Контрольная работа № 1

Расчет на прочность и жесткость при растяжении (сжатии)

Настоящая контрольная работа является продолжением предыдущей и основана на полученных в ней результатах.

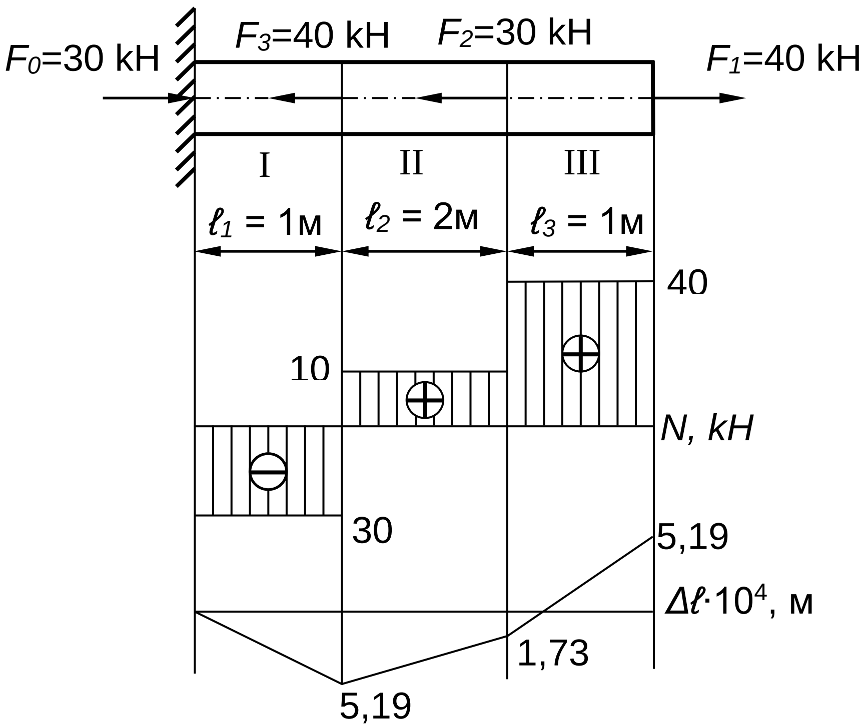
Задача 1. Для расчетной схемы первой задачи предыдущей контрольной работы из условия прочности выбрать стандартный стержень квадратного поперечного сечения при условии, что сечение постоянно на всех грузовых участках; найти величину нормальных напряжений в опасном сечении выбранного стержня и построить эпюру распределения напряжений по поперечному сечению стержня; определить осевые перемещения сечений стержня и построить эпюру перемещений; проверить выполнение условия жесткости.

Если условие жесткости не выполняется, выбрать стандартный стержень новых размеров поперечного сечения.

Исходные данные. Эпюра продольной силы, построенная в предыдущей контрольной работе, допускаемое напряжение на растяжение – сжатие [σ]= 150 МПа, модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, допускаемое значение удлинения стержня $[\Delta\ell] = \Sigma\ell_i \cdot 10^{-4}$ м, где ℓ_i – длины грузовых участков.

Пример решения

Рассмотрим расчетную схему стержня, нагруженного внешними силами, которые действуют строго вдоль его оси. Эпюра продольной силы для этого случая нагружения была получена при решении примера для предыдущей контрольной работы.



а) Для определения размеров постоянного по длине поперечного стержня квадратного сечения воспользуемся условием прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{|N_{\max}|}{A} \le [\sigma],$$

где σ_{max} – максимальное значение нормального напряжения при растяжении – сжатии; $|N_{max}|$ – максимальное значение продольной силы, определяемое по эпюре; A – площадь поперечного сечения стержня. В нашем случае $|N_{max}|$ = 40 кН (см. эпюру), $[\sigma]$= 150 МПа. Решая предыдущее неравенство относительно площади А, получаем:

$$A_{тр} \ge \frac{|N_{\max}|}{[\sigma]} = \frac{40 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^6} = 2{,}67 \cdot 10^{-4}\, м^2. \;.$$

Поскольку по условию задачи поперечное сечение имеет форму квадрата, то сторона квадрата:

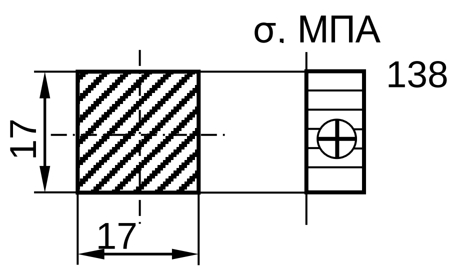
$$a_{тр} = \sqrt{A_{тр}} = \sqrt{2{,}67 \cdot 10^{-4}} = 1{,}63 \cdot 10^{-2}\, м = 16{,}3 мм.$$

Расчетное значение стороны квадрата a округляем до ближайшего большего значения из стандартного ряда поперечных размеров стального прутка круглого и квадратного поперечного сечения: (по ГОСТ 6636-69, ряда *Ra40*), мм: 10; 10,5; 11; 11,5; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 53; 56; 60; 63; 67; 71; 75; 80; 85; 90; 95; 100; 105; 110; 120; 125; 130; 140; 150; 160; 170; 180; 190;200; 210; 220; 240; 250; 260; 280; 300 и т.д. Для нашего случая стандартное значение a = 17 мм. Тогда A = 17^2 = 289 мм^2 = $2{,}89 \cdot 10^{-4}$м^2.

