КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

КИНЕМАТИКА

Для заданного положения механизма определить скорости точек  А, В и С, а также угловую скорость звена, совершающего плоскопараллельное движение. На рисунке показать вектора скоростей и направление угловой скорости.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ

Для заданного положения механизма требуется:

- установить вид движения каждого звена механизма;

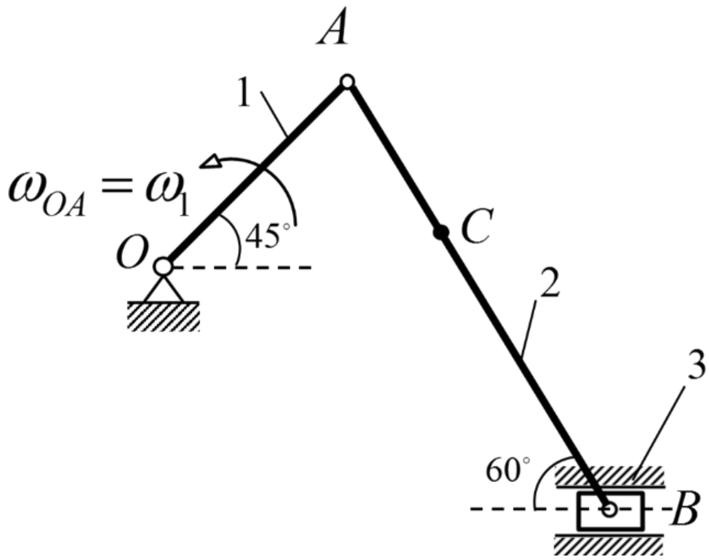
- определить величину и построить вектор скорости точки А;

-  найти положение мгновенного центров скоростей  звена, совершающего плоскопараллельное движение;

- построить векторы скоростей всех обозначенных на рисунке точек звеньев механизма.

Исходные данные:

$\omega_{OA} = 2\ рад/с,\ OA = 0.4\ м,\ AB = 0.8\ м,\ AC = 0.3\ м.$



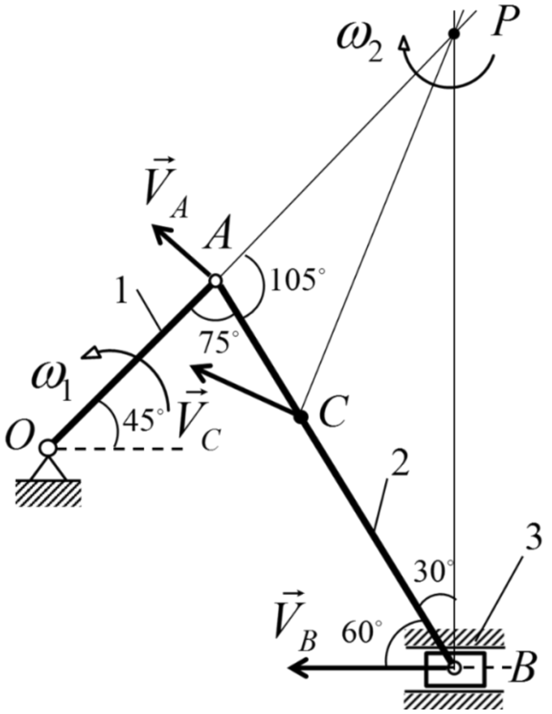
Имеем кривошипно- шатунный механизм, где кривошип ОА обозначим номером 1, а шатун АВ – номером 2. Тогда угловая скорость кривошипа $\omega_{OA} = \omega_1$, а угловая скорость шатуна $\omega_{AB} = \omega_2$.

Звено ОА совершает вращательное движение. Скорость точки А

$$V_A = \omega_1 \cdot OA = 2 \cdot 0.4 = 0.8 \, м/с.$$

Скорость перпендикулярна расстоянию ОА и направлена в сторону угловой скорости.

