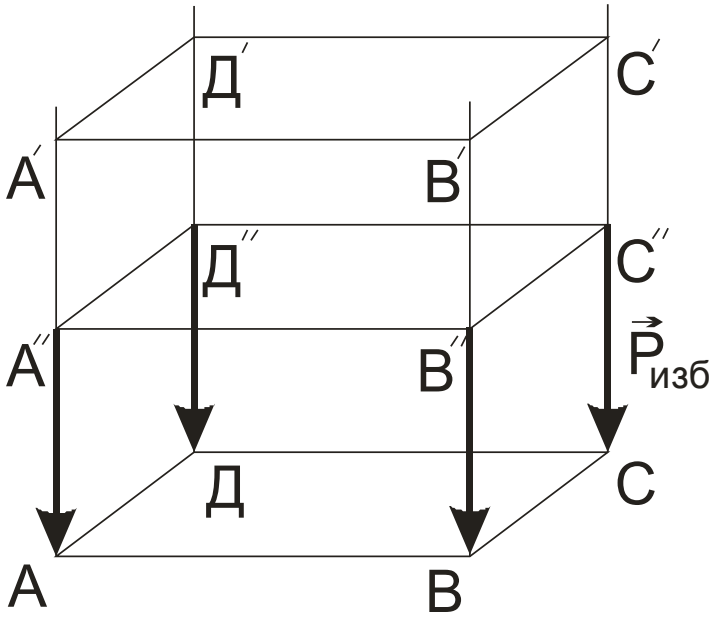


Рис.3.2. Схема к определению силы давления на горизонтальное дно. Построение эпюры давления

Масштаб построения вектора давления $\mathbf{p_{изб}}$ выбирается произвольно, но сохраняется неизменным при решении данной задачи.

Сила от постоянного давления F определяется по формуле

$$F = p_{изб} \cdot \omega = 4 \cdot 10^4 \cdot 15 = 6 \cdot 10^5 Н.$$

Известно, что сила от постоянного давления приложена в центре тяжести фигуры АВСД. Ее координаты 0.5АВ=1.5м, 0.5АД=2.5м.

Направление вектора силы совпадает с направлением вектора давления. На рис.3.3. показано направление действия силы **F** и точка ее приложения.

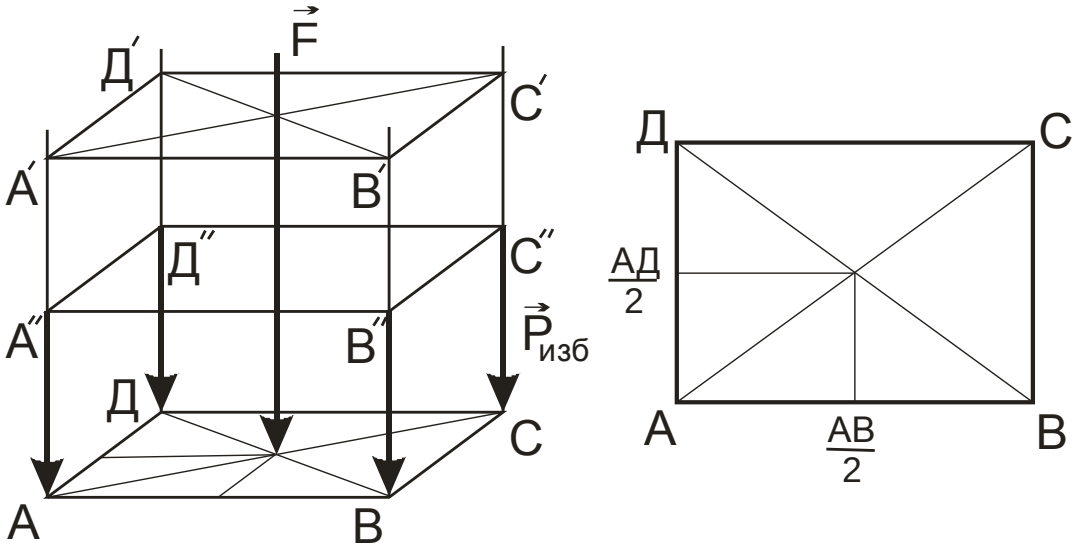
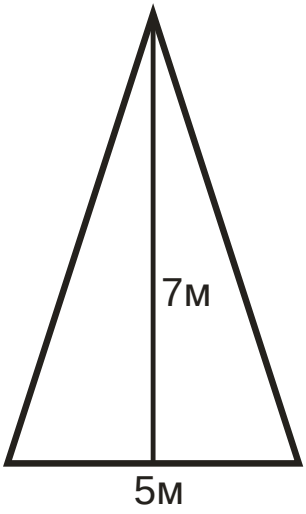
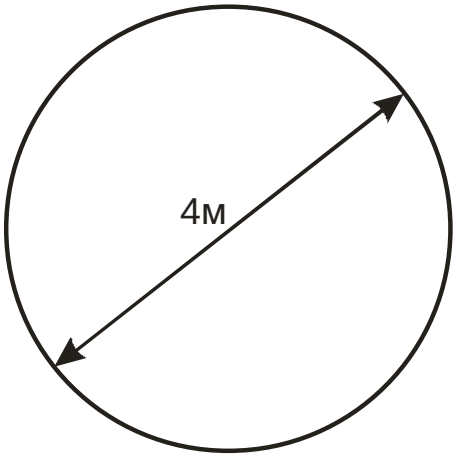
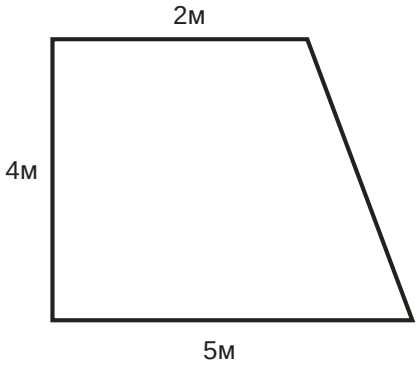


Рис.3.3. Схема к определению силы давления на горизонтальное дно. Точка приложения результирующей силы F.

Таблица 3.1.

Задание 2 для самостоятельного выполнения

№	Фигура	h, м	F, кН	№
1		2	441	1
			4760	2
			276,5	3
			280	4
			245	5
		4	490	6
			560	7
			553	8
			9520	9
			882	10
		6	829,5	11
			735	12
			1323	13
			840	14
			14280	15
2		3	474,8	16
			263,8	17
			5124,5	18
			301,4	19
			297,7	20
		5	496,1	21
			502,4	22
			791,3	23
			439,6	24
			8540,8	25
		7	11957,1	26
			615,4	27
			1107,8	28
			703,4	29
			694,6	30
3		8	784	31
			1411,2	32
			884,8	33
			15232	34
			896	35
		9	1587,6	36
			882	37
			17136	38
			995,4	39
			1008	40
		10	1106	41
			19040	42
			1120	43
			1764	44
			980	45

Задание 2 для выполнения самостоятельной работы:
дано: - геометрическая фигура,
- глубина ее погружения **h**,
- величина силы давления на горизонтальное дно **F**
(задание из табл.3.1. назначает преподаватель);

определить: 1**.** плотность жидкости.
2. построить в выбранном масштабе эпюру давления,
3. вычислить и указать на графике место приложения силы.

3.2. Сила давления жидкости на вертикальную стенку.

Рассмотрим пример определения:
- величины силы давления жидкости **F** на вертикальную стенку.
- точки приложения силы **F**.

Для этого обратимся к таблице 2.1.

Для выполнения примера расчета воспользуемся рис.3.1.

Расчет можно проводить для двух пар вертикальных стенок: АДД^{1}А^1 и равной ей ВСС^{1}В^1 и пары АВВ^{1}А^1 и ДСС^{1}Д^1. Выберем вертикальную стенку АДД^{1}А^1, как показано на рис.3.4.

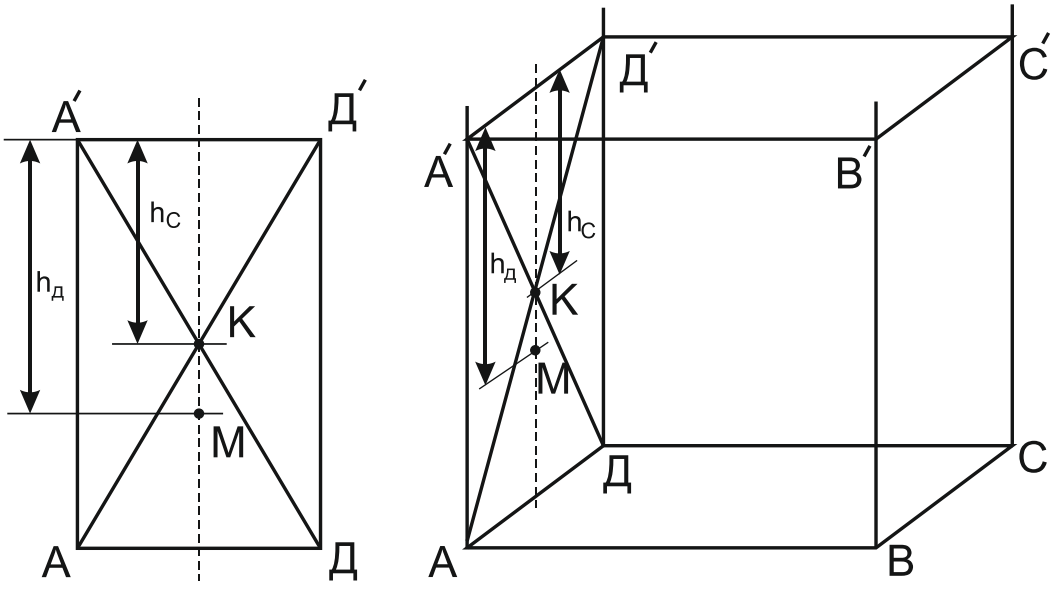


Рис.3.4. Схема к расчету величины силы давления покоящейся жидкости на вертикальную стенку.

