

Введение

Учебной программой курса «Соппротивление материалов» предусматривается изучение методики расчёта стержневой системы на сложное сопротивление в рамках выполнения расчетно-графической работы. Цель работы состоит в развитии у обучающихся навыков решения данного вида задач - важных для использования в смежных дисциплинах и производственной практике.

Рассмотрены основные положения расчета пространственных стержневых систем, основанные на использовании теории изгиба и кручения балок.

Указания сопровождаются примерами, позволяющими выбрать правильный путь решения, и предназначены для использования при проведении практических занятий и самостоятельной работы студентов.

Общие положения

В практике проектирования инженерных сооружений и конструирования машин часто встречаются случаи одновременного действия на элементы конструкций нескольких видов деформаций, например: косо́й изгиб, изгиб с кручением, внецентренное действие силы. В таких случаях считается, что элементы конструкций (стержни) находятся в условиях сложного сопротивления. Поэтому при выполнении прочностного расчета необходимо определить все внутренние усилия, действующие на стержневую систему и выполнить проверку прочности стержней при одновременном действии нескольких видов деформаций по одной из теорий прочности.

Расчет стержневой системы на сложное сопротивление.

Конструкция состоит из двух стержней, которые жестко соединены между собой и при этом каждый стержень испытывает сложное сопротивление. Необходимо установить характер действующих нагрузок на стержень. Построить эпюры перерезывающих сил, изгибающих и крутящих моментов и, исходя из условия прочности, определить размеры поперечных сечений стержней.

1. Пример расчета

Дано: $M_2=12\text{кНм}$; $P_1=25\text{кН}$; $P_2=15\text{кН}$; $a=1,5\text{м}$; $b=2,2\text{м}$.

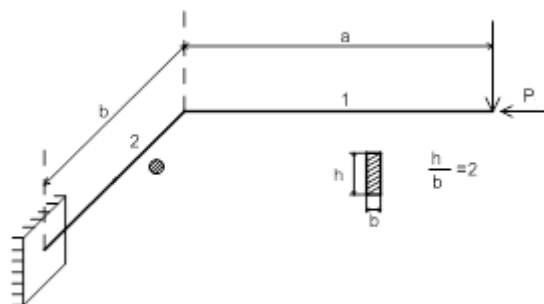
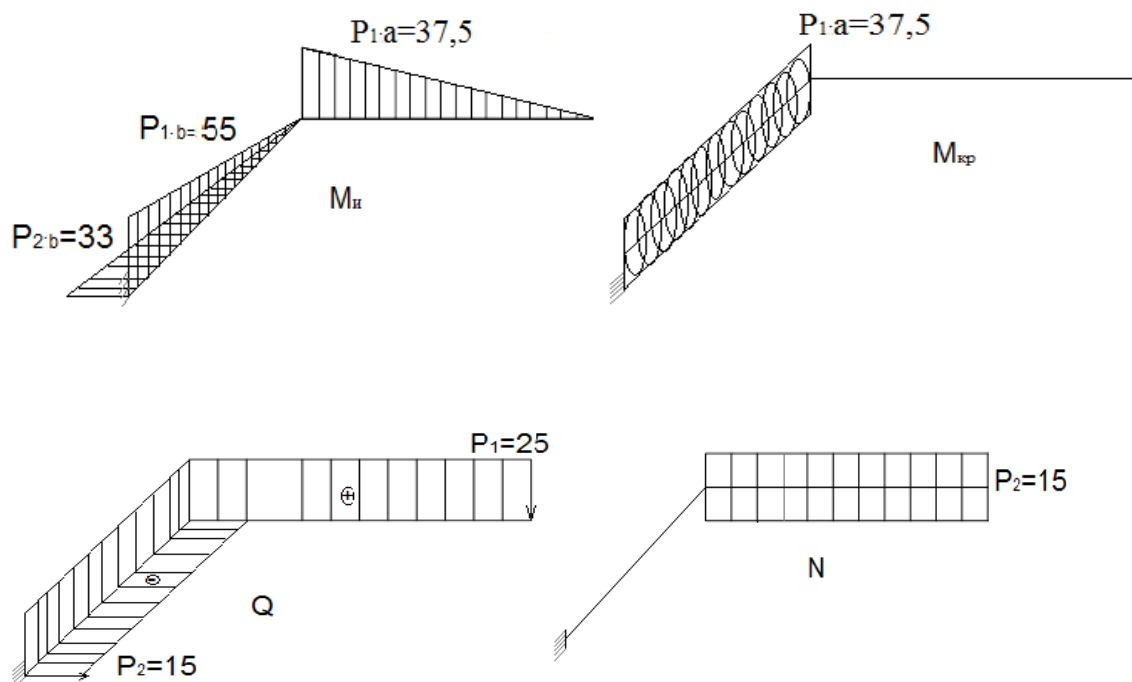