б) Нормальные напряжения в материале при растяжении-сжатии стержней определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{|N|_{\max}}{A} \frac{40 \cdot 10^3}{2{,}89 \cdot 10^{-4}} = 1{,}38 \cdot 10^{-8}\, Па = 138 МПА.$$

Внешние силы действуют строго по оси стержня. Следовательно, напряжения в сечении будут распределены равномерно. Выбранное стандартное сечение стержня и эпюра возникающих в нем напряжений показаны на рисунке.



в) Деформация на i - м участке стержня при растяжении – сжатии определяется по закону Гука, записанному для деформаций:

$$\Delta\ell_{xi} = \Delta\ell_{x(i-1)k} + \frac{N_{xi} \cdot x_i}{E \cdot A},$$

где $\Delta\ell_{x(i-1)k}$ – перемещение крайнего сечения i - 1 грузового участка на границе с i -м участком.

N_{xi} – продольная сила на i - м участке;

x_i – координата произвольного сечения на i-м участке относительно его начала.

Нумерацию участков при построении эпюры $\Delta\ell$ рекомендуется вести от заделки стержня, так как сечение в заделке неподвижно и его перемещение всегда равно нулю.

I – й грузовой участок $0 \le x_1 \le 1$:

$$\Delta\ell_{x_1=0} = 0 + \frac{-30 \cdot 10^3 \cdot 0}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2{,}89 \cdot 10^{-4}} = 0,$$

$$\Delta\ell_{x_1=1} = 0 + \frac{-30 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2{,}89 \cdot 10^{-4}} = -5{,}19 \cdot 10^{-4}\, м,$$

II – й грузовой участок $0 \le x_2 \le 2$:

$$\Delta\ell_{x_2=0} = -5{,}19 \cdot 10^{-4} + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 0}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2{,}89 \cdot 10^{-4}} = -5{,}19 \cdot 10^{-4}\, м,$$

$$\Delta\ell_{x_2=2} = -5{,}19 \cdot 10^{-4} + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2{,}89 \cdot 10^{-4}} = -1{,}73 \cdot 10^{-4}\, м,$$

III – й грузовой участок $0 \le x_3 \le 1$:

$$\Delta\ell_{x_3=0} = -1{,}73 \cdot 10^{-4} + \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2{,}89 \cdot 10^{-4}} = -1{,}73 \cdot 10^{-4}\, м,$$

$$\Delta\ell_{x_3=1} = -1{,}73 \cdot 10^{-4} + \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2{,}89 \cdot 10^{-4}} = 5{,}19 \cdot 10^{-4}\, м.$$

Эпюра перемещений показана под расчетной схемой стержня. Эпюра позволяет определить перемещение любого сечения стержня, определить полную деформацию стержня, оценить жесткость стержня на интересующем участке в соответствии с условием жесткости:

$$\left|\Delta\ell_{\max}\right| \le \left[\Delta\ell\right],$$

$$5{,}19 \cdot 10^{-4} \le 4 \cdot 10^{-4}.$$

Поскольку условие жесткости не выполняется необходимо определить новые размеры поперечного сечения стержня. Требуемая площадь поперечного сечения стержня находится из условия:

$$A_{тр} = A\frac{\left|\Delta\ell_{\max}\right|}{\left[\Delta\ell\right]},$$

$$A_{тр} = 2{,}89 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{5{,}19 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 3{,}75 \cdot 10^{-4}\, м^2,$$

$$a_{тр} = \sqrt{A_{тр}} = \sqrt{3{,}75 \cdot 10^{-4}} = 1{,}94 \cdot 10^{-2}\, м = 19{,}4 мм,$$

Округляя до ближайшего большего значения из стандартного ряда, окончательно получаем $a = 20мм.$. Стержень квадратного поперечного сечения со стороной квадрата 20 мм под действием заданных нагрузок будет удовлетворять и условию прочности, и условию жесткости.

Контрольная работа № 2

Расчет на прочность и жесткость при кручении

Настоящая контрольная работа является продолжением предыдущей и основана на полученных в ней результатах.