На рис.3.5 значения AN и ДR должны соответствовать значению АА^{11}, показанному на рис. 3.3 и определенному выше (п. 3.1.).

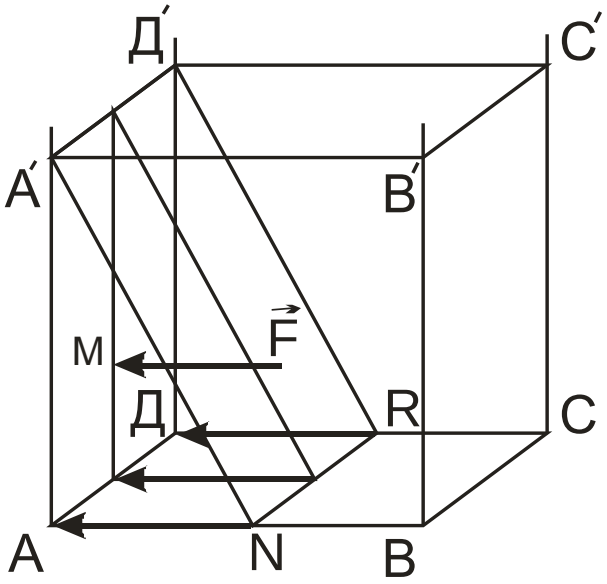


Рис.3.5. Точка приложения силы давления F покоящейся жидкости на вертикальную стенку.

Воспользовавшись приведенными выше обозначениями, получим:

площадь фигуры **ω** =АД·ДД^1=5·4=10м^2.

Обратимся к справочной таблице 3.2 для определения величины силы давления на вертикальную стенку F и точки ее приложения h_d.

$$F=\rho\cdot g\cdot\omega\cdot h_c=1000\cdot 10\cdot 10\cdot h_c$$

Величину $\mathbf{h_c}$ найдем из справочной таблицы 3.2.

$\mathbf{h_c}$=АА^1 /2=4/2=2м (вниз от горизонтали А^{1}Д^1). Обозначим на рисунке буквой К.

В таблице 3.2. приняты следующие обозначения:

ω - площадь фигуры,

h_c - центр тяжести фигуры $h_c=\frac{1}{\omega}\int_\omega z d\omega$

h_d - центр давления(точка приложения результирующей силы)

$$h_d=\frac{\int_\omega z^2 d\omega}{\int_\omega z d\omega}$$

где z кратчайшее расстояние от свободной поверхности до точки приложения силы.

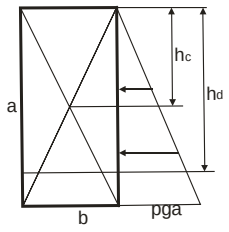
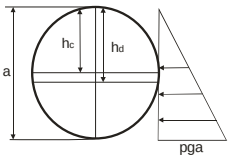
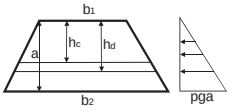
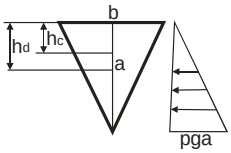
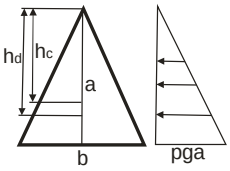
Определим величину силы F=10^5·2=200кН.

Точку приложения результирующей силы найдем из справочной таблицы 3.2.

h_d=2·АА^1/3=8/3=2,67м.

Таблица 3.2.

Справочная таблица площадей, координат центров тяжести и величины силы избыточного давления жидкости на плоские фигуры

Плоская фигура	ω	h_c	h_d	$F=\rho g \omega h_c$
	a·b	$\frac{a}{2}$	$\frac{2}{3}\cdot a$	$\rho \cdot g \cdot \frac{a^2 \cdot b}{2}$
	$\frac{\pi \cdot a^2}{4}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{5}{8}\cdot a$	$\rho \cdot g \cdot \frac{\pi \cdot a^2}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi}{8} \cdot \rho \cdot g \cdot a^3$
	$\frac{b_1 + b_2}{2}\cdot a$	$\frac{a}{3}\cdot\frac{2b_2 + b_1}{b_2 + b_1}$	$\frac{a}{2}\cdot\frac{3b_2 + b_1}{2b_2 + b_1}$	$\rho \cdot g \cdot \frac{a^2}{6}\cdot (2b_2 + b_1)$
	$\frac{a \cdot b}{2}$	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{2}$	$\rho \cdot g \cdot \frac{a \cdot b}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{1}{6} \cdot \rho \cdot g \cdot a^2 \cdot b$
	$\frac{a \cdot b}{2}$	$\frac{2}{3}\cdot a$	$\frac{a}{2}\cdot\frac{3b}{2b} = \frac{3}{4}\cdot a$	$\rho \cdot g \cdot \frac{a \cdot b}{2} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot a^2 \cdot b$

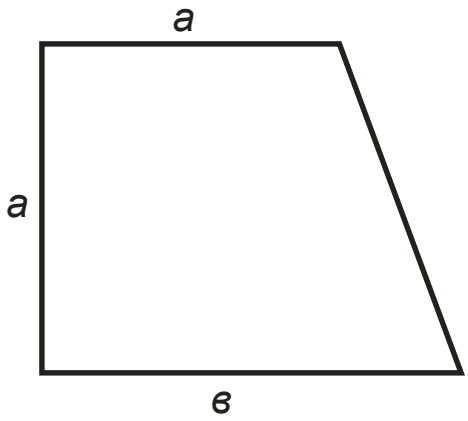
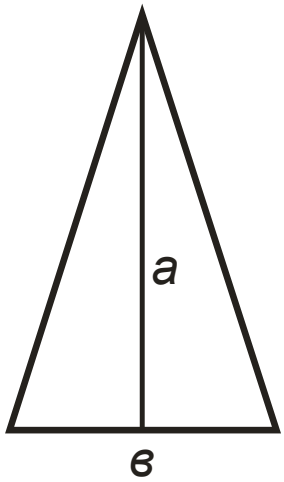
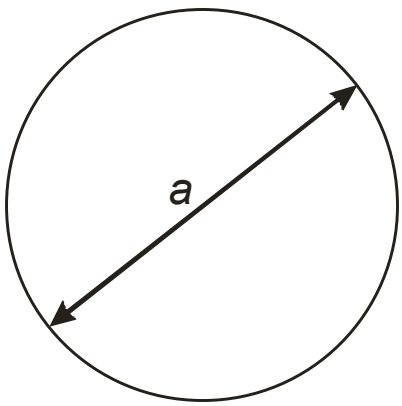
Обозначим точку приложения силы к фигуре АДД^{1}А^1 на рис.3.4 и 3.5 буквой М.

Чтобы правильно приложить силу, нарисуем эпюры давления покоящейся жидкости на вертикальные стенки, как показано в таблице 2.1. На рис.3.5 это треугольники давления АNА^1 и ДRД^1.

Направление действия силы **F** совпадает с направлением вектора давления (перпендикулярно к стенке АДД^{1}А^1).

Таблица 3.3.

Задание 3 для самостоятельного выполнения

№	Вертикальная стенка в форме	жидкость в сосуде	Геометрические размеры, м		№ задан.
			а	***в***	
1		бензин	8	10	1
		масло	7	6	2
		вода	6	8	3
		глицерин	5	9	4
		спирт	5	10	5
		ртуть	6	6	6
		бензин	7	7	7
		масло	8	8	8
		вода	9	9	9
		глицерин	10	10	10
		спирт	10	5	11
		ртуть	10	7	12
		бензин	6	8	13
		масло	5	5	14
		вода	7	10	15
2		бензин	10	6	16
		масло	9	7	17
		вода	8	8	18
		глицерин	7	9	19
		спирт	6	10	20
		ртуть	5	6	21
		бензин	5	7	22
		масло	6	8	23
		вода	7	9	24
		глицерин	8	10	25
		спирт	9	5	26
		ртуть	10	5	27
		бензин	7	4	28
		масло	7	5	29
		вода	9	6	30
3		бензин	6		31
		масло	7		32
		вода	8		33
		глицерин	9		34
		спирт	10		35
		ртуть	6		36
		бензин	7		37
		масло	8		38
		вода	9		39
		глицерин	10		40
		спирт	5		41
		ртуть	5		42
		бензин	9		43
		масло	9		44
		вода	6		45

Задание 3 для выполнения самостоятельной работы.