Рис. 1.1

1.1. Виды нагрузок стержней.

Первый стержень испытывает сжатие от силы P_2 и изгиб от силы P_1 .
Второй стержень испытывает изгиб от сил P_1 и P_2 и кручение от силы P_1 (по часовой стрелке).

Строим эпюры изгибающих и крутящих моментов, продольных и перерезывающих сил.



1.2. Расчет 1-го стержня.

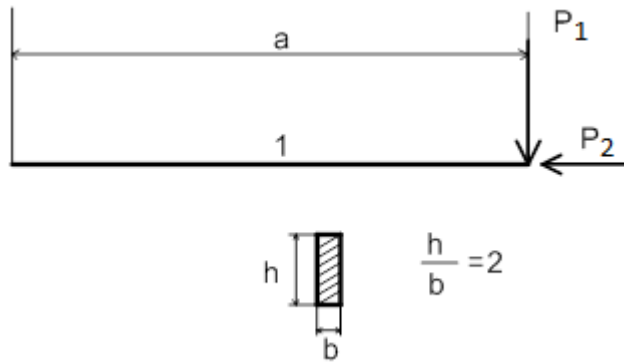


Рис. 1.2.

Осевое сжатие стержня $N = P_2 = -15$ кН.

Изгибающий момент, вызванный силой P_1 ,

$M_z = P_1 \cdot a = 25 \cdot 1,5 = 37,5$ кНм (эпюры строим со стороны растянутых волокон)

Перерезывающая сила $Q = P_1 = 25$ кН.

Условие прочности при совместном действии сжатия и изгиба

$$(1) \quad \sigma_{max} = -\frac{N}{F} \pm \frac{M_z}{W} \leq [\sigma]; \text{ стержень стальной } [\sigma] = 160 \text{ МПа.}$$

Определяем момент сопротивления сечения стержня из условия прочности на изгиб

$$(2) \quad \sigma_{max} = \frac{M_z}{W} \leq [\sigma]$$

$$W = \frac{M_z}{[\sigma]} = \frac{37,5}{160 \cdot 10^3} = 23,44 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 \quad (W = 23,44 \text{ см}^3);$$

для того чтобы учесть сжатие стержня, используем коэффициент дополнительной нагрузки

$K_{дн} = 1,1 - 1,4;$

$$(3) \quad W_p = K_{дн} \cdot W = 1,1 \cdot 23,44 = 25,8 \text{ см}^3$$

определяем поперечные размеры стержня,

для прямоугольного стержня $W = \frac{bh^2}{6},$

по условию задачи $\frac{h}{b} = 2 \rightarrow h = 2b; \quad W = \frac{4b^3}{6};$

ширина бруса $b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot W_p}{4}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 25,8}{4}} \approx 3,4 \text{ см};$

высота бруса $h = 2b = 6,8 \text{ см};$

сечение бруса $(b \times h) = (3,4 \times 6,8) \text{ см.}$

Полученное сечение проверяем из условия прочности при совместном действии сжатия и изгиба (ф-ла 1)

$$\sigma_{max} = -\frac{N}{F} - \frac{M_z}{W} \leq [\sigma];$$

$F = 3,4 \cdot 6,8 = 23 \text{ см}^2$ – площадь сечения 1-го стержня;

$$\sigma_{max} = \left| -\frac{15}{23 \cdot 10^{-4}} - \frac{37,5}{25,8 \cdot 10^{-5}} \right| = 152 \cdot 10^3 \text{ Па} = 152 \text{ МПа}$$

$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ - условие прочности выполняется.

1.3. Расчет 2-го стержня.