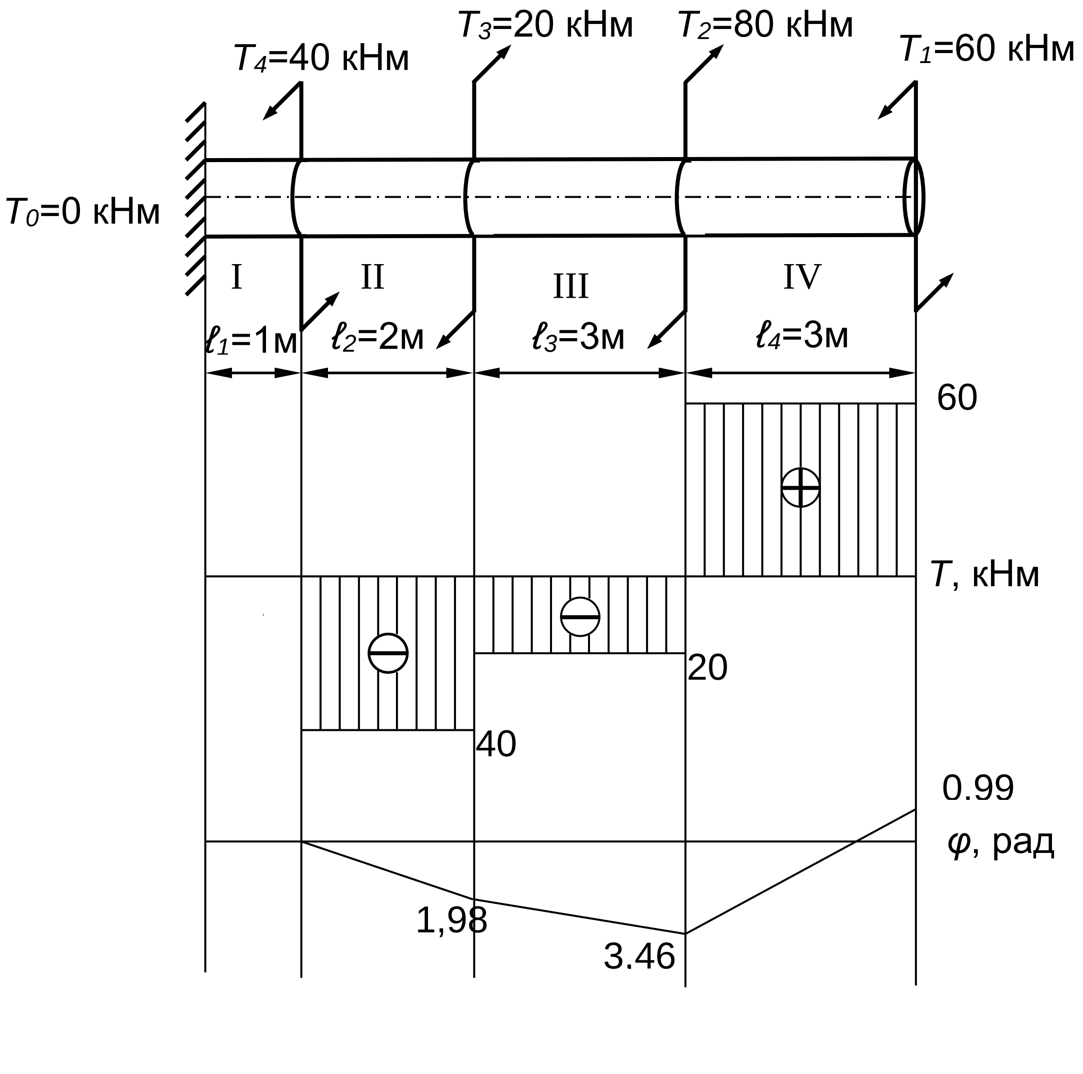
Задача 2. Для расчетной схемы второй задачи предыдущей контрольной работы из условия прочности выбрать стандартный стержень круглого поперечного сечения, определить величину касательного напряжения вдоль диаметра опасного сечения и построить его эпюру, вычислить углы закручивания сечений выбранного стержня и построить эпюру углов закручивания, проверить выполнение условия жесткости.

Если условие жесткости не выполняется, определить новый стандартный диаметр стержня сплошного круглого сечения.

Исходные данные. Эпюра крутящего момента, построенная в предыдущей контрольной работе, допускаемое напряжение на кручение $[\tau]$ = 90 МПа, модуль сдвига G = $8 \cdot 10^{10}$ Па, допускаемый относительный угол закручивания $[\varphi]=1{,}2 \cdot 10^{-2}$ рад/м.

Пример решения

Рассмотрим стержень круглого сечения, нагруженный скручивающими моментами. Эпюра крутящего момента для этой задачи была получена в примере ранее.



а) Для определения диаметра стержня воспользуемся условием прочности при кручении в форме:

$$\tau_{\max} = \frac{|T_{x\max}|}{W_p} \le [\tau],$$

где τ_{max} – максимальное значение касательного напряжения при кручении; $|T_{xmax}|$ – максимальное значение крутящего момента, определяемое по эпюре (в нашем случае $|T_{xmax}|$ = 60 кНм); W_p – полярный момент сопротивления поперечного сечения стержня.

