

3. По полученным значениям строим эпюру крутящих моментов (рис.21).
4. По эпюре $M_{кр}$ определяем расчетное значение крутящего момента – наибольшее по абсолютной величине значение крутящего момента: $M_{расч} = \max |M_{кр}| = 400 \text{ Нм}$.

Пример 6. Расчет вала на кручение

На рис. 22а приведена схема трансмиссионного вала с насаженными шкивами: один из них ведущий, остальные ведомые. К шкивам приложены пары с моментом движущим M_0 на ведущем шкиве и моментами сопротивления M_1, M_2, M_3 на ведомых шкивах. Вал вращается равномерно.

Пренебрегая весом вала и шкивов, определить:

1. Размер кольцевого поперечного сечения вала из условия прочности и жесткости.
2. Угол закручивания вала на участке между сечениями, в которых приложены моменты M_1 и M_2 .

Исходные данные:

Схема 9

$$M_1 = 8,5 \text{ кН}, l_1 = 0,4 \text{ м}, G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа},$$

$$M_2 = 15,0 \text{ кН}, l_2 = 0,6 \text{ м}, [\tau] = 50 \text{ МПа}$$

$$M_3 = 0,8 \text{ кН}, l_3 = 0,8 \text{ м}, [\Theta] = 0,7 \text{ град/м}$$

$$c = \frac{d}{D} = 0,85$$

Решение.

1. Изобразим схему вала (рис. 22а), указав буквенные и численные значения заданных величин.

2. Определим величину M_0 момента движущего из условия равновесия вала. При равномерном вращении вала сумма внешних моментов, действующих на вал, равна нулю.

$$M_1 + M_2 + M_3 - M_0 = 0, \text{ тогда}$$

$$M_0 = M_1 + M_2 + M_3 = 8,5 + 15,0 + 0,8 = 24,3 \text{ кНм}$$

3. Определим значения крутящих моментов, действующих на участках вала между шкивами (рис. 16б, в, г). Для этого используется метод сечений. Крутящий момент считается положительным, если

при взгляде на торец сечения мы видим крутящий момент направленным по ходу часовой стрелки.