Звено 2 совершает плоскопараллельное движение. Известны линии действия скоростей двух точек тела ( точка В может двигаться только по горизонтали). Мгновенный центр скоростей (МЦС) находится в точке пересечения перпендикуляров Р. Угловую скорость $\omega_2$ показываем вокруг МЦС в сторону известного направления скорости точки А.




$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP}.$$

Из треугольника APB определяем расстояние AP, используя теорему синусов: $\dfrac{\sin 30^\circ}{AP}=\dfrac{\sin 45^\circ}{AB}; \quad \Rightarrow \quad AP=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot 0.8}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=0.57\,м$;

$$\omega_2=\frac{V_A}{AP}=\frac{0.8}{0.57}=1.4\,рад/с.$$

Скорость точки B: $V_B=\omega_2\cdot BP$

Расстояние BP определяем из треугольника APB, используя теорему синусов: $\dfrac{\sin 105^\circ}{PB}=\dfrac{\sin 30^\circ}{AP}; \quad \Rightarrow \quad PB=\dfrac{0.57\cdot 0.96}{0.5}=1.09\,м$

$$V_B=1.4\cdot 1.09=1.53\,м/с.$$

Вектор скорости $\overline{V}_B$ направлен по линии действия в сторону угловой скорости звена 2 $\omega_2$.

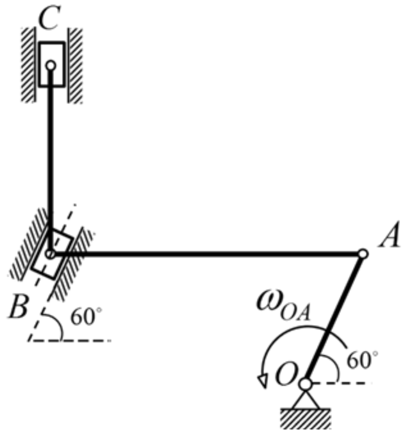
Скорость точки C: $V_C=\omega_2 CP$ .

Расстояние CP определяем из треугольника APC, используя теорему косинусов:

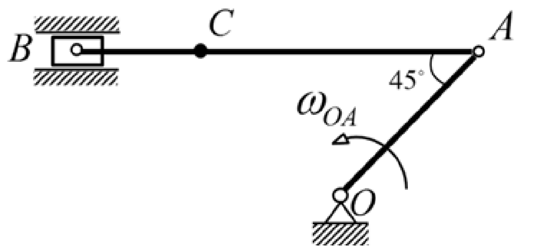
$$CP=\sqrt{AP^2+AC^2-2AP\cdot AC\cos 105^\circ}=$$
$$=\sqrt{0.57^2+0.3^2-2\cdot 0.57\cdot 0.3(-0.96)}=0.862\,м$$

$$V_C=\omega_2\cdot CP=1.4\cdot 0.862=1.21\,м/с.$$

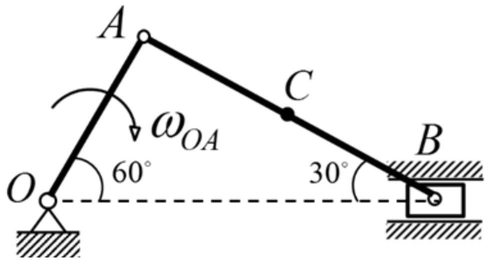
Расчетные схемы для контрольной работы по кинематике