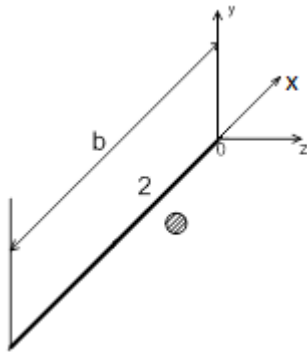


Рис. 1.3

Изгибающие моменты от сил P_1 и P_2

$$M_z = P_1 \cdot b = 25 \cdot 2,2 = 55 \text{ кН}\cdot\text{м} \text{ и } M_y = P_2 \cdot b = 15 \cdot 2,2 = 33 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Крутящий момент, вызванный силой P_1

$$M_{кр} = -P_1 \cdot a = 25 \cdot 1,5 = 37,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Перерезывающие силы $Q_y = P_1 = 25 \text{ кН}$ и $Q_z = P_2 = -15 \text{ кН}$

2-ой стержень испытывает совместное действие изгиба и кручения.

Условие прочности по IV теории прочности

$$(4) \quad \sigma_{\text{ЭК}} = \frac{\sqrt{M_z^2 + M_y^2 + 0,75 M_{кр}^2}}{W} \leq [\sigma];$$

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа};$$

момент сопротивления сечения стержня

для круглого поперечного сечения определяется по ф-ле $W = 0,1d^3$

из уравнения (4) получим диаметр стержня;

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{33^2 + 55^2 + 0,75(37,5)^2}}{0,1 \cdot 160000}} = 0,173 \text{ м} = 17,3 \text{ см}$$

1.3. Результаты расчета стержневой конструкции.

1-ый стержень имеет прямоугольное поперечное сечение с размерами $(b \times h) = (3,4 \times 6,8) \text{ см}$;