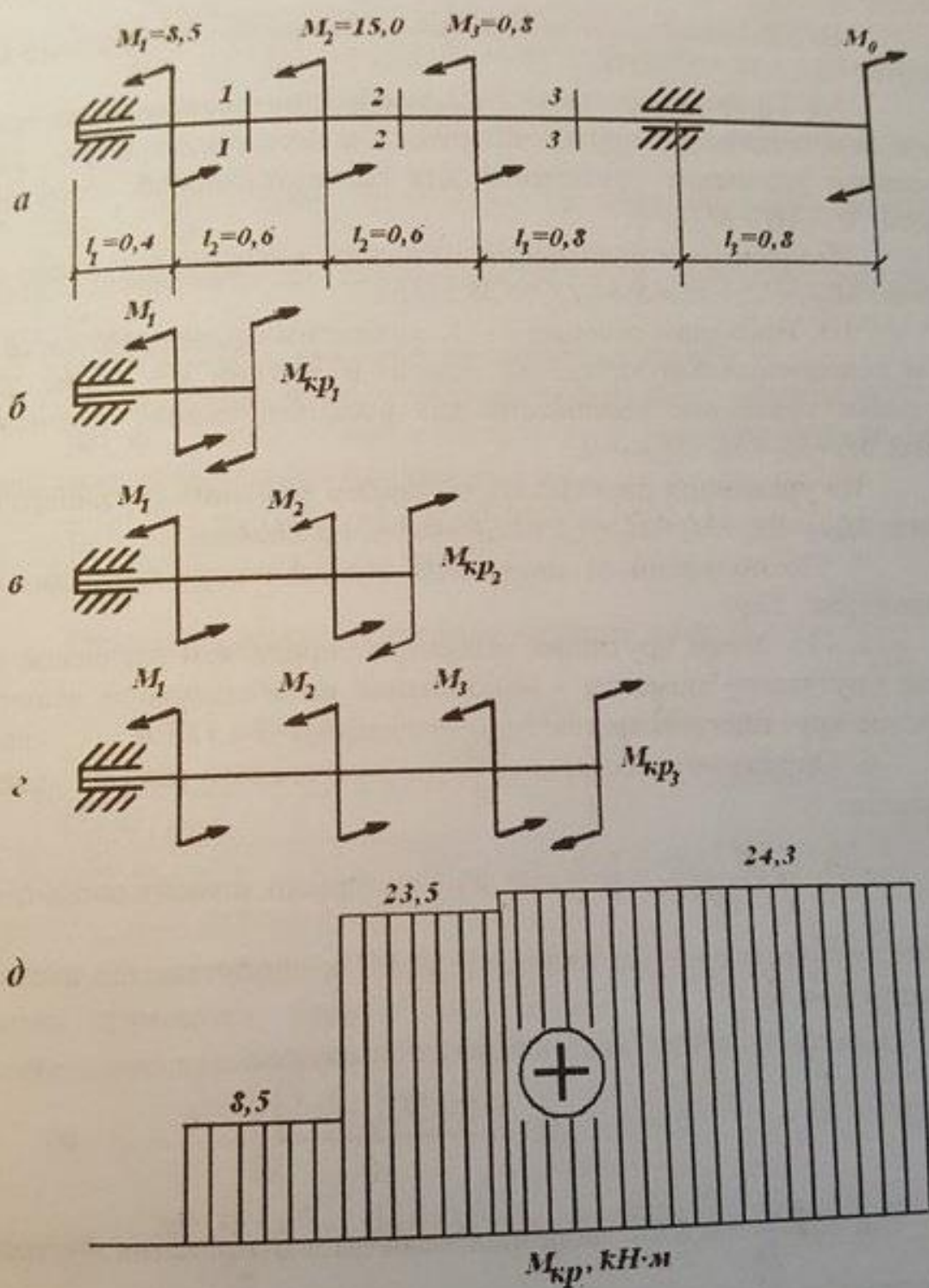


Рис. 22

3.1. Проведем сечение 1 – 1, изобразим отсеченную часть вала и положительный крутящий момент в сечении 1 – 1 (рис. 22б), составим уравнение равновесия для рассматриваемой отсеченной части: $M_1 - M_{кр1} = 0$.

Из уравнения равновесия вычислим значение крутящего момента: $M_{кр1} = M_1 = 8,5 \text{ кНм}$.

3.2. Проведем сечение 2 – 2, изобразим отсеченную часть вала и положительный крутящий момент в сечении 2 – 2 (рис. 22в), составим уравнение равновесия для рассматриваемой отсеченной части: $M_1 + M_2 - M_{кр2} = 0$.

Из уравнения равновесия вычислим значение крутящего момента: $M_{кр2} = M_1 + M_2 = 8,5 + 15,0 = 23,5 \text{ кНм}$.

3.3. Проведем сечение 3 – 3, изобразим отсеченную часть вала и положительный крутящий момент в сечении 3 – 3 (рис. 22г), составим уравнение равновесия для рассматриваемой отсеченной части: $M_1 + M_2 + M_3 - M_{кр3} = 0$.

Из уравнения равновесия вычислим значение крутящего момента: $M_{кр3} = M_1 + M_2 + M_3 = 8,5 + 15,0 + 0,8 = 24,3 \text{ кНм}$.

4. По полученным значениям строим эпюру крутящих моментов (рис. 22д).

5. По эпюре крутящих моментов определяем расчетное значение крутящего момента - наибольшее по абсолютной величине значение крутящего момента: $M_{расч} = \max |M_{кр}| = 24,3 \text{ кНм}$

6. Определим размеры сечения пустотелого вала из условия прочности.

$$\tau_{\max} = \frac{M_{расч}}{W_p} \leq [\tau], \text{ где } W_p - \text{ полярный момент сопротивления}$$

поперечного сечения вала; $[\tau] = 50 \text{ МПа}$ - допускаемое касательное напряжение.

Для пустотелого кольцевого сечения вала

$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3 (1 - c^4)}{16},$$

где $c = \frac{d}{D} = 0,85$ - заданная величина отношения внутреннего диаметра вала к наружному диаметру вала.

$$\tau_{\max} = \frac{16M_{\text{РАСЧ}}}{\pi D^3(1-c^4)} \leq [\tau],$$

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{\text{РАСЧ}}}{\pi(1-c^4)[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 24,3 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (1-0,85^4) \cdot 50 \cdot 10^6}} = 0,173 \text{ м.}$$

Принимаем $D=0,173 \text{ м}$, $d=0,85D=0,85 \cdot 0,173=0,147 \text{ м}$

7. Определим поперечные размеры вала из условия жестко-

сти: $\varphi_{\max} = \frac{M_{\text{РАСЧ}} \ell}{GI_p} \leq [\Theta]$, где $\ell=1 \text{ м}$ – это значение длины подстав-