Дано: вертикальная геометрическая фигура,
плотность жидкости, заполняющей сосуд,
(задание из табл.3.3. назначает преподаватель);

определить: 1. величину силы давления **F**.
2. построить в выбранном масштабе эпюру давления,
3. вычислить и указать на графике место приложения силы.

3.3. Сила давления жидкости на заглубленную плоскую фигуру.

Для проведения расчетов величины и местоположения силы давления покоящейся жидкости **F** на заглубленную плоскую фигуру **ω** обратимся к рис.3.6.

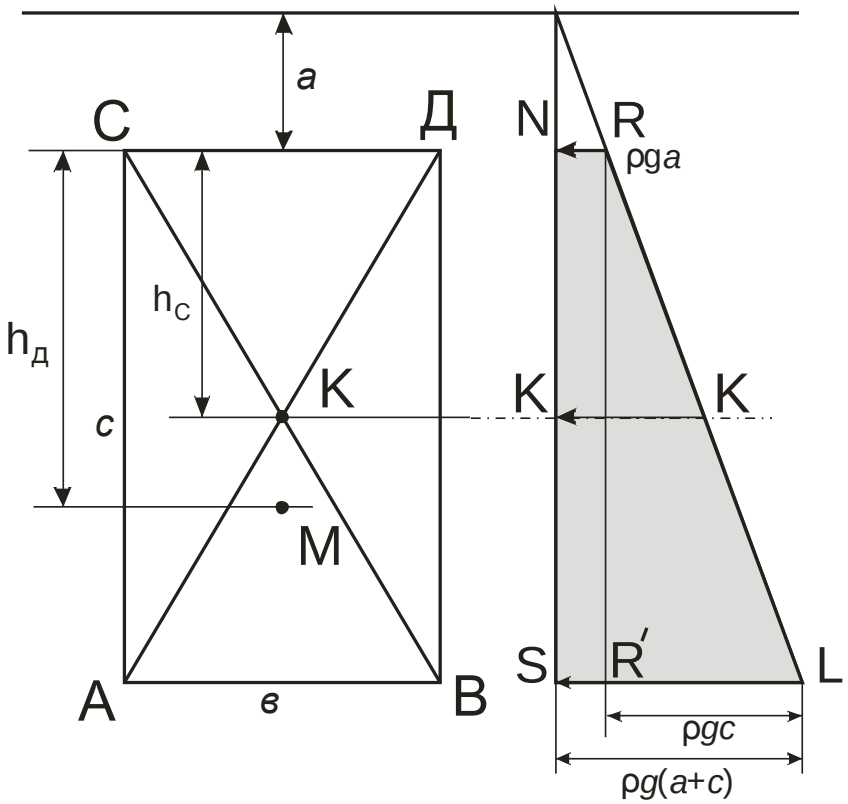


Рис.3.6. Схема к расчету силы давления на заглубленную фигуру

На рисунке 3.6 введены обозначения:

О-О – граница раздела жидкость-воздух,

АВСД – вертикальная геометрическая фигура площадью **ω,** со сторонами ***в*** и с ***в***=АВ=3м, с=АС=9

ω=3·9=27м^2.

a* -** глубина погружения верхней стороны (СД) фигуры площадью **ω** под уровнем свободной поверхности примем для расчетов ***a=7м.

точка К центр тяжести фигуры **ω** (нужен для определения величины силы давления покоящейся жидкости **F** на заглубленную фигуру **ω)**

точка М центр давления фигуры **ω** (необходим для определения местоположения силы давления покоящейся жидкости **F** на заглубленной фигуре **ω).**

Примем для расчетов, что жидкость является водой.

Эпюра давления на заглубленную фигуру – трапеция NRLS, которую можно разделить на две эпюры: прямоугольник NRR^1S и треугольник RR^1L.

Эти задачи разобраны в п.п.3.1. и3.2.

Следовательно, искомая сила **F** определится как сумма двух сил:

от постоянного давления над верхней гранью фигуры (**$p_{изб}$=ρ·g·a**.), обозначим ее **F_1**

от давления жидкости по длине фигуры **ω** обозначим ее **F_2.**

Выполним расчеты по определению силы **F_1** и точки ее приложения к фигуре **ω** согласно произведенным ранее расчетам в разделе 3.1.

$$F_1=\rho\cdot g\cdot a\cdot\omega=1000\cdot10\cdot7\cdot27=1890\ 000н=1890кН.$$

Сила **F_1** приложена в центре тяжести фигуры **ω,** в точке К.

$$NK=1/2\ AC=9/2=4.5м.$$

На рис.3.7. покажем **F_1** и место ее приложения к фигуре АВСД.

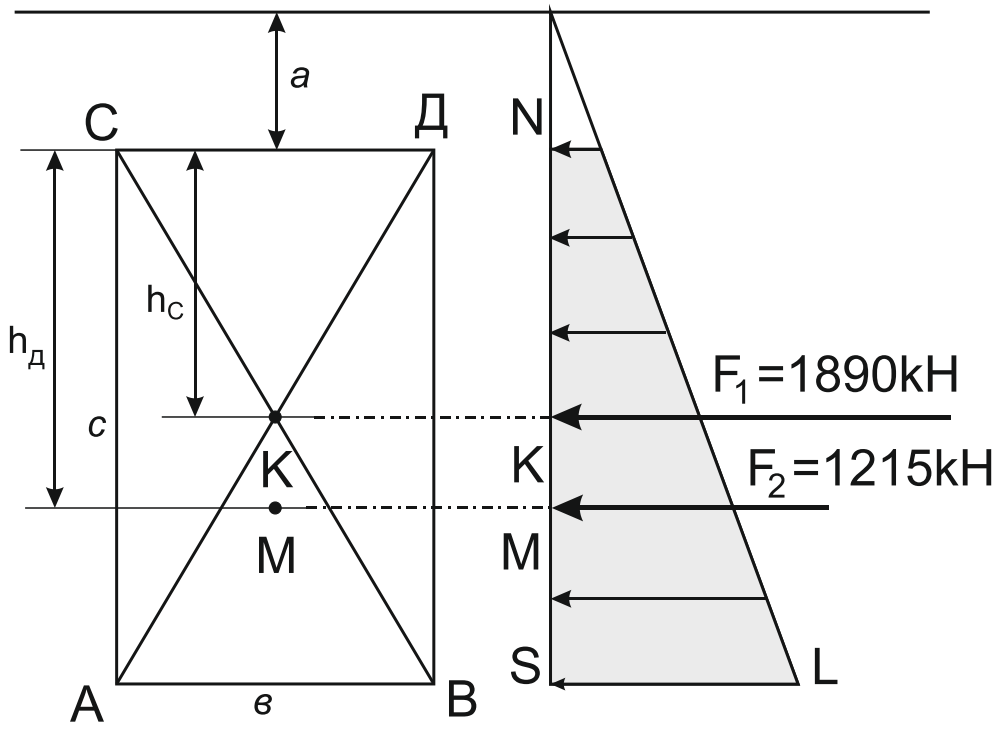


Рис.3.7. Силы F_1 и F_2 и точки их приложения.

Выполним расчеты по определению силы $\mathbf{F_2}$ и точки ее приложения к фигуре **ω** согласно произведенным ранее расчетам в разделе 3.2.

$$F_2=\rho\cdot g\cdot\omega\cdot h_c=1000\cdot 10\cdot 27\ NK=270\ 000\cdot 4.5=1215\ кН.$$

Сила $\mathbf{F_2}$ приложена в центре давления фигуры **ω,** т.е. в точке М, ее координата $\mathbf{h_д}$.

$$NM=2/3\ AC=18/3=6м.$$

На рис.3.7 покажем $\mathbf{F_2}$ и место ее приложения к фигуре АВСД.

