

ВВЕДЕНИЕ

Учебной программой курса «Сопротивление материалов» предусматривается изучение методов прочностного расчета статически неопределимых стержневых систем.

Цель расчетно-графической работы (РГР) состоит в том, чтобы научить будущих инженеров выбирать конструктивные схемы стержневых систем, обеспечивающие их надежность и экономичность.

Задачей выполнения РГР является развитие у студентов навыков расчета статически неопределимых стержневых конструкций, работающих в условиях одноосного растяжения (сжатия) при изменении температуры окружающей среды, с учетом неточностей изготовления отдельных элементов конструкции, вызывающих появление монтажных напряжений.

Расчетно-графическая работа состоит из двух частей. В первой части производится проверка прочности бруса, нагруженного внешними силами и испытывающего влияние температуры. Во второй части выполняется прочностной расчет стержневой конструкции в результате, которого определяются поперечные размеры элементов стержневой системы, испытывающей влияния: внешних сил, температурных и монтажных напряжений.

1. РАСЧЕТ БРУСА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНИХ СИЛ И ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

1.1. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ

Система называется статически неопределимой, если для определения усилий в ее элементах недостаточно уравнений равновесия (статики), т.е. когда число неизвестных усилий (реакций опор) больше числа уравнений равновесия. Степень статической неопределимости системы определяется следующим образом:

$$K = R - Y,$$

где K – степень статической неопределимости системы; R – число

неизвестных усилий (реакций); Y – число уравнений равновесия.
Для расчета статически неопределимых систем уравнения статики дополняют необходимым числом уравнений деформации элементов конструкции, для составления которых используются условия совместности деформаций.

Число дополнительных уравнений должно равняться степени статической неопределимости системы K . Условия совместности деформаций формулируются, исходя из требований сохранения целостности системы и ее способности выполнять свое функциональное назначение при заданной нагрузке.

В статически неопределимой системе усилия в ее элементах могут возникать как вследствие действия внешних нагрузок, так и за счет перераспределения деформаций, вызванных изменением температурных режимов работы системы (температурные напряжения) или неточностью изготовления этих элементов (монтажные напряжения).

Для статически неопределимых систем применяемый способ расчета по допускаемым нагрузкам позволяет вскрыть дополнительные резервы прочности, повысить несущую способность конструкции и указывает на возможность более экономного расходования материала.

При выполнении расчетно-графической работы следует обратить внимание на единство статической, геометрической и физической сторон задачи расчета статически неопределимых систем.

Порядок выполнения расчетно-графической работы:

1. составить уравнения статики для заданной системы;
2. определить степень статической неопределимости системы;
3. построить схему перемещений элементов системы;
4. составить уравнения совместности деформаций;
5. выразить уравнения совместности деформаций через усилия или напряжения, используя закон Гука;
6. решить систему уравнений статики и совместности деформаций относительно неизвестных усилий (напряжений);
7. исходя из условий прочности, подобрать конструктивные размеры (сечения) стержней.

4

1.2. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ №1

Металлический брус жестко закреплен между двумя неподвижными плоскостями. На брус действуют внешние силы P_1 и P_2 и оказывает влияние изменение температуры окружающей среды. Проверить условие прочности бруса.

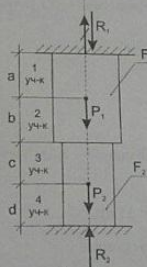


Рис. 1.1

Дано: $P_1=120$ кН; $P_2=40$ кН;
 $F_1=20$ см²; $F_2=15$ см²;
брус изготовлен из стали
 $[\sigma]=160$ МПа; $E=2 \cdot 10^5$ МПа
брус испытывает нагрев
 $\Delta T=+35$ с; $d=12 \cdot 10^{-6}$ м

РЕШЕНИЕ:

Составляем уравнение равновесия

$$\sum Y = R_1 + R_2 - P_1 - P_2 = 0. \quad (1.1)$$

Составляем уравнение совместности деформаций

$$\Delta l_{P1} + \Delta l_{P2} + \Delta l_T + \Delta l_{R2} = 0; \quad (1.2)$$

Используется принцип независимости действия сил. Сила P_1 растягивает 1-ый участок (нижнюю опору мысленно убираем)

$$\Delta l_{P1} = \frac{P_1 a}{EF_1} \quad (1.3)$$

Сила P_2 растягивает второй и третий участки

$$\Delta l_{P2} = \frac{P_2 b}{EF_1} + \frac{P_2 c}{EF_2} \quad (1.4)$$

Реакция R_2 сжимает все четыре участка

5

$$\Delta l_{R2} = \frac{R_2(d+c)}{EF_2} + \frac{R_2(b+a)}{EF_1} \quad (1.5)$$

При нагреве стержень будет удлиняться в вертикальном направлении (если нижняя заделка отсутствует):

$$\Delta l_T = \alpha(a+b+c+d) \cdot \Delta T \quad (1.6)$$

Подставляем найденные величины в уравнение (1.2)

$$\frac{P_1 a}{EF_1} + \frac{P_2}{E} \left(\frac{b}{F_1} + \frac{c}{F_2} \right) + \alpha(a+b+c+d) \cdot \Delta T - \frac{R_2}{E} \left(\frac{c+d}{F_1} + \frac{a+b}{F_2} \right) = 0$$