2-ой стержень круглого поперечного сечения имеет диаметр $d = 17,3 \text{ см}$

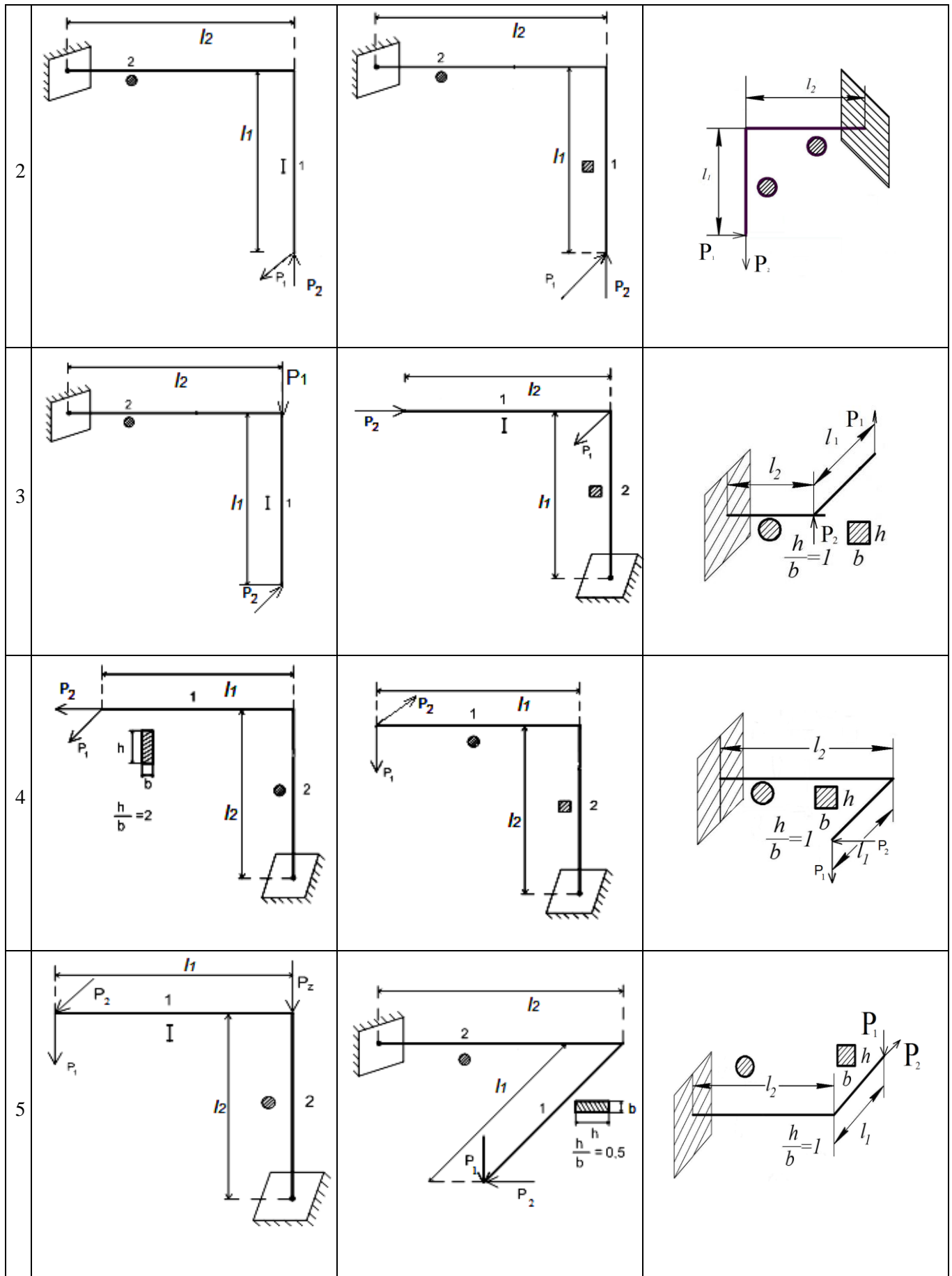
2. Контрольные задания

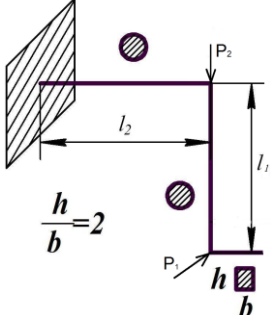
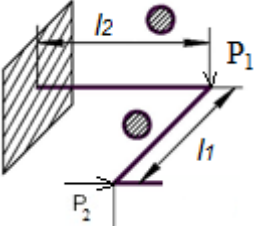
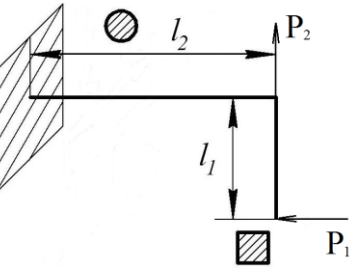
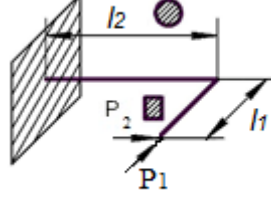
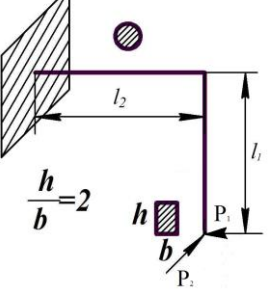
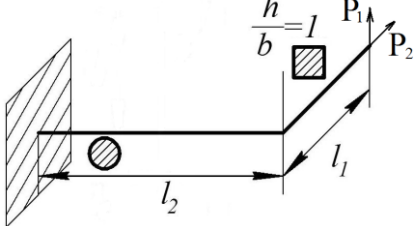
Таблица 1

Буква в шифре	№ цифры в шифре	a м	b м	P ₁ кН	P ₂ кН
А	1	2	1,5	25	10
	2	2,5	1,3	15	20
	3	1,6	2	10	5
	4	1,2	1,5	12	15
	5	1,3	2,2	6	20
	6	2	2	8	12
	7	2,5	1	10	15
	8	1,5	2,5	14	12
В	1	1,2	2	20	10
	2	2,2	1,3	25	16
	3	2,5	1,8	16	10
	4	2,7	2,0	18	20
	5	3,0	2,2	12	24
	6	2,4	2,8	20	28
	7	2,2	3,0	24	30
	8	2,8	2,4	16	20
С	1	3,0	1,6	10	20
	2	3,2	1,8	12	18
	3	3,4	2,0	14	16
	4	3,0	2,4	16	10
	5	3,6	2,0	20	14
	6	3,8	1,8	24	16
	7	3,2	2,0	20	26
	8	3,6	3,0	16	10

3. Расчетные схемы

№	А	В	С
1			



6			
7			
8	