Завершающим этапом расчета является определение величины результирующей силы давления жидкости **F** и точки ее приложения. Очевидно

$$F=F_1+F_2=1890+1215=3105\ кН$$

Для определения плеча силы **F,** назовем его **Z,** воспользуемся уравнением моментов сил относительно горизонтали СД (на эпюре давления ей соответствует линия NR)

$$F\cdot Z=F_1\cdot h_c+F_2\cdot h_д$$

или

$$Z=(F_1\cdot h_c+F_2\cdot h_д)/F=(1890\cdot 4{,}5+1215\cdot 6)/3105=5{,}09м.$$

На рис.3.8. показана точка U на фигуре **ω,** в которой приложена результирующая сила **F** давления покоящейся жидкости на фигуру **ω.**

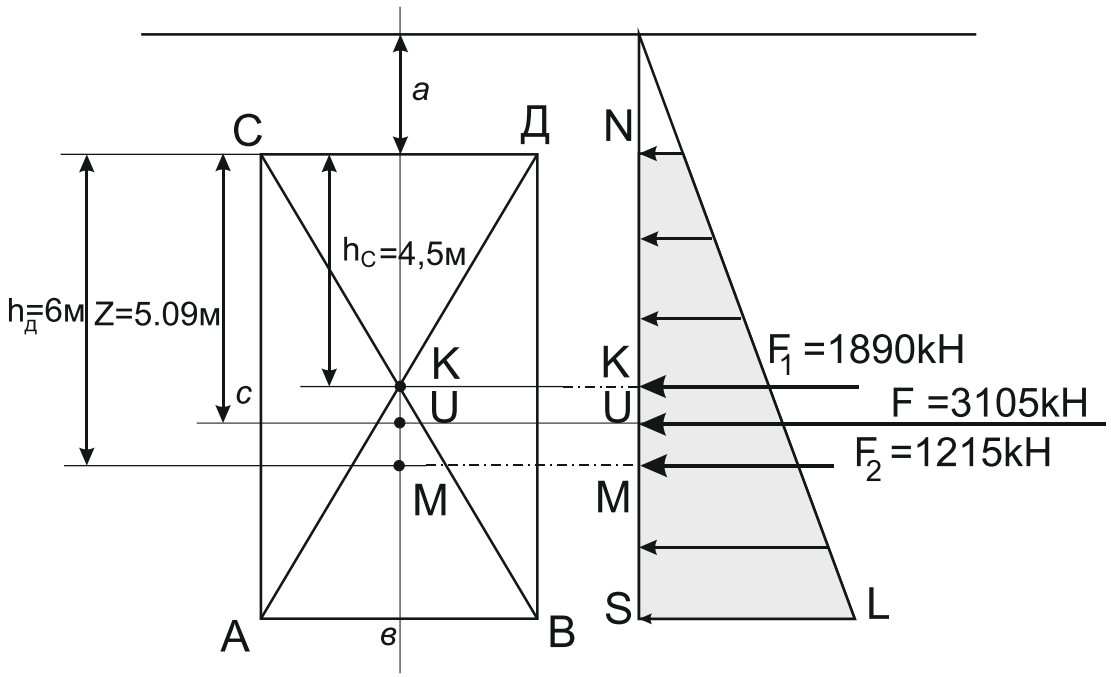
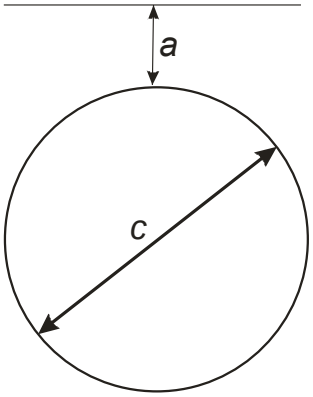
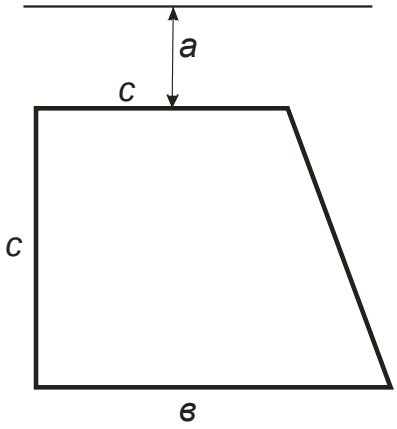
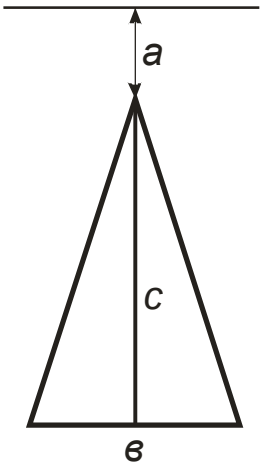


Рис. 3.8. Схема к расчету определения величины силы давления жидкости F на заглубленную плоскую фигуру ω и места ее приложения на фигуре (точка U) на плече Z.

Таблица 3.4.

Задание 4 для самостоятельного выполнения

№	Вертикальная заглубленная стенка в форме	жидкость в сосуде	Геометрические размеры, м			№ задания
			a	***в***	***c***	
1		бензин	6		4	1
		масло	7		5	2
		вода	8		6	3
		глицерин	9		6	4
		спирт	10		5	5
		ртуть	6		5	6
		бензин	7		7	7
		масло	8		7	8
		вода	9		4	9
		глицерин	10		6	10
		спирт	5		6	11
		ртуть	5		5	12
		вода	10		6	13
		глицерин	7		7	14
		масло	9		6	15
2		бензин	8	10	4	16
		масло	7	6	5	17
		вода	6	8	6	18
		глицерин	5	9	6	19
		спирт	5	10	5	20
		ртуть	6	6	5	21
		бензин	7	7	7	22
		масло	8	8	7	23
		вода	9	9	4	24
		глицерин	10	10	6	25
		спирт	10	5	6	26
		ртуть	10	7	5	27
		вода	7	10	7	28
		глицерин	6	7	4	29
		масло	9	9	6	30
3		бензин	10	6	4	31
		масло	9	7	5	32
		вода	8	8	6	33
		глицерин	7	9	6	34
		спирт	6	10	5	35
		ртуть	5	6	5	36
		бензин	5	7	7	37
		масло	6	8	7	38
		вода	7	9	4	39
		глицерин	8	10	6	40
		спирт	9	5	6	41
		ртуть	10	5	5	42
		вода	7	8	7	43
		глицерин	8	8	6	44
		масло	6	7	9	45

Задание 4 для выполнения самостоятельной работы:
дано: вертикальная заглубленная геометрическая фигура,
плотность жидкости, заполняющей сосуд
(задание из табл.3.4. назначает преподаватель);
определить: 1. величину силы давления **F**.
2. построить в выбранном масштабе эпюру давления,
3. вычислить и указать на графике место приложения силы.

3.4. Сила давления жидкости на сложную плоскую фигуру.

3.4.1. Метод вычитания

Для проведения расчетов величины и местоположения силы давления покоящейся жидкости $\mathbf{F_1}$ на сложную фигуру **ω** обратимся к рис.3.9.

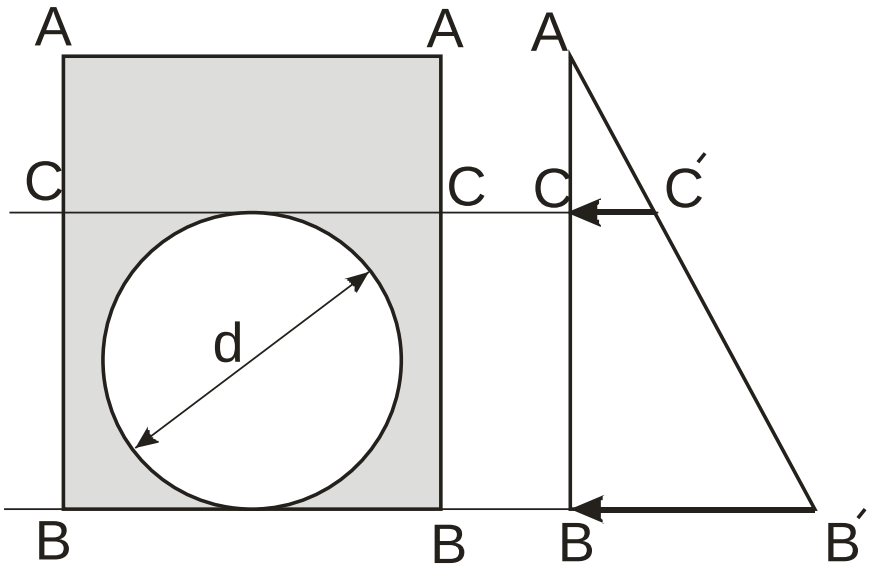


Рис.3.9. Схема к расчету величины силы давления на сложную фигуру методом вычитания.

Фигура **ω** представляет собой прямоугольник площадью ω_1, из которого вырезан круг площадью ω_2.

$$\omega=\omega_1 - \omega_2$$

Примем для выполнения расчетов AB=10м, AA=BB=CC=7 м , диаметр круга d=6м, жидкость - вода.

$\omega= 10\cdot7 - \pi\cdot(6^2/4)=70-28{,}26=41{,}74 м^2$.

На эпюре давления покоящейся жидкости прямоугольнику соответствует эпюра давления в виде треугольника и сила $\mathbf{F_1}$, а кругу соответствует эпюра давления в виде трапеции (круг заглублен на 10-6=4 м) и сила $\mathbf{F_2}$.