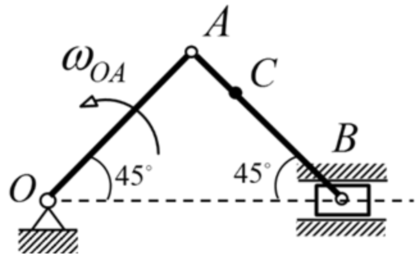

0



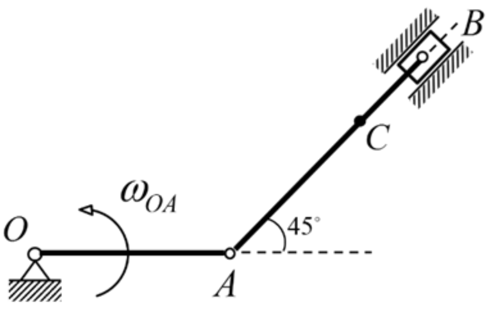

1



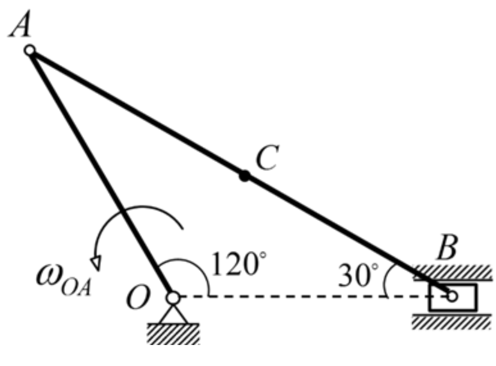

2



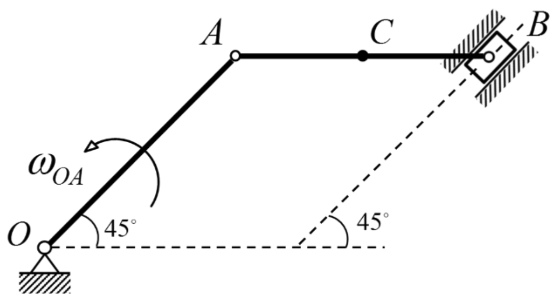

3



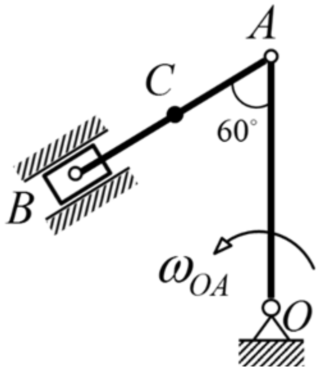

4



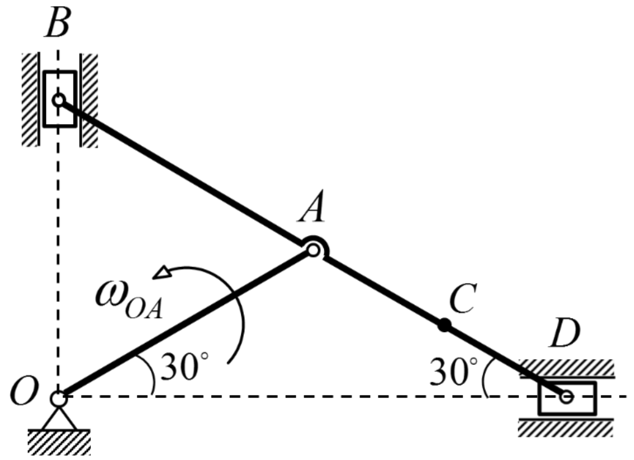

5



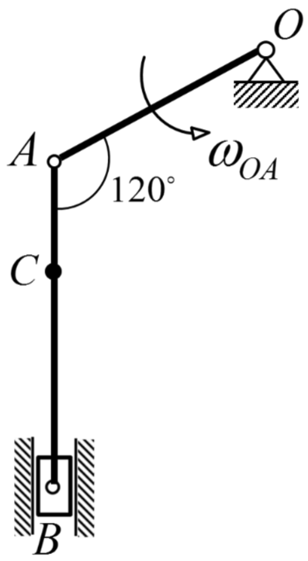

6




7




8




9

| *Номер варианта* | *Исходные данные* |
|---|---|
| 0 | $AB = 4OA = 2BC = 40$ *см*, $\omega_{OA} = 4$ *рад/с* |
| 1 | $AB = 2OA = 20$ *см*, $AC = 15$ *см*, $\omega_{OA} = 4$ *рад/с* |
| 2 | $OA = 30$ *см*, $AC = CB$, $\omega_{OA} = 6$ *рад/с* |
| 3 | $AB = 20$ *см*, $AC = 6$ *см*, $\omega_{OA} = 4$ *рад/с* |
| 4 | $OA = AC = 25$ *см*, $AB = 40$ *см*, $\omega_{OA} = 4$ *рад/с* |
| 5 | $OA = 20$ *см*, $AC = CB$, $\omega_{OA} = 3$ *рад/с* |
| 6 | $OA = 25$ *см*, $AB = 2AC = 30$ *см*, $\omega_{OA} = 2$ *рад/с* |
| 7 | $AB = 2AC = 40$ *см*, $OA = 50$ *см*, $\omega_{OA} = 5$ *рад/с* |
| 8 | $OA = AB = 2AC = 10$ *см*, $\omega_{OA} = 3$ *рад/с* |
| 9 | $AB = 3AC = 30$ *см*, $OA = 20$ *см*, $\omega_{OA} = 8$ *рад/с* |

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

ДИНАМИКА

