

# СОПРОТИВЛЕНИЕ МЕТАЛЛОВ

## ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ, ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ВЫБОР СЕЧЕНИЙ БАЛОК

*Методические указания к расчетно-графической работе*

УДК 620.10 (075.83)

**СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ, ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ВЫБОР СЕЧЕНИЙ БАЛОК:** Методические указания к расчетно-графической работе / Санкт-Петербургский горный ин-т. Сост.: Л.К.Горшков, А.А.Яковлев, Г.П.Заречный-Феокистов. СПб, 2004. 33 с.

В методических указаниях изложены правила построения эпюр перерезывающих сил, изгибающих моментов и требования к выбору сечений балок, рассмотрены примеры практического расчета шарнирно опертых и жестко защемленных балок.

Предназначены для студентов горных, шахтостроительных, геолого-разведочных, горно-электромеханических и других специальностей.

Табл. 1. Ил. 31. Библиогр.: 2 назв.

Научный редактор проф. Л.К.Горшков

© Санкт-Петербургский горный институт им. Г.В.Плеханова, 2004 г.

### ВВЕДЕНИЕ

Учебной программой курсов «Прикладная механика», «Сопротивление материалов» предусматривается изучение методов прочностного расчета балок при изгибе для студентов всех специальностей.

Цель расчетно-графической работы состоит в том, чтобы научить будущих специалистов правильно выбирать конструктивные формы, обеспечить высокие показатели надежности, создавать эффективные и экономичные конструкции.

Задачей расчетно-графической работы является привитие студентам правильного расчета горизонтальных балок при любом сочетании внешних нагрузок и разных видах закрепления концов балки, строить эпюры перерезывающих сил и изгибающих моментов и по полученным данным выбирать рациональные размеры сечений балок.

### 1. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ И ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ

Плоским поперечным называется деформация под действием сил, расположенных в одной из главных плоскостей инерции балки и перпендикулярных к ее продольной оси.

Внешние силы, действующие на балку, вызывают в ее поперечных сечениях нормальные и касательные напряжения. Нормальные напряжения могут быть приведены к паре сил – изгибающему моменту, касательные напряжения можно заменить сосредоточенным усилием, называемым перерезывающей силой. Величина изгибающего момента  $M$  в каком-либо сечении балки равна алгебраической сумме моментов всех внешних сил, действующих на балку по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно центра тяжести этого сечения. Величина перерезывающей силы  $Q$  в каком-либо сечении балки равна алгебраической сумме проекций на нормаль к продольной оси балки всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

При вычислении  $Q$  и  $M$  сил принято считать положительными: момент, изгибающий балку выпуклостью вниз независимо от места его приложения, и поперечную силу, направленную вверх, если рас-

считается часть балки слева от проведенного сечения, и поперечную силу, направленную вниз, если рассматривается часть балки справа от рассматриваемого сечения.

В общем случае, изгибающий момент и перерезывающая сила меняются по длине балки. Чтобы иметь наглядное представление об изменении этих величин, строят графики, называемые эпюрами перерезывающих сил и изгибающих моментов. Чтобы построить эпюры  $Q$  и  $M$ , надо составить уравнения этих эпюр на каждом грузовом участке балки, т.е. на отрезке балки, на котором внешняя нагрузка изменяется по некоторому закону. Границами грузовых участков являются сечения, в которых характер внешней нагрузки изменяется.

При построении эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов следует:

- 1) для упрощения расчета рассматривать часть балки по ту сторону от проведенного сечения, на которую действует меньшее число внешних сил;
- 2) распределенную нагрузку заменить силой, численно равной площади эпюры этой нагрузки в пределах рассматриваемой части балки и приложенной в центре тяжести этой площади;
- 3) по определению перерезывающей силы в сечении, в котором приложена сосредоточенная сила, на эпюре  $Q$  должен быть скачок на величину этой силы в направлении ее действия;
- 4) по определению изгибающего момента в сечении, в котором приложен сосредоточенный момент, на эпюре  $M$  должен быть скачок на величину этого момента в направлении его действия;
- 5) Эпюра  $Q$  не меняется в точках приложения сосредоточенных моментов.