Можно записать

$$F= F_1- F_2.$$

Расчет величины силы $\mathbf{F_1}$ и точки ее приложения выполнен в разделе 3.2.

$$F_1= 1000\cdot10\cdot70\cdot(10/2)=3\ 500\ 000н=3500\ кН$$

Точка приложения силы $\mathbf{F_1}$ определяется координатой $\mathbf{h_д}$=2/3 АВ=6,67м (на рис 3.10. точка Д.)

Расчет величины силы $\mathbf{F_2}$ и точки ее приложения выполнен в разделе 3.3.

$$F_2= \rho\cdot g\cdot\omega_2\cdot(h_c + AC)=1000\cdot10\cdot28,26\cdot(3+4)=1\ 978\ 200н=1978,2\ кН.$$

Точка приложения силы $\mathbf{F_2}$ можно получить, преобразовав формулу для Z_2 (на рис.3.10 точка К).

$$Z_2= (F_{21}\cdot h_c + F_{22}\cdot h_д).\ A=(\rho\cdot g\cdot AC\cdot\omega_2\ h_c + \rho\cdot g\cdot\omega_2\cdot h_c\cdot h_д)\ .\rho\cdot g\cdot\omega_2\cdot(h_c + AC)=$$
$$=(AC\ h_c + h_c\cdot h_д)\ /\cdot(h_c + AC)=(4\cdot3 + 3\cdot(5/8)\cdot6)/(3+4)=3,32м.$$
$$F= F_1- F_2= 3500-1978.2=1521,8\ кН$$

Для определения плеча силы **F,** назовем его **Z,** воспользуемся уравнением моментов сил относительно горизонтали АА (на эпюре давления ей соответствует точка А)

$$F\cdot Z= F_1\cdot h_{д1} - F_2\cdot h_{д2}$$

или

$$Z=(F_1\cdot 6,67 - F_2\cdot(4+3,32)/\ F=(3500\cdot6,67 - 1978,2\cdot7,32)/1521,8=5,83м.$$

Точке приложения результирующей силы соответствует на эпюре точка М.

На рис.3.8 показана точка U, в которой приложена результирующая сила **F** давления покоящейся жидкости на фигуру **ω.**

Результаты расчетов приведены на рис. 3.10.

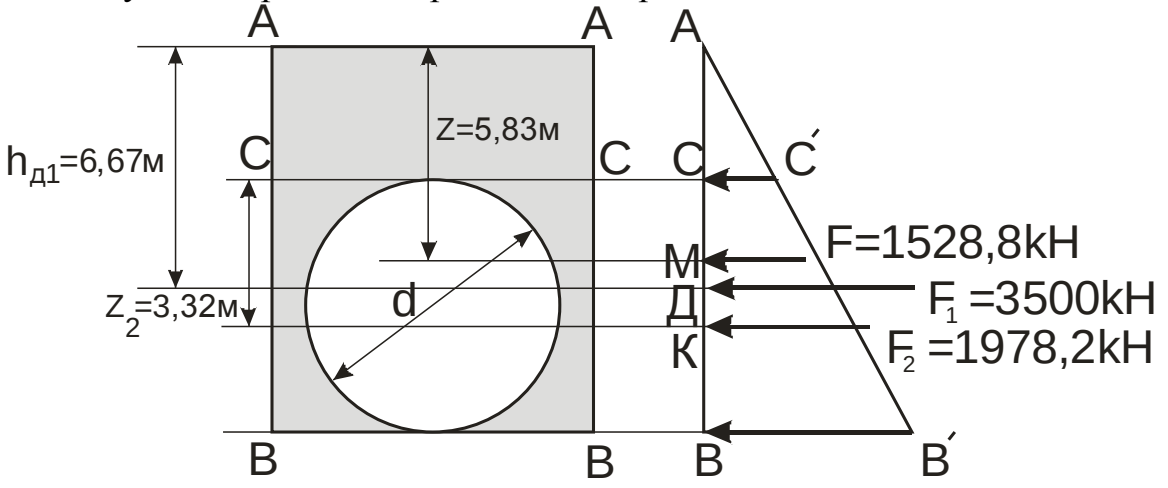


Рис.3.10. Результаты расчетов величины силы давления на сложную фигуру методом вычитания

Задание 5 для выполнения самостоятельной работы:

дано: вертикальная сложная геометрическая фигура,
плотность жидкости, заполняющей сосуд,
(задания взять из табл. 3.3 и 3.4 выданные ранее, наложить фигуры друг на друга);

определить: 1. Величину силы давления **F**.
2. Построить в выбранном масштабе эпюру давления,
3. Вычислить и указать на графике место приложения силы.

3.4.2. Метод сложения.

Для выполнения расчетов величины силы давления и точки ее приложения обратимся к рис.3.11.

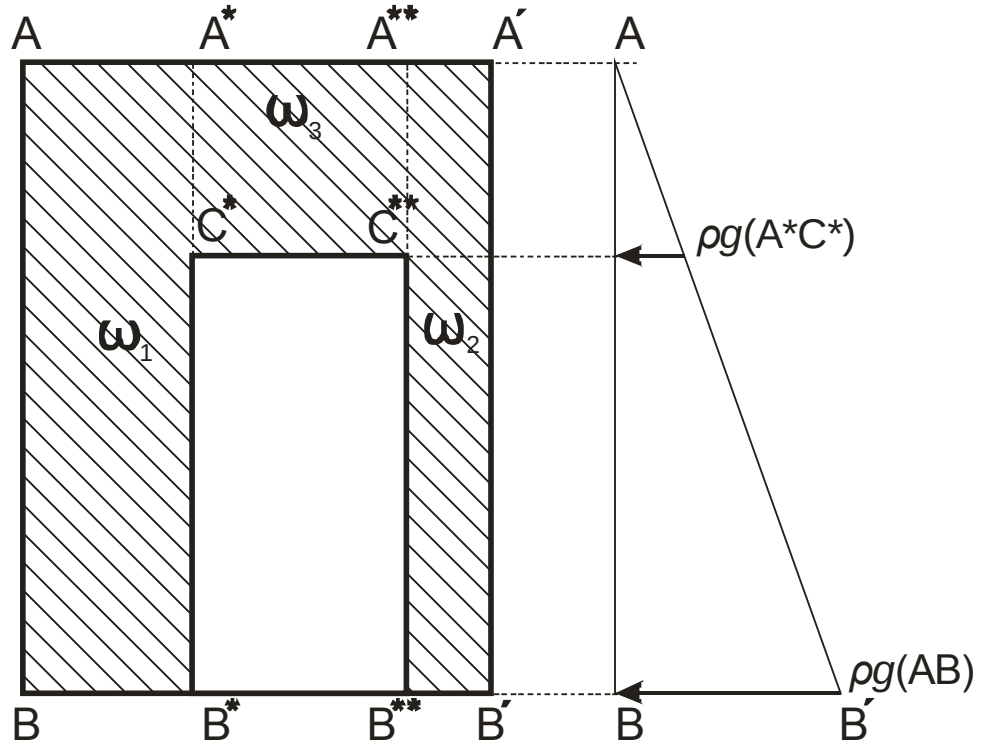


Рис.3.11. К расчету величины силы давления на сложную фигуру методом сложения.

Фигура ω состоит из прямоугольника AA^1BB^1, из которого вырезан прямоугольник B*B**C*C**.

Вертикалями разобьем фигуру на три прямоугольника с площадями ω_1, ω_2 и ω_3, каждому из которых соответствует эпюра давления в виде треугольника.

Получим $\omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$

Соответственно сила F определится как сумма

$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

Все три силы определяются согласно формулам табл.3.2 и приложены в точках, как показано в табл.3.2.

Получим

$$F_1 = \rho g\, \omega_1 h_{c1} = \rho \cdot g \cdot (AB \cdot AA^{*}) \cdot (0{,}5 \cdot AB)$$

$$F_2 = \rho g\, \omega_2 h_{c2} = \rho \cdot g \cdot (A^{**}A^{1} \cdot A^{1}B^{1}) \cdot (0{,}5 \cdot A^{1}B^{1}))$$

$$F_3 = \rho g\, \omega_3 h_{c3} = \rho \cdot g \cdot (A^{*}C^{*} \cdot A^{*}A^{**}) \cdot (0{,}5 \cdot A^{*}C^{*})$$

Или $F = 0.5 \cdot \rho g\, (AA^{*}\,(AB)^2 + A^{**}A^{1}\,(A^{1}B^{1})^2 + A^{*}A^{**}\,(A^{*}C^{*})^2)$

Точки приложения сил F_1, F_2 и F_3, откладываются вниз от горизонтали AA^{1}.

$$h_{D1} = 2/3\ AB$$

$$h_{D2} = 2/3\ A^{1}B^{1}$$

$$h_{D3} = 2/3\ A^{*}C^{*}$$

На рис.3.12 покажем направление действия сил F_1, F_2 и F_3 и координаты их приложения h_{D1}, h_{D2} и h_{D1}.