В приведенных ниже расчетных схемах механическая система, состоящая из нескольких тел, под действием сил тяжести приходит в движение из состояния покоя. Учитывая трение скольжение (варианты 0, 1, 3, 4) и момент сопротивления $M$ и пренебрегая другими силами сопротивления и массами нитей, предполагаемыми нерастяжимыми, определить скорость груза 1 в тот момент, когда, опускаясь, оно пройдет путь, равный $S = 1 м$.

В задании приняты следующие обозначения:

$m_1, m_2, m_3$ - массы тел 1, 2 и 3;

$R, r$ - радиусы больших и малых окружностей;

$\alpha$ - угол наклона плоскости к горизонту;

$f$ - коэффициент трения скольжения;

$M$ - постоянный момент сопротивления.

Сила и коэффициент трения скольжения связаны соотношением $F_{тр} = f\,N$, где $N$ - нормальная реакция поверхности.

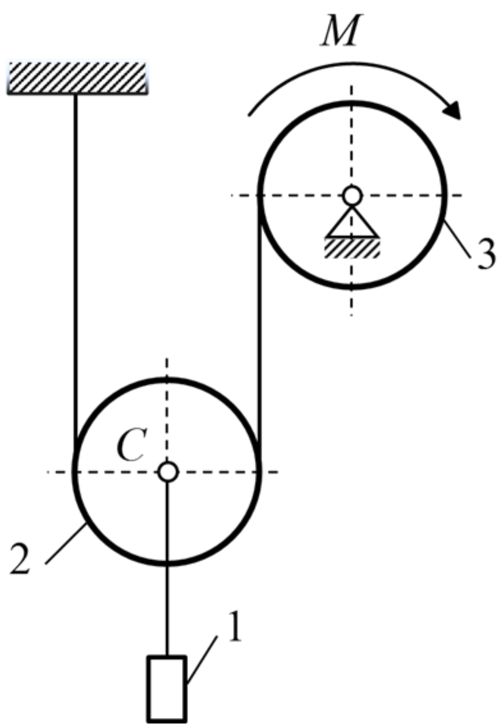
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ

Определим скорость груза 1 в механической системе, когда он пройдет расстояние S=1м . Схема механической системы представлена на рисунке. Нити считать невесомыми и нерастяжимыми.

**Исходные данные:**

$$m_1 = 40\,кг;\; m_2 = 10\,кг;\; m_3 = 20\,кг;\; R_2 = 20\,кг;\; R_3 = 50\,см;$$
$$M = 100\,H \cdot м;\;\; S = 1\,м.$$

**Решение.** Данная механическая система состоит из трех тел: груза 1, блока2 и барабана 3.




Применим теорему об изменении кинетической энергии механической энергии.