После подстановки численных значений получаем $R_2=195$ кН, а из уравнения (1.1) получим

$$R_1 = P_1 + P_2 - R_2 = 120 + 40 - 195 = 35 \text{ кН},$$

т.е. реакция направлена в противоположную сторону.

Проверяем условие прочности для каждого участка бруса:

1-ый участок сжимается силой R_1 :

$$\sigma_1 = \frac{R_1}{F_1} = \frac{35 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^{-4}} = 1,75 \cdot 10^7 \text{ Па} = 1,75 \text{ МПа} \leq [\sigma] = 160 \text{ МПа},$$

т.е. условие прочности для 1-ого участка выполняется.

2-ой участок сжимается силой $N = R_1 + P_1$:

$$\sigma_2 = \frac{R_1 + P_1}{F_1} = \frac{(35 + 120) \cdot 10^3}{20 \cdot 10^{-4}} = 7,75 \cdot 10^7 \text{ Па} = 77,5 \text{ МПа} \leq [\sigma] = 160 \text{ МПа},$$

т.е. условие прочности для 2-ого участка выполняется.

6

3-ий участок сжимается силой $N = R_1 + P_1$:

$$\sigma_2 = \frac{R_1 + P_1}{F_2} = \frac{(35 + 120) \cdot 10^3}{15 \cdot 10^{-4}} = 103 \text{ МПа} \leq [\sigma] = 160 \text{ МПа},$$

условие прочности для 3-его участка также выполняется.

4-ый участок сжимается силой R_2 :

$$\sigma_4 = \frac{R_2}{F_2} = \frac{195 \cdot 10^3}{15 \cdot 10^{-4}} = 130 \text{ МПа} \leq [\sigma] = 160 \text{ МПа},$$

таим образом условие прочности выполняется и 4-ого участка стержня.

Ответ: условие прочности выполняется при нагружении стержня указанными выше силами и его нагреве.

Таблица 1.1

1.3 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАЧЕ № 1

Вариант	Схема	P_1	P_2	P_3	a	b	c	d	F_1	F_2	F_3	ΔT
		кН								м		
1	1	100	10	10	0,4	0,5	0,6	0,5	20	18	10	+25
2	2	90	12	9	0,5	0,4	0,5	0,6	19	17	8	+20
3	3	80	8	7	0,6	0,7	0,4	0,7	18	16	9	-15
4	4	90	7	12	0,3	0,6	0,6	0,8	19	18	10	+30
5	5	110	12	11	0,3	0,4	0,7	0,4	19	18	11	-25
6	6	80	11	11	0,4	0,5	0,8	0,7	20	19	10	+18
7	7	100	10	14	0,5	0,7	0,7	0,6	21	20	11	+14
8	8	80	9	12	0,60	0,6	0,6	0,5	22	21	10	-16
9	1	90	9	15	0,3	0,7	0,6	0,4	19	18	8	+25
10	2	100	11	17	0,7	0,8	0,8	0,3	20	18	9	+18
11	3	120	12	16	0,4	0,7	0,7	0,6	22	20	9	-12
12	4	110	11	18	0,5	0,4	0,6	0,5	20	18	8	+12
13	5	120	15	15	0,6	0,5	0,5	0,7	22	19	9	+21
14	6	130	25	17	0,4	0,6	0,7	0,8	20	20	8	-10
15	7	100	12	13	0,5	0,7	0,8	0,7	21	21	8	+15

Окончание таблицы 1.1

Вариант	Схема	P_1	P_2	P_3	a	b	c	d	F_1	F_2	F_3	ΔT
		кН								м		
16	8	110	14	14	0,4	0,3	0,4	0,5	20	21	9	+25
17	1	60	12	18	0,3	0,7	0,3	0,4	16	10	12	-15
18	2	70	18	15	0,6	0,6	0,4	0,3	15	12	10	+10
19	3	80	20	7	0,5	0,8	0,5	0,4	14	13	11	+18
20	4	70	16	8	0,5	0,7	0,6	0,3	17	12	12	-12
21	5	90	22	11	0,3	0,3	0,2	0,6	16	15	13	+24
22	6	80	30	14	0,4	0,4	0,3	0,8	18	16	14	+18
23	7	80	40	6	0,5	0,4	0,4	0,4	16	14	13	+15
24	8	40	25	5	0,7	0,5	0,6	0,6	16	13	12	-12
25	1	50	21	7	0,3	0,4	0,5	0,3	18	15	13	+30
26	2	60	24	12	0,4	0,5	0,6	0,5	17	16	14	+25
27	3	70	22	6	0,5	0,6	0,7	0,6	17	16	14	+20
28	4	90	23	10	0,5	0,6	0,7	0,8	16	15	14	+15
29	5	60	24	8	0,6	0,7	0,5	0,7	15	14	12	-20
30	6	100	28	5	0,4	0,5	0,4	0,6	14	13	11	+18
31	7	80	30	12	0,3	0,8	0,8	0,4	16	13	12	-15
32	8	50	35	15	0,6	0,4	0,5	0,5	15	14	11	+25