Решая неравенство относительно W_p , получаем:

$$W_p \ge \frac{|T_{x\max}|}{[\tau]} = \frac{60 \cdot 10^3}{90 \cdot 10^6} = 6{,}67 \cdot 10^{-4}\, м^3.$$

Поскольку для круга: $W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0{,}2d^3$, то для диаметра d стержня получим: $d = \sqrt[3]{\frac{W_{pmp}}{0{,}2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-4}}{0{,}2}} = 0{,}149 м = 149 мм.$. Расчетное значение d округляем до ближайшего большего значения из стандартного ряда, приведенного выше. Таким образом, условию прочности удовлетворяет стандартный стержень круглого сечения с диаметром d = 150мм. Полярный момент сопротивления такого вала $W_p = 0{,}2 \cdot 0{,}15^3 = 6{,}75 \cdot 10^{-4}\, м^3.$

б) Для определения распределения касательных напряжений в сечении выбранного стержня воспользуемся формулой:

$$\tau = \frac{T_{x\max} r}{I_p},$$

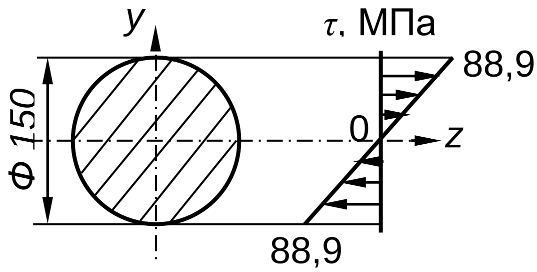
где r – расстояние от центра сечения до рассматриваемой точки; I_p – полярный момент инерции поперечного сечения стержня. Для сечения в виде круга диаметром d:

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0{,}1d^4 = 0{,}1 \cdot 0{,}15^4 = 5{,}06 \cdot 10^{-5}\, м^4,$$

Таким образом, напряжение τ прямо пропорционально радиусу r. При $r = 0$ имеем τ = 0. Максимальное значение $\tau = \tau_{max}$ имеет место при $r = d/2$ и определяется по формуле:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{x\max}}{W_p}.$$

В нашем случае $\tau_{\max} = \frac{60 \cdot 10^3}{6{,}75 \cdot 10^{-4}} = 8{,}89 \cdot 10^7\, Па = 88{,}9 МПа.$



Эпюра касательных напряжений в сечении выбранного стержня приведена на рисунке.

в) Углы закручивания на *i*-м грузовом участке определяются по формуле:

$$\varphi_{xi} = \varphi_{x(i-1)k} + \frac{T_{xi} \cdot x_i}{G \cdot I_p},$$

где $\varphi_{x(i-1)k}$ – угол закручивания крайнего сечения *i*-1 грузового участка на границе с *i*-м участком.

T_{xi} – крутящий момент на *i*-м участке;

x_i – координата произвольного сечения на *i-м* участке относительно его начала.

Нумерацию участков при построении эпюры φ рекомендуется вести от заделки стержня, так как сечение в заделке неподвижно и его угол закручивания всегда равен нулю или от сечения, в котором приложен реактивный момент T_0.

I – й грузовой участок $0 \le x_1 \le 1$:

$$\varphi_{x_1=0} = 0 + \frac{0 \cdot 10^3 \cdot 0}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5{,}06 \cdot 10^{-5}} = 0\, рад,$$

$$\varphi_{x_1=1} = 0 + \frac{0 \cdot 10^3 \cdot 0}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5{,}06 \cdot 10^{-5}} = 0\, рад,$$

II – й грузовой участок $0 \le x_2 \le 2$:

$$\varphi_{x_2=0} = 0 + \frac{-40 \cdot 10^3 \cdot 0}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5{,}06 \cdot 10^{-5}} = 0\, рад,$$

$$\varphi_{x_2=2} = 0 + \frac{-40 \cdot 10^3 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5{,}06 \cdot 10^{-5}} = -1{,}98 \cdot 10^{-2}\, рад,$$

III – й грузовой участок $0 \le x_3 \le 3$:

$$\varphi_{x_3=0} = -1{,}98 \cdot 10^{-2} + \frac{-20 \cdot 10^3 \cdot 0}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5{,}06 \cdot 10^{-5}} = -1{,}98 \cdot 10^{-2}\, рад,$$

$$\varphi_{x_3=3} = -1{,}98 \cdot 10^{-2} + \frac{-20 \cdot 10^3 \cdot 3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5{,}06 \cdot 10^{-5}} = -3{,}46 \cdot 10^{-2}\ рад,$$

IV – й грузовой участок $0 \le x_3 \le 3$:

$$\varphi_{x_4=0} = -3{,}46 \cdot 10^{-2} + \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 0}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5{,}06 \cdot 10^{-5}} = -3{,}46 \cdot 10^{-2}\ рад,$$

$$\varphi_{x_4=0} = -3{,}46 \cdot 10^{-2} + \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5{,}06 \cdot 10^{-5}} = 0{,}99 \cdot 10^{-2}\ рад.$$

Эпюра углов закручивания, отражающая полученные результаты, приведена под расчетной схемой стержня. Эпюра позволяет проверить выбранный стержень на жесткость с помощью соотношения:

$$\Phi = \frac{|T_{x\max}|}{GI_p} \le [\Phi],$$

где *Ф* – расчетный относительный угол закручивания; *G* – модуль сдвига материала стержня; I_p – полярный момент инерции поперечного сечения стержня; [Ф] = $1{,}2 \cdot 10^{-2}$ рад/м - допускаемый относительный угол закручивания. В нашем случае

$$\Phi = \frac{60 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 5{,}06 \cdot 10^{-5}} = 1{,}48 \cdot 10^{-2} \text{ рад/м}$$

относительный угол превышает допускаемое значение.