При перемещении системы из одного положения в другое изменение ее кинетической энергии равно сумме работ всех внешних и внутренних сил, действующих на эту систему

$$T_k - T_0 = \sum_i A_i^E + \sum_i A_i^I \;,$$

где $T_k$ и $T_0$ - кинетическая энергия системы в начальном и конечном положении;

$\sum A_i^E$ - сумма работ всех внешних сил, приложенных к системе на перемещении системы;

$\sum A_i^I$ - сумма работ всех внутренних сил.

Для рассматриваемых неизменяемых систем, состоящих из абсолютно твердых тел, соединенных нерастяжимыми нитями $\sum A_i^I = 0$.

Так как в начальном положении система находится в покое, то $T_0 = 0$.

Кинетическая энергия системы в конечном положении определяется как сумма кинетических энергий тел 1, 2, 3.

$$T = T_1 + T_2 + T_3.$$

Кинетическая энергия груза 1, движущегося поступательно

$$T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела 2, совершающего вращательное движение

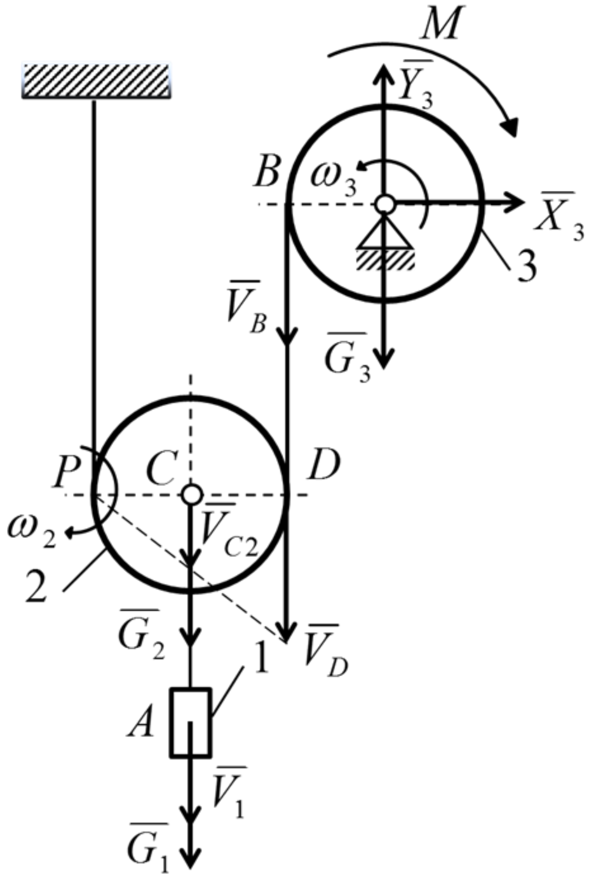
$$T_3 = \frac{I_3 \omega_3^2}{2}.$$

Кинетическая энергия катка 3, совершающего плоскопараллельное движение,

$$T_2 = \frac{m_2 V_{C2}^2}{2} + \frac{I_2 \omega_2^2}{2}$$

где $I_2$ и $I_3$ - моменты инерции относительно своих осей вращения. При вычислении моментов инерции оба блока считать однородными цилиндрами радиуса $R_1$ и $R_2$:

$$I_2 = \frac{m_2 R_2^2}{2}; \qquad I_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}.$$




К оси С подвижного блока 2 подвешен груз 1. Так как нить нерастяжима, то модуль скорости точки С равен скорости груза 1

$$V_{C2} = V_1.$$

Мгновенный центр скоростей тела 2 находится в точке Р (точка соприкосновения блока с неподвижной нитью). Тогда угловая скорость тела2 равна: $\omega_2 = \frac{V_{C2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$.