ляется независимо от длины участка, на котором действует

$M_{\text{РАСЧ}}=M_{\max}$;

$G=8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ – модуль упругости при сдвиге;

I_p – полярный момент инерции поперечного сечения вала;

$[\Theta]=0,7 \text{ град/м}$ – допускаемый угол закручивания на метр длины вала, выраженный в радианах.

$$[\Theta]_{\text{рад}} = [\Theta^\circ] \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{0,7 \cdot 3,14}{180^\circ} = 12,21 \cdot 10^{-3}$$

Полярный момент инерции полого вала $I_p = \frac{\pi D^4(1-c^4)}{32}$,

тогда $\varphi_{\max} = \frac{32M_{\text{РАСЧ}} \ell}{G\pi D^4(1-c^4)} \leq [\Theta]$ и

$$D \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{\text{РАСЧ}} \ell}{G\pi[\Theta](1-c^4)}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 24,3 \cdot 1}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 12,21 \cdot 10^{-3} \cdot (1-0,85^4)}} = 0,027 \text{ м}$$

$D=0,027 \text{ м}$, $d=0,85D=0,85 \cdot 0,027=0,023 \text{ м}$.

8. Таким образом, требуемые размеры вала, полученные из условия прочности, больше полученных из условия жесткости.

Окончательно принимаем $D=0,173 \text{ м}$, $d=0,147 \text{ м}$.

$$9. I_p = \frac{\pi D^4(1-c^4)}{32} = \frac{3,14 \cdot 0,173^4 \cdot (1-0,85^4)}{32} = 42,013 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4,$$

$$W_p = \frac{\pi D^3(1-c^4)}{16} = \frac{3,14 \cdot 0,173^3 \cdot (1-0,85^4)}{16} = 4,857 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

10. Определим угол закручивания вала на участке между сечениями, в которых приложены моменты M_1 и M_3 , сложив деформации участков, расположенных между этими сечениями.

$$\varphi_{21} = \frac{M_{KP1} \ell_2}{GI_P} = \frac{8,5 \cdot 10^3 \cdot 0,6}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 42,013 \cdot 10^{-6}} = 1,52 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_{32} = \frac{M_{KP2} \ell_2}{GI_P} = \frac{23,5 \cdot 10^3 \cdot 0,6}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 42,013 \cdot 10^{-6}} = 4,19 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32} = (1,52 + 4,19) \cdot 10^{-3} = 5,71 \cdot 10^{-3}$$

ЗАДАЧА 3

На рис.29 приведены схемы трансмиссионного вала с насаженными шкивами: один из них ведущий, остальные ведомые. К шкивам приложены пары с моментом движущим M_0 на ведущем шкиве и моментами сопротивления M_1 , M_2 , M_3 на ведомых шкивах. Вал вращается равномерно. Требуется, пренебрегая весом вала и шкивов, определить:

1. размер кольцевого поперечного сечения вала из условия прочности и жесткости; модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^4$ Мпа.
2. угол закручивания вала на участке между сечениями, в которых приложены моменты M_1 и M_3 .

Исходные данные приведены в табл.3.

Таблица 3

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис. 29	M_1 , кН м	M_2 , кН м	M_3 , кН м	l_1 , м	l_2 , м	l_3 , м	$[\tau]$, МПа	$[\theta]$, град м	$c = \frac{d}{D}$
1	1	4,5	16,0	10,0	0,2	0,5	0,6	30	0,25	0,8
2	2	16,5	11,0	5,0	0,4	0,3	0,2	35	0,5	0,7
3	3	17,0	11,5	5,5	0,3	0,6	0,4	40	0,55	0,6
4	4	12,0	6,0	18,0	0,3	0,5	0,6	45	0,8	0,75
5	5	6,5	13,0	19,5	0,6	0,2	0,4	50	0,3	0,65
6	6	18,5	7,0	13,5	0,3	0,7	0,5	55	0,9	0,8
7	7	4,5	14,0	7,5	0,4	0,8	0,6	60	0,9	0,9
8	8	14,5	8,0	5,5	0,7	0,5	0,3	55	0,35	0,7
9	9	8,5	15,0	0,8	0,4	0,6	0,8	50	0,7	0,85
0	10	6,5	9,0	15,5	0,6	0,3	0,5	40	0,4	0,6

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАЧИ.