Поскольку условие жесткости не выполняется необходимо определить новые размеры поперечного сечения стержня. Требуемый момент инерции и диаметр поперечного сечения стержня находятся по формулам:

$$I_{ртр} = I_p \frac{\Phi}{[\Phi]}, \qquad I_{ртр} = 5{,}06 \cdot 10^{-5} \frac{1{,}48 \cdot 10^{-2}}{1{,}2 \cdot 10^{-2}} = 6{,}24 \cdot 10^{-5}\ м^4,$$

$$d_{тр} = \sqrt[4]{\frac{I_{ртр}}{0{,}1}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}24 \cdot 10^{-5}}{0{,}1}} = 0{,}158 м = 158 мм,$$

Округление до стандартного значения дает: *d* = 160 мм.

Контрольная работа № 3
Расчет на прочность и жесткость при изгибе

Настоящая контрольная работа является продолжением предыдущей и основана на полученных в ней результатах.

Задача 3. Для расчетной схемы третьей задачи предыдущей контрольной работы из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать по сортаменту прокатной стали (приложение А) стандартную балку двутаврового поперечного сечения, для выбранной балки построить эпюру нормальных напряжений σ по высоте опасного сечения, где $M_x=|M_x^{max}|$, проверить прочность балки по касательным напряжениям, построить эпюру распределения касательных напряжений τ по высоте опасного сечения, в котором $Q_x=|Q_x^{max}|$, определить углы поворота и прогибы сечений построить их эпюры, проверить условие жесткости.

Если условие жесткости не выполняется, по сортаменту проката определить новый номер двутавра.

Исходные данные. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, построенные в предыдущей контрольной работе, допускаемые нормальные и касательные напряжения при изгибе [σ] = 160 МПа, [τ] = 100 МПа, модуль продольной упругости Е = $2{\cdot}10^{11}$ Па, допускаемый прогиб балки [у] = ℓ/300 – для пролетной части балки и [у] = ℓ/100 – для консоли.

Пример решения

Рассмотрим балку, нагруженную сосредоточенными силой и моментом, а также распределенной нагрузкой (см. рис. ниже). Эпюры поперечной силы и изгибающего момента для приведенной расчетной схемы были получены ранее.

а) Для выбора из условия прочности по нормальным напряжениям стандартной балки двутаврового поперечного сечения воспользуемся формулой:

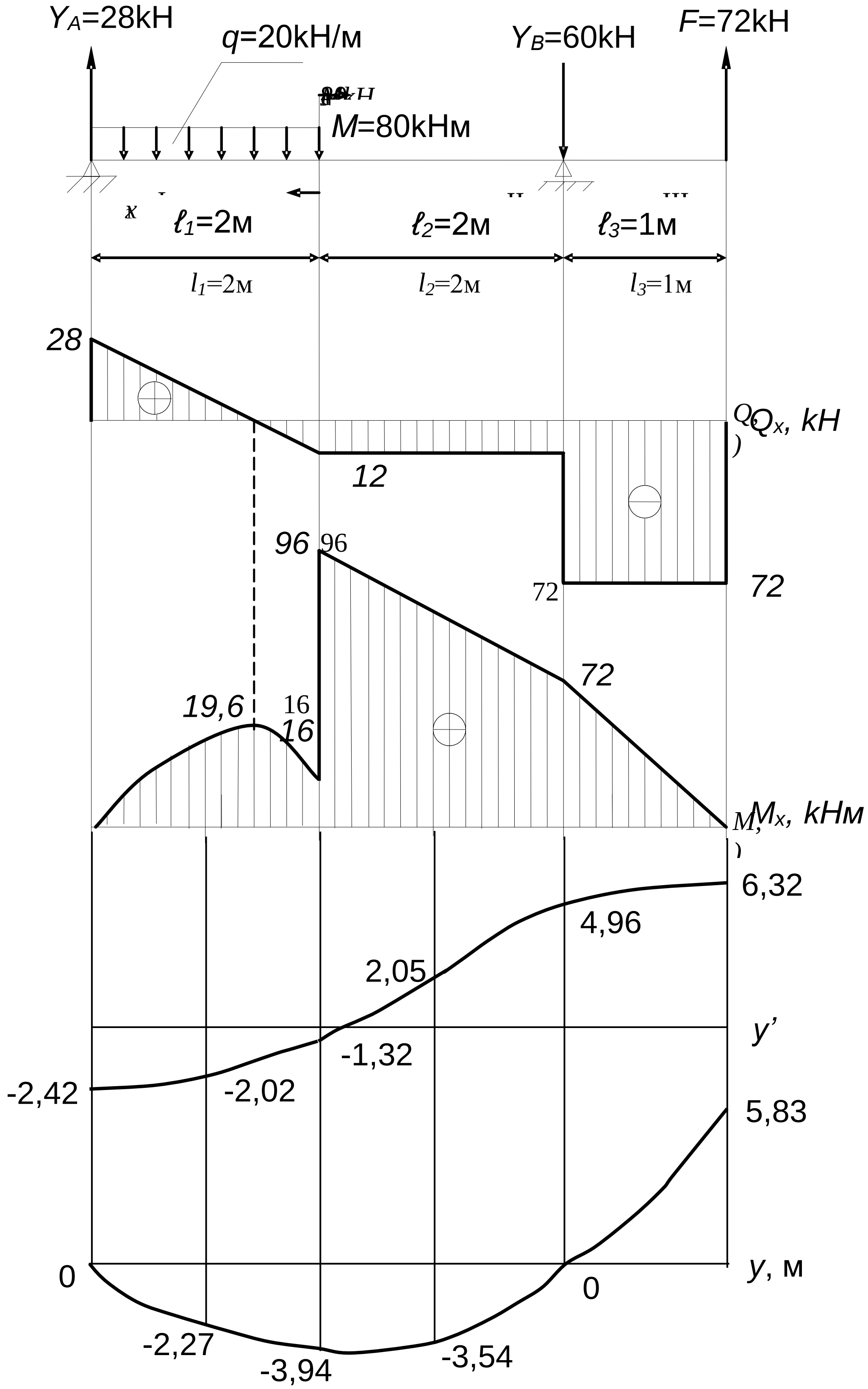
$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{x\max}|}{W_z} \le [\sigma],$$