Скорость точкиD:

$$V_D = \omega_2 DP = \omega_2 2R_2 = \frac{V_1}{R_2} 2R_2 = 2V_1.$$

Угловая скорость тела 3 равна $\omega_3 = \frac{V_B}{R_3} = \frac{2V_1}{R_3}$ (1)

Запишем окончательно выражение кинетической энергии:

$$T = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_1^2}{4} + m_3 V_1^2 = \frac{V_1^2}{2}(m_1 + \frac{3}{4} m_2 + 2m_3).$$

Выражение, стоящее в скобках, обозначим $M_{np}$. Тогда кинетическую энергию механической системы можно записать

$$T = \frac{V_1^2}{2} M_{np}. \qquad (2)$$

Составим выражение работ всех внешних сил, действующих на механическую систему.

$$\sum_i A_i^E = A(\overline{G}_1) + A(\overline{G}_2) + A(\overline{G}_3) + A(M)$$

Работа силы тяжести $\overline{G}_1$ тела 1: $A(\overline{G}_1) = m_1 g h = m_1 g S_1$;

Работа силы тяжести $\overline{G}_2$ тела 2 : $A(\overline{G}_2) = m_2 g h_{C2} = m_2 g S_1$; так как скорости $V_{C2} = V_1$, то и перемещения тела 1 и точки подвеса $C2$ равны.

Работа силы тяжести $\overline{G}_3$ тела 3 : $A(\overline{G}_3) = 0$, так как сила тяжести приложена к неподвижной точке.

Работа момента сопротивления равна $A(M) = -M\varphi_3$, где $\varphi_3 = \frac{2S_1}{R_3}$, так как линейные и угловые перемещения находятся в такой же зависимости,

как соответствующие линейные и угловые скорости ( 1 ) :

$$A(M) = -M\frac{2S_1}{R_3}.$$

$$\sum_i A_i^E = m_1 g S_1 + m_2 g S_1 - M\,\frac{2S_1}{R_3} = S_1\left(m_1 g + m_2 g - \frac{2M}{R_3}\right).$$

Выражение, стоящее в скобках, назовем приведенной силой и обозначим $F_{пр}$. Тогда сумма работ внешних сил запишется:

$$\sum_i A_i^E = F_{пр} S \quad (3)$$

Приравнивая ( 2 ) и (3 ), получим выражение для скорости $V_1$:

$$\frac{V_1^2}{2} M_{пр} = F_{пр} \cdot S.$$

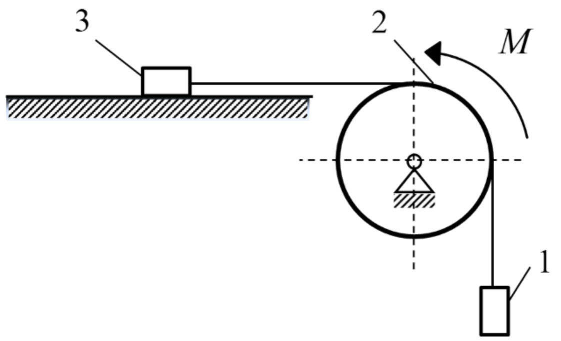
$$V_1 = \sqrt{\frac{2S \cdot F_{пр}}{M_{пр}}}. \qquad (4)$$

Подставляем исходные данные:

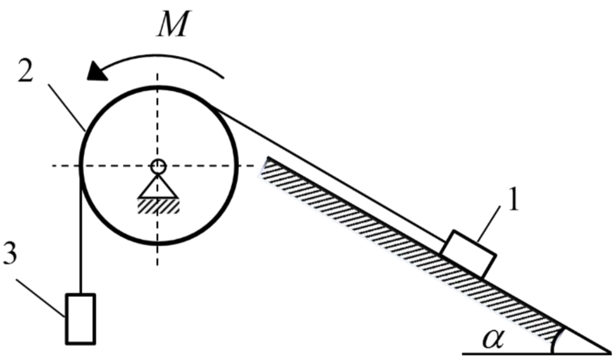
$$M_{пр} = 40 + \frac{3}{4}10 + 2 \cdot 20 = 87.5\ кг;\ F_{пр} = 40 \cdot 9.8 + 10 \cdot 9.8 - \frac{2 \cdot 100}{0.5} = 90\,Н$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot 90}{87,5}} = 2.06\ м/с.$$