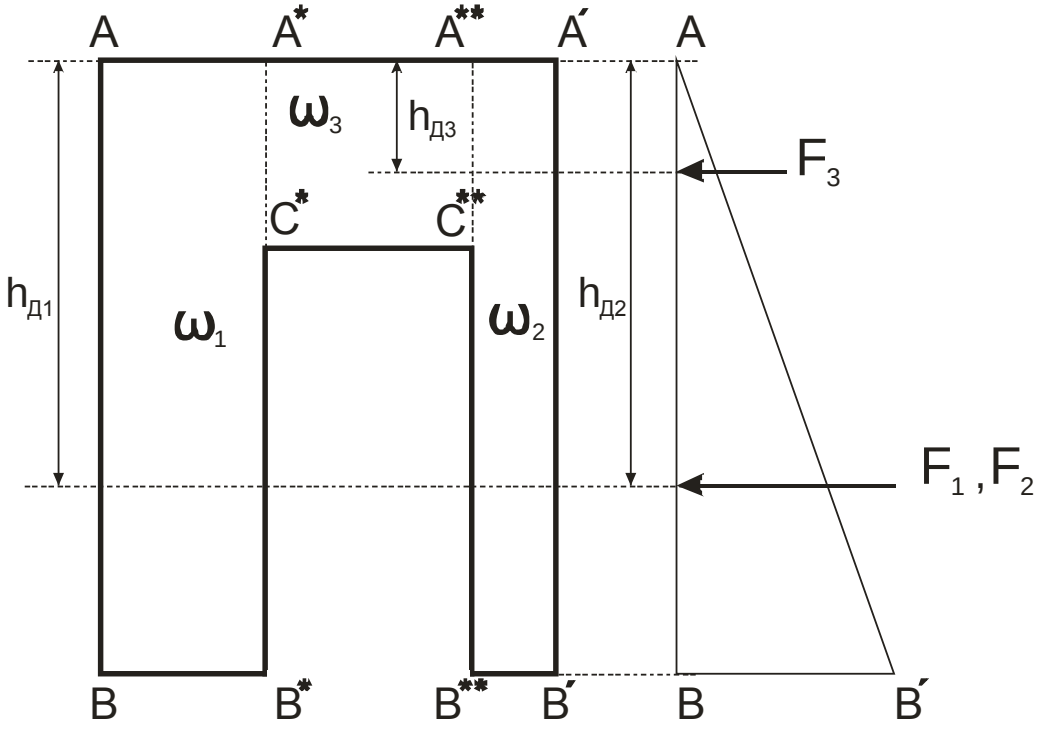


Рис.3.12. Схема к определению точек приложения сил

Для определения точки приложения силы F запишем уравнение моментов сил F_1, F_2 и F_3 относительно горизонтали AA^1, имея ввиду, что $h_{D1} = h_{D2}$.

$$\mathbf{F\ h_D = F_1\ h_{D1} + F_2\ h_{D2} + F_3\ h_{D3}}$$

или $\mathbf{h_D = (F_1\ h_{D1} + F_2\ h_{D2} + F_3\ h_{D3}) / F}$.

После преобразований получим

$$h_D = \frac{2}{3} \cdot \frac{(AB)^3 \cdot (AA^* + A^1A^{**}) + (A^*C^*)^3 \cdot A^*A^{**}}{(AB)^2 \cdot (AA^* + A^1A^{**}) + (A^*C^*)^2 \cdot A^*A^{**}}$$

Полученная в общем виде формула не позволяет нанести на схему рис.3.12 h_D для результирующей силы. Чтобы показать, где приложена результирующая сила **F,** рассмотрим пример**.**

Пример расчета точки приложения результирующей силы F.

Зададим значения: AB=10м, AA^*=4м, $A^{**}A^1$=3м, A^*A^{**}=2м, A^*C^*=3м. Нарисуем фигуру в системе координат XZ, как показано на рис.3.13.

Выполним все приведенные выше расчеты:

$F_1 = \rho g\ \omega_1 h_{c1} = \rho \cdot g \cdot (AB \cdot AA^*) \cdot (0{,}5 \cdot AB) = 200\ \rho g$

$F_2 = \rho g\ \omega_2 h_{c2} = \rho \cdot g \cdot (A^{**}A^1 \cdot A^1 B^1) \cdot (0{,}5 \cdot A^1B^1) = 150\ \rho g$

$F_3 = \rho g\ \omega_3 h_{c3} = \rho \cdot g \cdot (A^*C^* \cdot A^*A^{**}) \cdot (0{,}5 \cdot A^*C^*) = 9\ \rho g$

$F = 200\ \rho g + 150\ \rho g + 9\ \rho g = 359\ \rho g$

$h_{D1} = 2/3\ AB = 20/3 = 6{,}67$м

$h_{D2} = 2/3\ A^1B^1 = 20/3 = 6{,}67$м

$h_{D3} = 2/3\ A^*C^* = 6/3 = 2$м.

$$h_D = \frac{200\rho g \cdot 6{,}67 + 150\rho g \cdot 6{,}67 + 9\rho g \cdot 2}{359\rho g} = \frac{2352{,}5\rho g}{359\rho g} = 6{,}55\text{м}$$

Покажем величину h_D на рис.3.13.

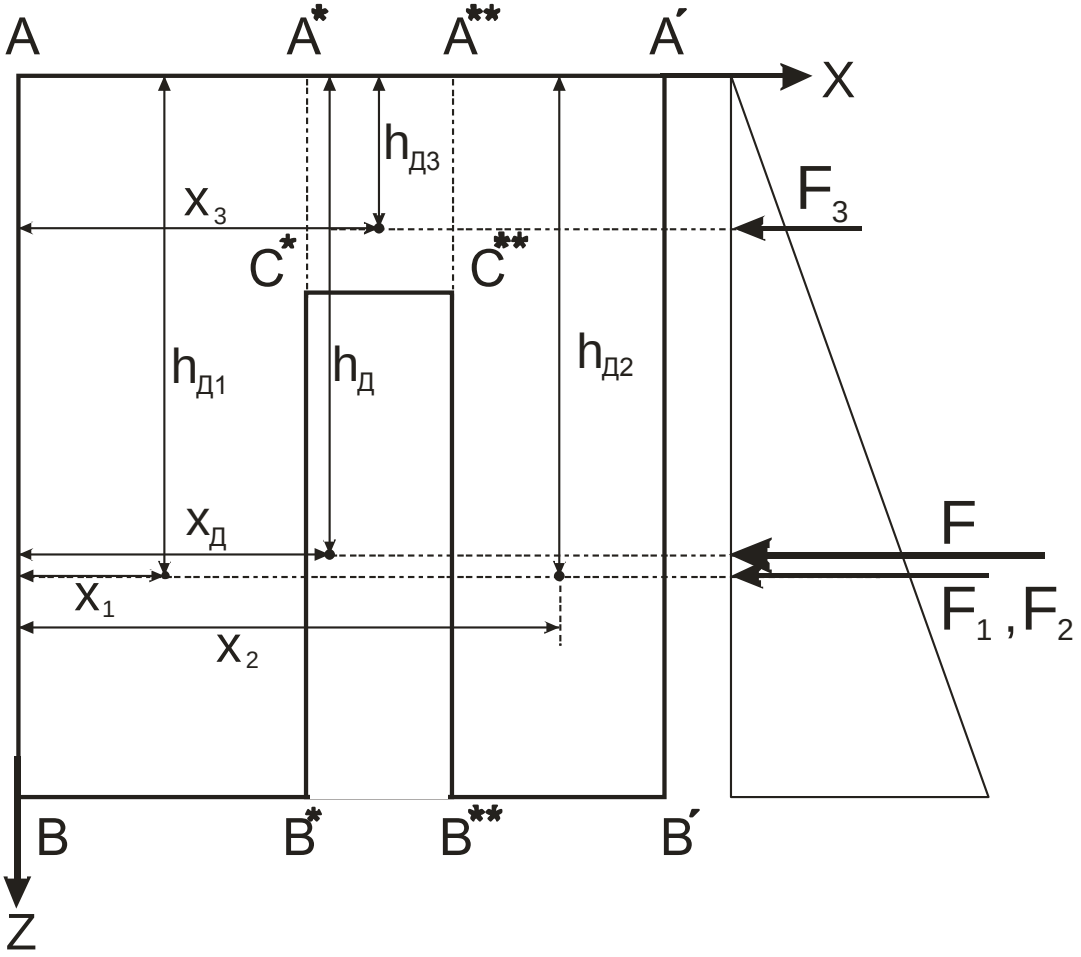


Рис.3.13. Схема к расчету координат точки приложения результирующей силы.