где $|M_{xmax}|$ – максимальное значение изгибающего момента, определяемое по эпюре (в нашем случае $|M_{xmax}|$ = 96 кН·м); W_z – осевой момент сопротивления поперечного сечения стержня.

Решая предыдущее неравенство относительно момента сопротивления, получаем:

$$W_{zmp} \ge \frac{|M_{x\max}|}{[\sigma]} = \frac{96\cdot10^3}{160\cdot10^6} = 6\cdot10^{-4}\,м^3.$$

По сортаменту прокатной стали (см. приложение А) и найденному по значению W_z определяем номер двутавра с



ближайшим большим значением момента сопротивления. Это двутавр № 36 со следующими характеристиками сечения: высота профиля h = 360мм; ширина полки b = 145мм; толщина стойки s = 7,5мм; средняя толщина полки t = 12,3мм; площадь сечения A = 61,9см^2; момент инерции сечения I_z = 13380см^4; момент сопротивления сечения W_z = 743см^3; статический момент S_z = 423см^3.

б) Распределение напряжений σ при изгибе в опасном сечении подчиняется формуле Навье:

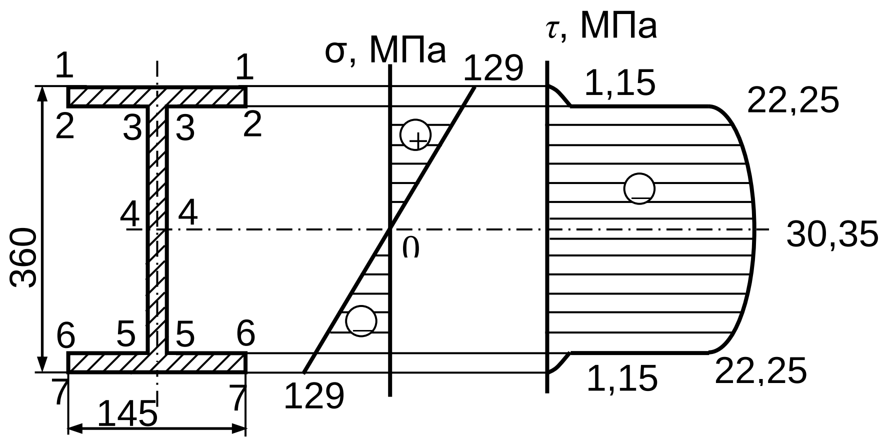
$$\sigma = \frac{M_{x\max}\, y}{I_z},$$

где y – расстояние от нейтральной оси сечения до рассматриваемой точки; I_z – осевой момент инерции поперечного сечения стержня. Из соотношения Навье следует, что напряжение σ прямо пропорционально расстоянию y от нейтральной оси. При $y = 0$ имеем $\sigma = 0$. Максимальное значение $\sigma = \sigma_{max}$ имеет место при $y = h / 2$ и определяется по формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{x\max}|}{W_z}.$$

Для выбранного двутавра: $\sigma_{\max} = \frac{96 \cdot 10^3}{743 \cdot 10^{-6}} = 1{,}29 \cdot 10^8\, Па = 129 МПа.$

Эпюра нормальных напряжений показана на рисунке.



в) Распределение касательных напряжений в сечении выбранной балки определим для опасного сечения, где поперечная сила принимает по абсолютной величине максимальное значение. В нашем случае $|Q_{ymax}|$ = 72 кН.

Напряжения τ определяются при различных расстояниях y от нейтральной оси сечения по формуле Журавского:

$$\tau_i = \frac{Q_{x\max} S_i^*}{b_i I_{zcm}},$$

где b_i – ширина сечения при данном значении y; S_i^* - статический момент относительно нейтральной оси части той части сечения, которая удалена от нейтральной оси больше, чем на y. Значения τ вычисляются для семи точек сечения, указанных на предыдущем рис.