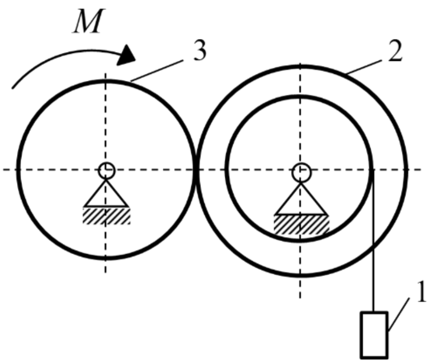
# Расчетные схемы для контрольной работы по динамике



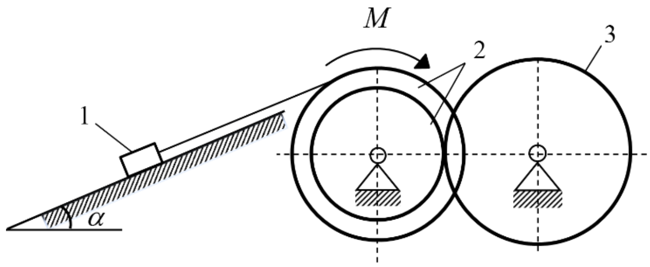

0



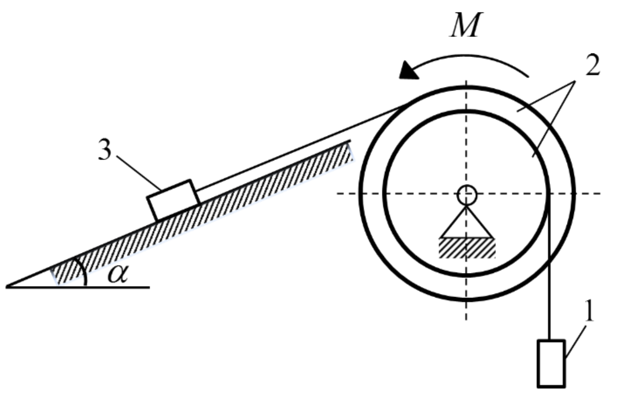

1



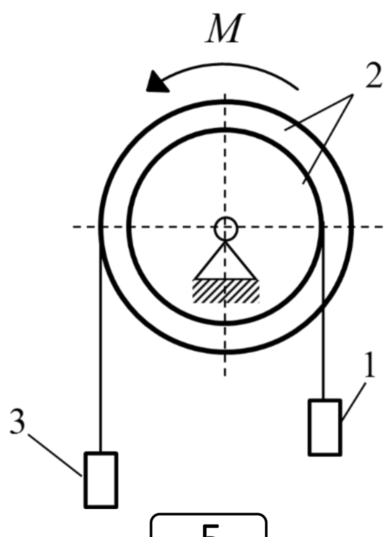

2



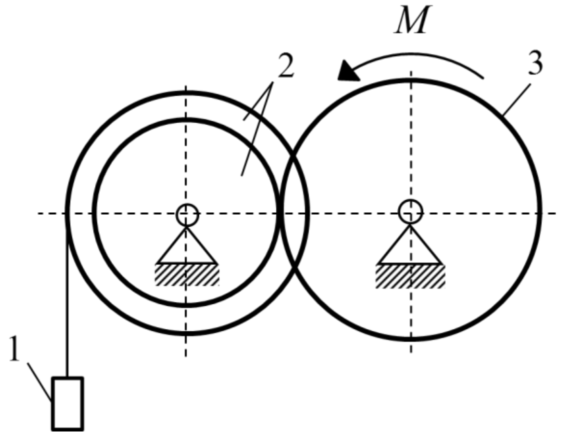

3

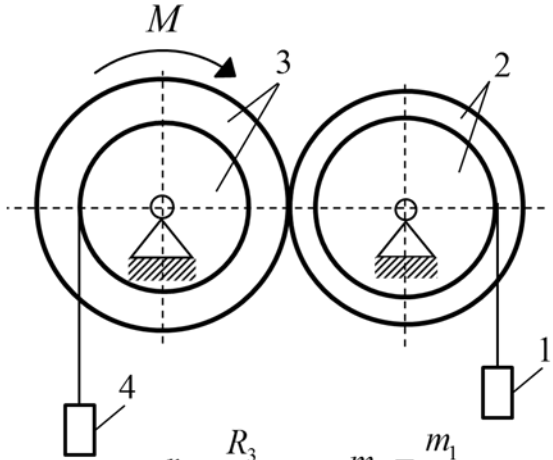



4




5

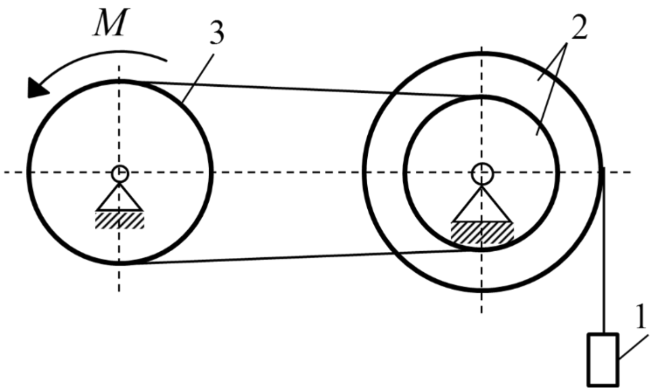


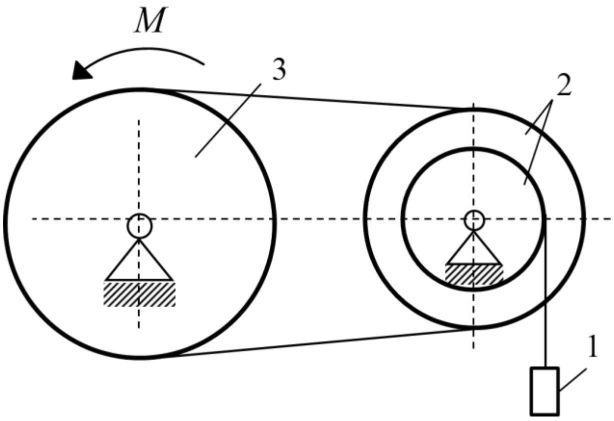




$$r_3 = \frac{R_3}{2} \qquad m_4 = \frac{m_1}{5}$$

6

7




8

9

## Исходные данные

| № вар. | $m_1$, кг | $m_2$, кг | $m_3$, кг | $R_2$, см | $R_3$, см | $r_2$, см | $f$ | $\alpha^\circ$ | $M$, Н·м |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 40 | 10 | 40 | 45 | - | - | 0,12 | - | 70 |
| 1 | 80 | 40 | 20 | 50 | - | - | 0,15 | 30 | 40 |
| 2 | 45 | 35 | 40 | 55 | 75 | 35 | - | - | 120 |
| 3 | 20 | 8 | 15 | 60 | 70 | 40 | 0,10 | - | 60 |
| 4 | 100 | 20 | 20 | 55 | 65 | 20 | 0,25 | 20 | 50 |
| 5 | 145 | 20 | 15 | 40 | - | 15 | - | - | 90 |
| 6 | 20 | 30 | 50 | 50 | 85 | 25 | - | - | 80 |
| 7 | 85 | 30 | 70 | 45 | 50 | 30 | - | - | 100 |
| 8 | 40 | 20 | 100 | 60 | 40 | 40 | - | - | 70 |
| 9 | 55 | 32 | 30 | 40 | 55 | 20 | - | - | 100 |