Т.к. фигура несимметричная, необходимо определить также $\mathbf{X_D}$. Для этого напишем уравнение моментов относительно вертикали АВ.

$$F\cdot x_D = F_1\cdot 0{,}5AA^{*} + F_2\cdot(AA^{*}+0{,}5A^{*}A^{**}) + F_3\cdot(AA^{**}+0{,}5\,A^{**}A^{1})$$

Откуда получим

$$\mathbf{X_D}=\frac{200\rho g\cdot 2+150\rho g\cdot 7{,}5+9\rho g\cdot 5}{359\rho g}=\frac{1570\rho g}{359\rho g}=4{,}37\text{м}$$

Нанесем $\mathbf{X_D}$ на рис 3.13, пересечение горизонтали положение которой на чертеже определяет координата $\mathbf{h_D}$ и вертикали, положение которой на чертеже определяет координата $\mathbf{X_D}$, даст точку приложения силы **F.**

Результирующая сила **F=359ρg,** ее координаты

h_D=6,55м и X_D=4,37м.

4. СИЛА ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Частным случаем криволинейных поверхностей являются цилиндрические поверхности. Рассмотрим два случая определения силы давления жидкости F на криволинейную поверхность.

1. Цилиндрическая поверхность с горизонтальной образующей
2. Цилиндрическая поверхность с вертикальной образующей.

4.1. Расчет величины силы давления жидкости на цилиндрическую поверхность с горизонтальной или вертикальной образующей

На рис.4.1. представлена проекция в плоскости XZ цилиндрической поверхности с горизонтальной образующей.

Выберем систему координатных осей так, чтобы образующая цилиндрической поверхности была параллельной оси Y. Тогда проекция цилиндрической поверхности на плоскость XZ обратится в линию ab.

Следовательно, $\omega_y=0$ и тогда

$$F_y=\rho g\, h_c\ ,\ \omega_y = 0,$$

где h_c определяется из табл.3.2.

Сила давления жидкости F на рассматриваемую поверхность будет иметь две составляющие, равные:

$$F_x = =\rho g\, h_c \omega_x$$

$$F_z = =\rho g\, V_D,$$

где величина V_D называется тело давления. Оно ограничено криволинейной поверхностью ab ,свободной поверхностью 0-0 и вертикалями a0 и b0.

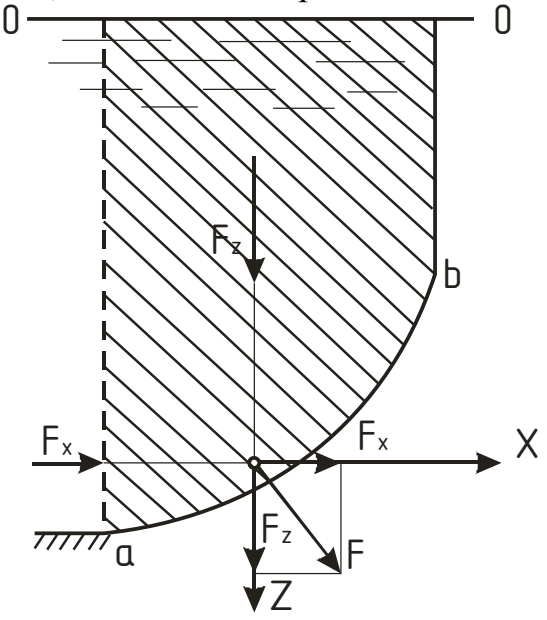


Рис.4.1. Схема цилиндрической поверхности с горизонтальной образующей

Величина силы F находится по формулам:

$$F = (\mathbf{F_x}^2 + \mathbf{F_z}^2)^{0,5}$$

а направление действия силы F — по зависимостям

$$\cos(F \wedge x) = \frac{\mathbf{F_x}}{\mathbf{F}}, \quad \cos(F \wedge z) = \frac{\mathbf{F_z}}{\mathbf{F}}$$

На рис.4.1. указано направление действия силы F вниз от свободной поверхности, а на рис.4.2. – вверх в сторону свободной поверхности жидкости, которая обозначена на рисунках линией О-О.

При определении силы давления F на цилиндрическую поверхность с вертикальной образующей $\omega_y=0$.

Проекции силы давления F определяются из соотношений:

$$F_x = = \rho g\, h_c \omega_x$$

$$F_z = = \rho g\, h_c \omega_z,$$

Величина силы F определится формулой

$$F = (\mathbf{F_x}^2 + \mathbf{F_z}^2)^{0.5}$$

а направление действия силы F — формулами:

$$\cos(F \wedge x) = \frac{\mathbf{F_x}}{\mathbf{F}}, \quad \cos(F \wedge z) = \frac{\mathbf{F_z}}{\mathbf{F}}$$

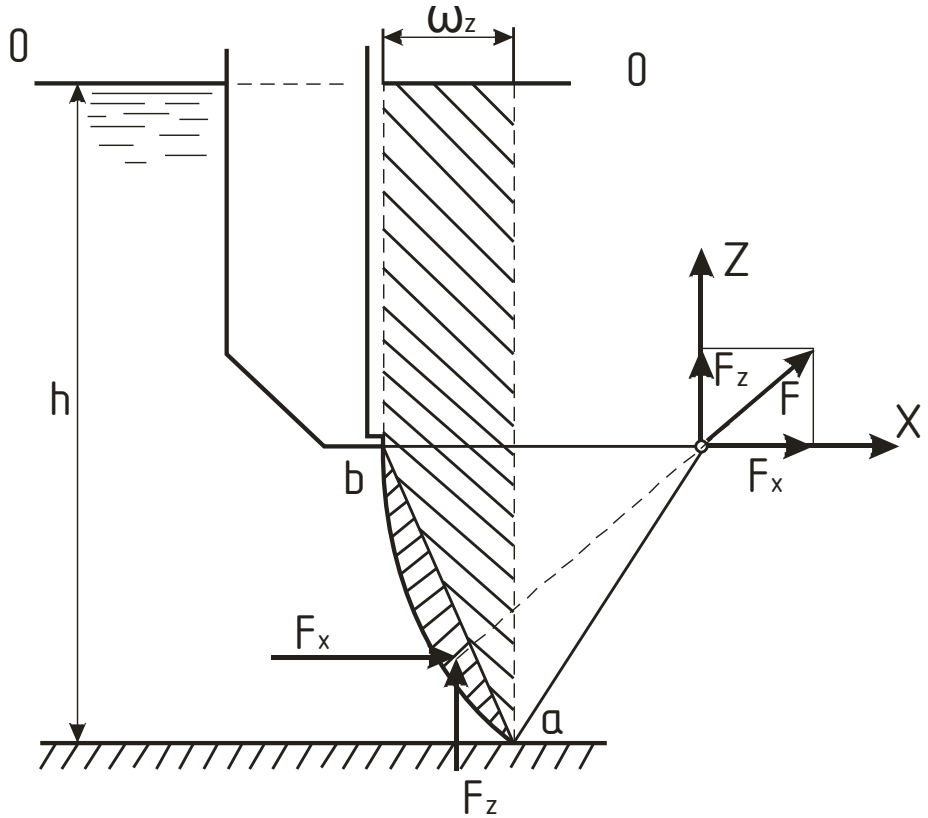


Рис.4.2. Схема расчета силы давления на криволинейные поверхности

4.2. Определение точки приложения силы давления жидкости на криволинейную поверхность

Центром давления называют точку приложения силы давления жидкости на криволинейную поверхность. Для криволинейной поверхности это будет точка, в которой ее пересекает линия действия равнодействующей силы F.

Центры давления на вертикальные проекции ω_x и ω_y определяются по правилам, указанным в разделе 4.1., центр давления на горизонтальную проекцию ω_z лежит на одной вертикали с центром тяжести тела давления V_D

Линия действия равнодействующей сил давления на указанные проекции пройдет через точку пересечения перпендикуляров, восстановленных из двух центров давления. Направление этой линии определится формулами

$$\cos(F \wedge x)=\frac{F_x}{F}, \quad \cos(F \wedge z)=\frac{F_z}{F}$$

Точка пересечения ее с криволинейной поверхностью дает точку приложения силы давления на эту поверхность.

4.3. Пример определения величины силы давления жидкости на круглую цилиндрическую поверхность.

На рис.4.3. показано отверстие водосбросного шлюза шириной b=5 м , которое закрывается сегментным щитом с радиусом r=6 м.

Ось вращения затвора находится на высоте 1 м над уровнем воды.

Глубина воды перед щитом H=4м; за щитом воды нет.

Определить величину силы давления воды на затвор.