Для выбранной балки $b_1 = b_2 = b_6 = b_7 = b = 145$ мм; $b_3 = b_4 = b_5 = s = 7{,}5$ мм. Статические моменты для точек 1 и 7 равны нулю: $S_1^* = S_7^* = 0.$ Для точек 2, 3, 5, 6 статические моменты определяются по формуле:

$$S_2^* = S_3^* = S_5^* = S_6^* = b_{cm} t \left(\frac{h_{cm} - t}{2} \right) =$$

$$= 145 \cdot 10^{-3} \cdot 12{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{360 \cdot 10^{-3} - 12{,}3 \cdot 10^{-3}}{2} \right) = 310{,}1 \cdot 10^{-6}\, м^3.$$

Последнее значение $S_4^* = S_z = 423 \cdot 10^{-6}\, м^3$, где S_z - находится по сортаменту (приложение А).

Подставляя найденные значения b_i и S_i^* в формулу Журавского, находим семь значений τ_i и строим эпюру касательных напряжений с указанием знака напряжений (см. предыдущий рис.):

$$\tau_1 = \tau_7 = \frac{-72 \cdot 10^{-3} \cdot 0}{145 \cdot 10^{-3} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = 0;$$

$$\tau_2 = \tau_6 = \frac{-72 \cdot 10^{-3} \cdot 310{,}1 \cdot 10^{-6}}{145 \cdot 10^{-3} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -1{,}15 \cdot 10^6\, Па = -1{,}15 МПа;$$

$$\tau_3 = \tau_5 = \frac{-72 \cdot 10^{-3} \cdot 310{,}1 \cdot 10^{-6}}{7{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -22{,}25 \cdot 10^6\, Па = -22{,}215 МПа;$$

$$\tau_4 = \frac{-72 \cdot 10^{-3} \cdot 423 \cdot 10^{-6}}{7{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -30{,}35 \cdot 10^6\, Па = -30{,}35 МПа.$$

Проверка прочности выбранной балки по касательным напряжениям состоит в сравнении максимальных абсолютных значений касательных напряжений ($|\tau_{\max}|$ = 30,35 МПа) с допускаемыми их значениями ($[\tau]$ = 100 МПа). Прочность по касательным напряжениям обеспечена, поскольку $|\tau_{\max}| < [\tau]$.

г) Для построения эпюр углов поворота *y′* и прогибов *y* воспользуемся методом начальных параметров. При этом необходимо следовать ряду рекомендаций:

1. Начало координат (x = 0) должно совпадать с левым концом балки;
2. Распределенную нагрузку нужно условно продолжить в положительном направлении оси x до конца балки с приложением компенсирующей нагрузки;
3. Знаки «+» и «–» перед каждым слагаемым ставить по правилам знака для момента.

При выполнении этих условий универсальные уравнения изогнутой оси балки будут иметь следующий вид:

$$EI_z y' = EI_z y_0' + \sum_{i=1}^{n} M_i (x - a_i) + \frac{1}{2!}\sum_{i=1}^{m} F_i (x - b_i)^2 + \frac{1}{3!}\sum_{i=1}^{k} q_i (x - c_i)^3,$$

$$EI_z y = EI_z y_0 + EI_z y_0' x + \frac{1}{2!}\sum_{i=1}^{n} M_i (x - a_i)^2 + \frac{1}{3!}\sum_{i=1}^{m} F_i (x - b_i)^3 + \frac{1}{4!}\sum_{i=1}^{k} q_i (x - c_i)^4.$$

Здесь $y' = \theta(x)$ – угол поворота сечения, $y(x)$ – прогиб балки, y'_0 и θ_0 – их значения на левом конце балки (начальные параметры), a_i , b_i – координаты приложения сосредоточенных моментов и сосредоточенных сил, c_i – координата начала участка действия распределенной нагрузки. В каждой сумме учитываются только те внешние нагрузки (включая опорные реакции), которые лежат строго левее сечения, для которого вычисляется прогиб.

Начальные параметры определяются из условий закрепления концов балки. На опоре A прогиб заведомо равен нулю. Подставляя во второе уравнение x = 0, получаем : $EI_z y_0 = 0$.

На опоре B при x = 4 прогиб также равен нулю. Подставляя в то же уравнение x = 4, получаем:

$$EI_z \cdot 0 = EI_z y_0 + EI_z y_0' \cdot 4 + \frac{1}{2!} M (4-2)^2 + \frac{1}{3!} Y_A (4-0)^3 - \frac{1}{4!} q (4-0)^4 + \frac{1}{4!} q (4-2)^4.$$

Откуда $EI_z y_0' = -64{,}67$ kНм^2.