1. Изобразить схему вала (рис.30, а), указав буквенные и численные значения заданных величин, оставив место под ней для расчетной схемы и эпюры.

2. Определить величину M_0 момента движущего из условия равновесия вала

$$\sum_0^3 M_k = 0.$$

3. С помощью метода сечений определить крутящий момент $M_{кр}$, возникающий в поперечных сечениях вала (рис.30, б, в, г).

4. Под расчетной схемой вала построить эпюру крутящего момента $M_{кр}$ (рис.30, д).

5. По эпюре $M_{кр}$ определить расчетное значение крутящего момента $M_{расч}$ – наибольшее по абсолютной величине значение крутящего момента.
6. Определить размеры сечения пустотелого вала из условия прочности.
7. Определить размеры сечения вала из условия жесткости.
8. Принять окончательные размеры поперечного сечения вала.
9. Определить полярный момент инерции сечения вала.
10. Определить угол закручивания φ вала на участке между сечениями, в которых приложены моменты M_1 и M_3 , сложив деформации участков, расположенных между этими сечениями.

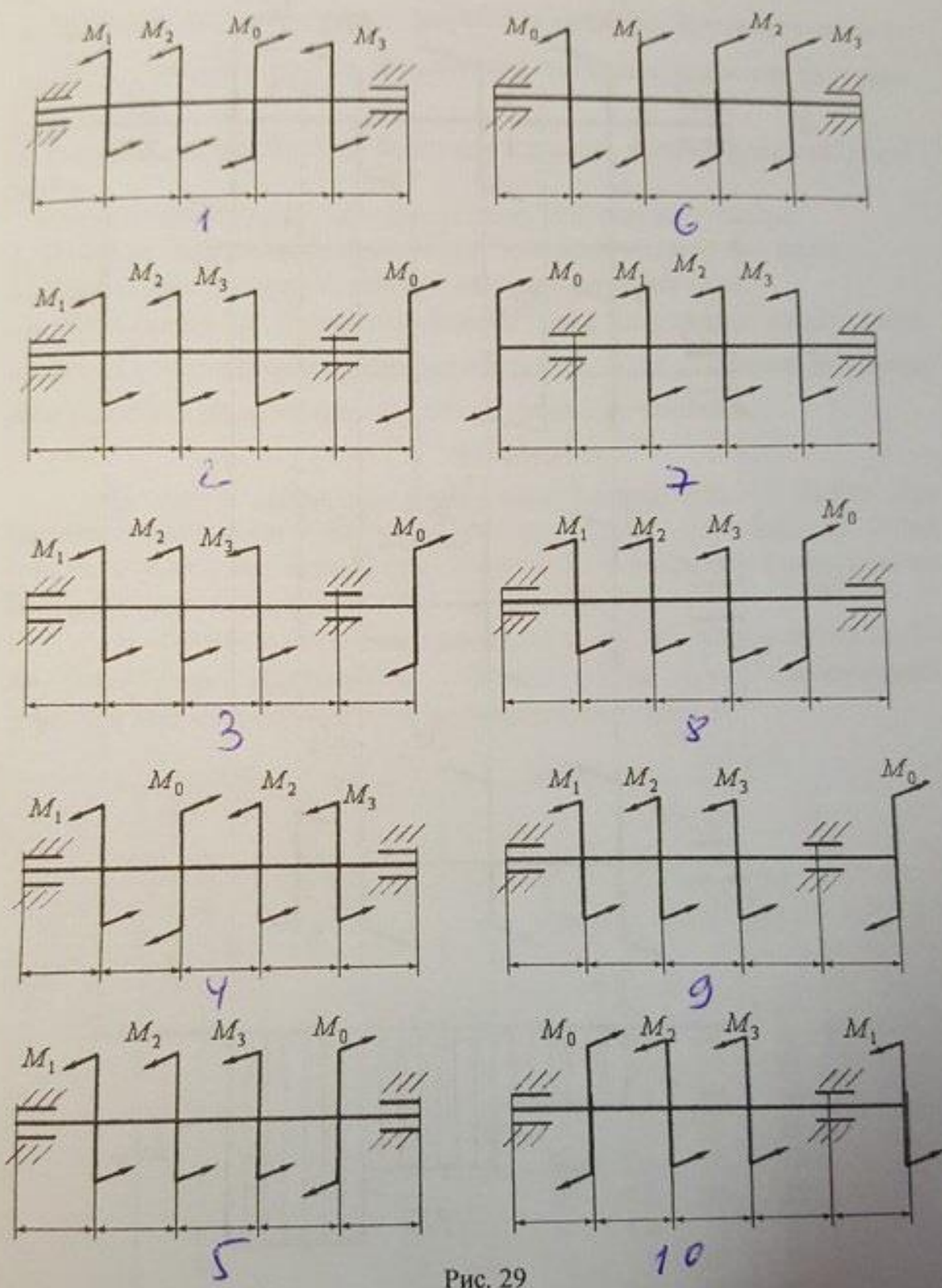


Рис. 29

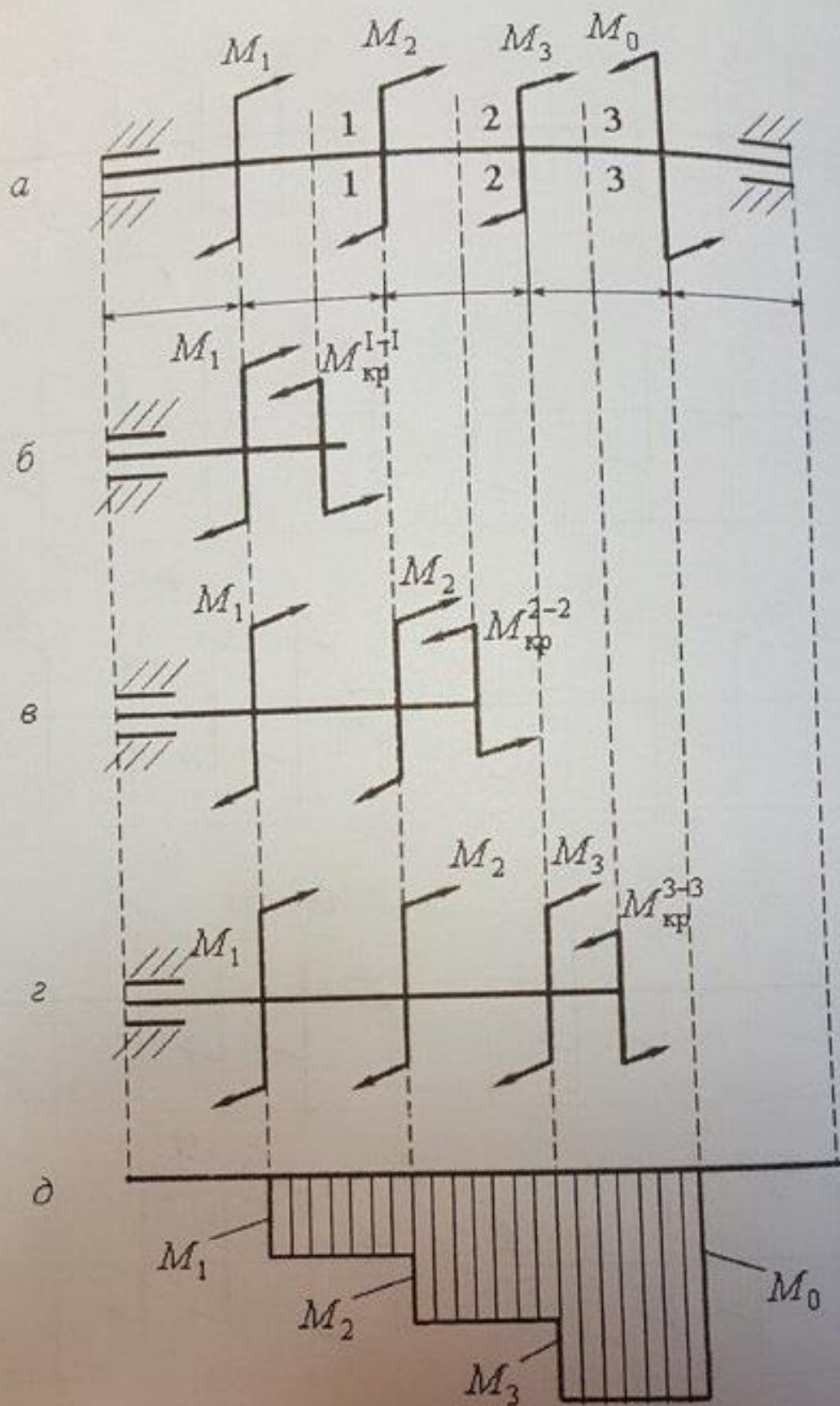


Рис. 30