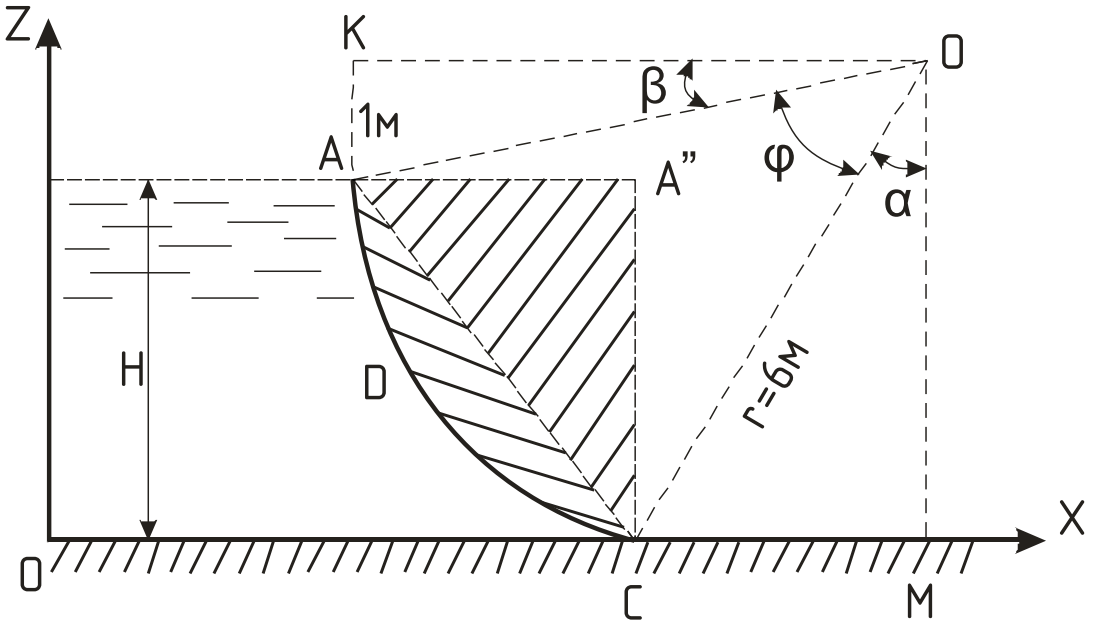


Рис.4.3. Схема к задаче о нахождении силы давления жидкости на круглую цилиндрическую поверхность

Найдем отдельно составляющие силы давления на затвор.

Горизонтальная составляющая силы давления F_x будет равна:

$$F_x = \rho g\, h_c \omega_x = 1000 \times 10 \times (4/2) \times (4 \times 5) = 400 \text{ кН}$$

где $\rho = 1000 кг/м^3$, $g = 10 м/с^2$, $h_c = H/2 = 2$, $\omega_x = 4 \times 5 м^2$.

Для определения вертикальной составляющей силы давления воды на затвор найдем равнозначащий ей вес тела давления F_z с поперечным сечением, заштрихованным на рис.4.3.

$F_z = \rho g$ (площадь AA" CDA) b, где b – ширина щита b=5м.

Определим площадь AA" CDA.

Площадь AA" CDA = площади треугольника AA" C A" + площадь сегмента ACD $= \frac{AA^{11} * A^{11}C}{2} + \frac{1}{2} r^2 (\pi \frac{\varphi}{180} - \sin\varphi)$

AA^{11}=КО-СМ= $(AO^2 - AK^2)^{0.5} - (CO^2 - OM^2)^{0.5} = (36-1)^{0.5} - (36-25)^{0.5} = 2{,}6$ м

Sin α=СМ/СО=0,553, что соответствует углу $\alpha = 33^\circ 36^1$

Sin β=АК/АО=0,167, что соответствует углу $\beta = 9^\circ 36^1$

$$\alpha + \beta = 43^\circ 12^1$$

$$\varphi = 90^\circ - (\alpha + \beta) = 46^\circ 48^1, \text{ Sin } \varphi = 0{,}729.$$

Подставим все значения в формулу для определения площади AA" CDA

$$\text{Площадь AA" CDA} = \frac{2{,}6 * 4}{2} + \frac{1}{2} 6^2 (\pi \frac{46^\circ 48^1}{180} - 0{,}729) = 6{,}77 \text{ м}^2$$

Вертикальная составляющая силы давления воды на затвор будет равна

$$F_z = \rho g\, V_D = 1000 \times 10 \times 6{,}77 \times 5 = 338{,}5 \text{ кН}$$

Суммарную силу давления определим, как равнодействующую обеих составляющих

$$F = (F_x^2 + F_z^2)^{0.5} = (400^2 + 338{,}5^2)^{0{,}5} = 524 \text{ кН}.$$

При равновесии эта сила пройдет через точку О.

Направление силы давления составляет с осью Х угол, величина которого определяется по косинусу этого угла $\cos (F \wedge x) = \frac{F_x}{F} = 0{,}7633$, т. е. угол в 40° 15'.

Определить местоположение центра давления на сегментный щит

Для состояния покоя щита линия действия равнодействующей пройдет через точку О.

Поместив начало координат в точку О и приняв указанное на рис. 4.4 направление осей координат, напишем уравнение прямой, проходящей через начало координат под углом θ к оси Х:

$$z = \text{tg}\, \theta\, x$$

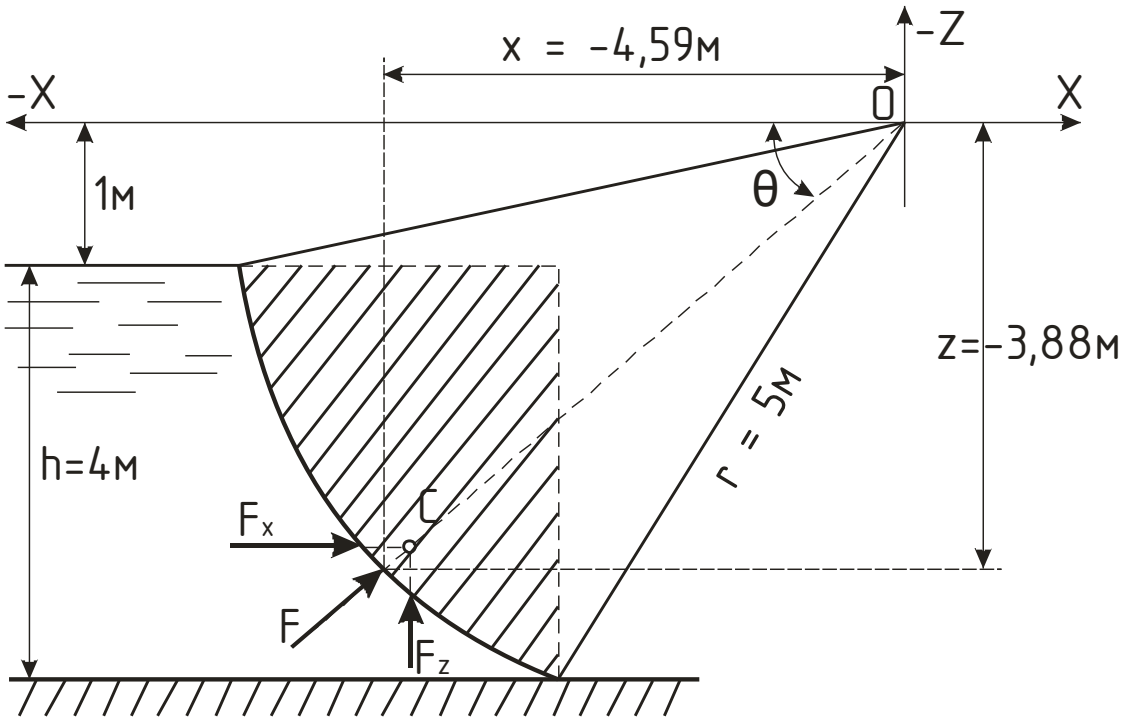


Рис.4.4. Построение центра давления на сегментный щит.

Точка пересечения этой прямой с окружностью $x^2 + z^2=r^2$ и даст положение центра давления.

В данном случае $\operatorname{tg}\theta= F_z/ F_x =338,5/400=0,848$,

и $r=6$м.

Тогда $z=0,848\,x$, м

$$x^2 +(0,848x)^2=6^2,$$

откуда

$$x=\pm\ 4,59 \text{ м},$$

$$z=\pm 4,59x0,848= \pm 3,88 \text{ м}$$

Согласно рис.4.4.

$x=-4,59$ м, $z=-3,88$ м

На рис. 4.4. показано построение центра давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшуль А. и др. Примеры расчетов по гидравлике. Учебное пособие. М. Альянс, 2013, 256 с.

2. Башта Т. Гидравлика. Гидромашины и гидроприводы. Учебник для вузов. М. Альянс, 2011, 424 с.

3. Гусев А.А. Гидравлика. Теория и практика. М. Юрайт, 2014. 285 с.

4. Сазанов И.И. Гидравлика в 2-х томах. М. Академия. 2012. 288 с.

5. Суров Г.Я и др. Прикладные задачи по гидравлике: учебное пособие. Архангельск: АГТУ, 2003.236с.

6. Ухин Б., Гусев А. Гидравлика. М. Инфра-М, 2012, 432 с.

7. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: КолосС, 2004, 656с.

Дмитриева Ирина Николаевна
Григорьев Глеб Владимирович
Калистратов Александр Викторович

ГИДРАВЛИКА

ГИДРОСТАТИКА

Учебное пособие для студентов
всех форм обучения по направлениям
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»,
23.03.01 «Технология транспортных процессов»,
23.03.03 «Эксплуатация транспортных
и технологических машин и комплексов»,
350302 «Технология лесозаготовительных
и деревоперерабатывающих производств»