Зная значения начальных параметров, вычислим правые части универсальных уравнений, меняя координату x через каждые 0,5 м. Результаты, в том числе и промежуточных вычислений удобно занести в таблицы:

x	$EI_z y_0'$	80(x-2)	$14x^2$	$-30(x-4)^2$	$-3{,}33x^3$	$3{,}33(x-2)^3$	$\Sigma = EI_z y'$	$y' \cdot 10^3$
м	кНм²							
0	-64,67	–	0	–	0	–	-64,67	-2,42
0,5	-64,67	–	3,5	–	-0,42	–	-61,59	-2,30
1	-64,67	–	14	–	-3,33	–	-54,00	-2,02
1,5	-64,67	–	31,5	–	-11,24	–	-44,41	-1,66
2	-64,67	0	56	–	-26,64	0	-35,31	-1,32
2,5	-64,67	40	87,5	–	-52,03	0,42	11,22	0,42
3	-64,67	80	126	–	-89,91	3,33	54,75	2,05
3,5	-64,67	120	171,5	–	-142,8	11,24	95,30	3,56
4	-64,67	160	224	0	-213,1	26,64	132,85	4,96
4,5	-64,67	200	283,5	-7,5	-303,5	52,03	159,91	5,98
5	-64,67	240	350	-30	-416,3	89,91	168,99	6,32

x	$EI_z y_0$	$-64{,}67x$	$40 \cdot (x-2)^2$	$4{,}66x^3$	$-10(x-4)^3$	$-0{,}833x^4$	$0{,}833 \cdot (x-2)^4$	$\Sigma = EI_z y$	$y \cdot 10^3$
м	кНм³								м
0	0	0	–	0	–	0	–	0	0
0,5	0	-32,3	–	0,58	–	-0,05	–	-31,8	-1,19
1	0	-64,67	–	4,66	–	-0,833	–	-60,84	-2,27
1,5	0	-97,00	–	15,73	–	-4,22	–	-85,49	-3,19
2	0	-129,34	0	37,28	–	-13,33	0	-105,4	-3,94
2,5	0	-161,68	10	72,81	–	-32,54	0,05	-111,4	-4,16
3	0	-194,01	40	125,82	–	-67,47	0,833	-94,83	-3,54
3,5	0	-226,35	90	199,80	–	-125,00	4,22	-57,33	-2,14
4	0	-258,68	160	298,24	0	-213,25	13,33	0	0
4,5	0	-291,02	250	424,64	-1,25	-341,58	32,54	73,33	2,74
5	0	-323,35	360	582,5	-10	-520,63	67,47	155,99	5,83

По значениям углов поворота и прогибов при различных значениях продольной координаты строим эпюры этих величин, которые приводятся под расчетной схемой балки.

д) Условие жесткости проверяем отдельно для пролета балки и ее консольной части.

Пролет: из эпюры прогибов находим, что $|y_{max}|$ для этого участка балки равен $4{,}16 \cdot 10^{-3}$ м. Допускаемое значение прогиба $[y] = \ell/300 = 4/300 = 13{,}33 \cdot 10^{-3}$. Таким образом, $|y_{max}| < [y]$.

Консоль: Из эпюры y для этого участка балки находим $|y_{max}| = 5{,}83 \cdot 10^{-3}$м. Допускаемый прогиб $[y] = \ell/100 = 0{,}01$м. Следовательно, $|y_{max}| < [y]$.

Таким образом, условие жесткости выполняется на всех участках балки.

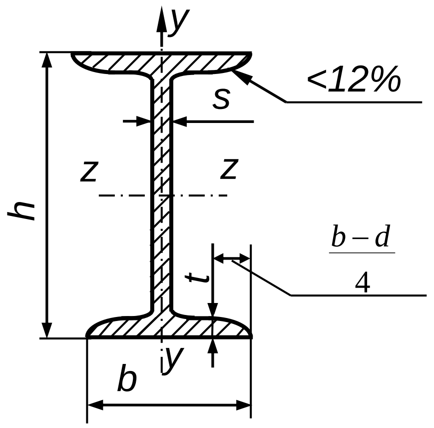
В результате расчета показано, что двутавровое сечение балки № 36 удовлетворяет условиям прочности и жесткости.

Если условие жесткости не выполняется, необходимо выбрать новый номер двутавра из условия:

$$I_{zmp} \geq I_z \cdot \frac{|y|_{\max}}{[y]}.$$

Приложение А

Сталь прокатная. Балки двутавровые (по ГОСТ 8239 – 72)



Номер балки	Размеры, мм				Площадь сечения, см^2	Справочные величины для оси z		
	h	b	s	t		I_z, см^4	W_z, см^3	S_z, см^3
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	23,0
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	33,7
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	46,8
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	62,3
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	81,4
18а	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	89,8
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	104
20а	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	114
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	131
22а	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	143
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	163
24а	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	178
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	210
27а	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	229
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	268

Номер балки	Размеры, мм				Площадь сечения, см^2	Справочные величины для оси *z*		
	h	*b*	*s*	*t*		I_z, см^4	W_z, см^3	S_z, см^3
30а	300	145	6,5	10,7	49,8	7780	518	292
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	339
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	423
40	400	155	8,0	13,0	71,4	18930	947	540
45	450	160	8,6	14,2	83,0	27450	1220	699
50	500	170	9,5	15,2	97,8	39290	1570	905
55	550	180	10,3	16,5	114,0	55150	2000	1150
60	600	190	11,1	17,8	132,0	75450	2510	1450
65	650	200	12,0	19,2	153,0	101400	3120	1800
70	700	210	13,0	20,8	176,0	134600	3840	2550
70а	700	210	15,0	24,0	202,0	152700	4360	2550