1.4. РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ К ЗАДАЧЕ № 1

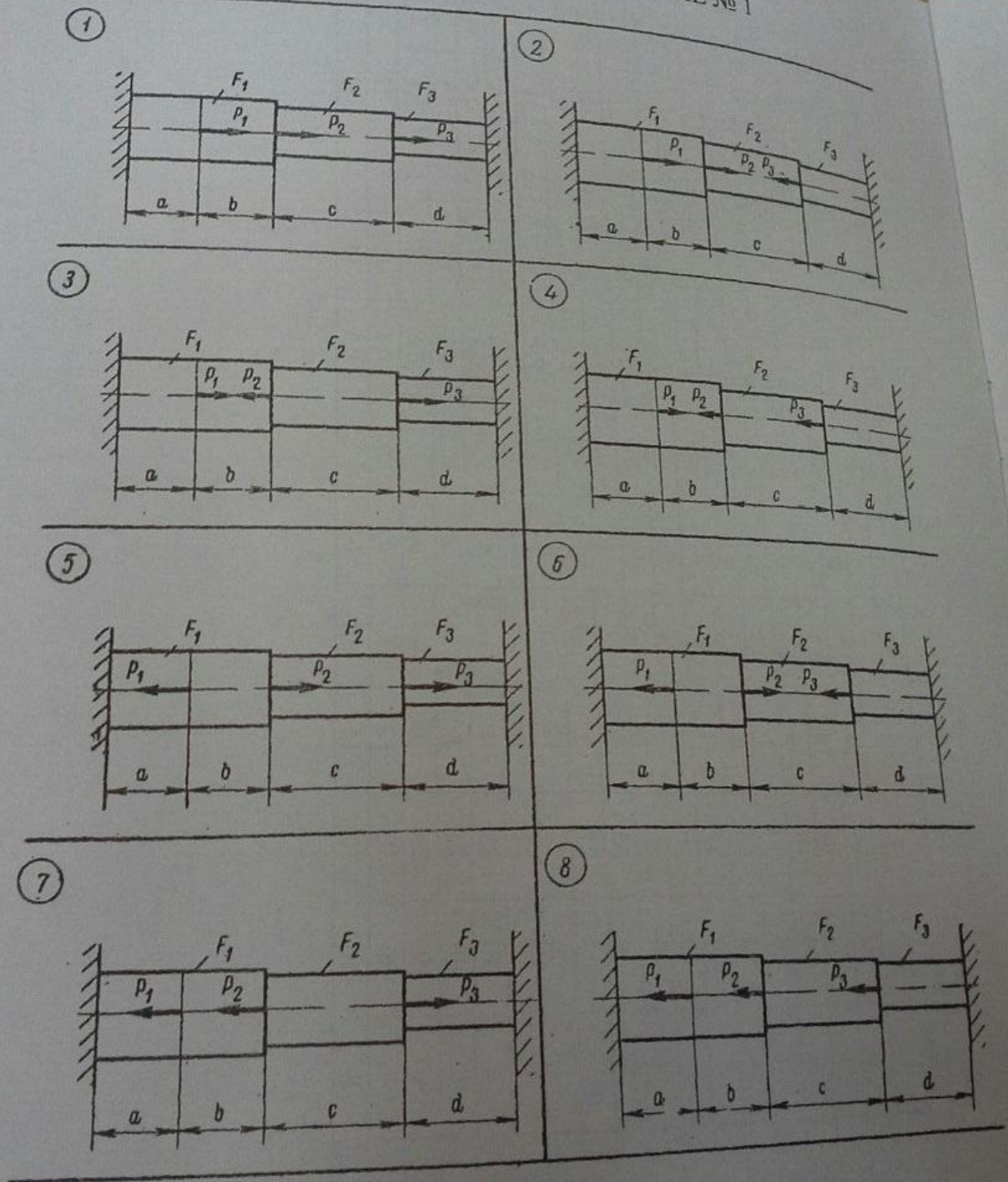


Рис. 1.2