При построении эпюр  $Q$  и  $M$  следует руководствоваться дифференциальными зависимостями между  $Q$  и  $M$  интенсивностью распределенной нагрузки  $q$  [1]:

$$Q = \frac{dM}{dx}; \quad q = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2},$$

а также следующими положениями, вытекающими из них:

1. На участках балки, где нет распределенной нагрузки ( $q=0$ ) эпюра  $Q$  ограничена прямой, параллельной нулевой линии эпюры

( $Q=\text{const}$ ), а эпюра  $M$  – наклонной прямой, тангенс угла наклона которой к нулевой линии равен  $Q$ .

2. На грузовых участках балки, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой ( $q=\text{const}$ ), эпюра  $Q$  ограничена наклонной прямой, тангенс угла наклона которой к нулевой линии равен  $q$ , а эпюра  $M$  – квадратичной параболой, направленной своей выпуклостью навстречу действия распределенной нагрузки.

3. В сечении балки, где перерезывающая сила равна нулю ( $Q=0$ ), изгибающий момент имеет экстремум (максимум или минимум): если  $Q$  меняет знак с плюса на минус (при рассмотрении балки слева направо), то  $M=\text{max}$ , если с минуса на плюс, то  $M=\text{min}$ .

4. Если на границе соседних участков балки эпюра  $Q$  имеет скачок, то линии, ограничивающие эпюру  $M$  на этих участках, сопрягаются с переломом, т.е. не имеют общей касательной в точке сопряжения.

5. Изгибающий момент растет на тех участках балки, где перерезывающая сила положительна, и убывает там, где она отрицательна.

6. На каждом участке балки изменение величины  $M$  между любыми двумя сечениями равно площади эпюры  $Q$  между этими сечениями.

## 2. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ И ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ

*Пример 1.* Построить эпюры  $Q$  и  $M$  для балки при  $P = 20$  кН,  $M_0 = 20$  кН·м;  $a = 0,5$  м;  $b = 1,5$  м, рис. 1, а.

Для определения  $Q$  и  $M$  в любом сечении балки необходимо задать все внешние силы, действующие на балку, т.е. приложенные нагрузки и опорные реакции.

Величину и направление опорных реакций в статически определимых балках определяют из уравнений статики. Начало координат располагают обычно в центре тяжести крайнего левого сечения, например, в точке  $A$  (см. рис. 1а), ось  $Y$  направляют вертикально вверх, а ось  $X$  – горизонтально вправо (по оси балки). На шарнирно-неподвижной опоре  $A$  неизвестную по величине и направлению реакцию заменим двумя составляющими:  $Y_A$  – вертикальной, перпен-

дикулярной оси балки, и  $X_A$  – горизонтальной, направленной по оси  $X$ . На шарнирно-подвижной опоре  $B$  реакция  $Y_B$  направлена перпендикулярно оси балки.

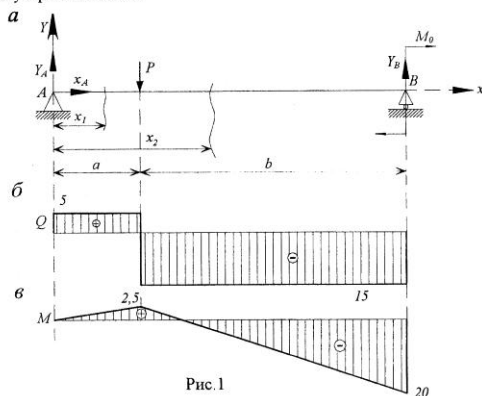


Рис. 1

Для плоской системы сил, не пересекающихся в одной точке, можно составить, в общем случае, три уравнения статического равновесия. Уравнения статики составляют так, чтобы в каждое из них входила, как правило, только одна неизвестная опорная реакция. В этой задаче нужно спроектировать все силы на ось стержня и определить алгебраические суммы моментов сил относительно точек закрепления  $A$  и  $B$ . При составлении уравнений равновесия за положительное направление сил и моментов можно принимать любое, так как сумма проекций сил на любую из осей и сумма моментов всех сил относительно любой точки равны нулю. Обычно применяется следующее правило знаков: положительные направления сил соответствуют направлению координатных осей; положительное на-

правление момента соответствует направлению движения часовой стрелки. Сосредоточенный момент  $M_0$ , независимо от положения сечения, в котором он приложен, обязательно входит в уравнение моментов. Таким образом, можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \sum X &= 0, & X_A &= 0; \\ \sum M_A &= 0, & Pa - Y_B(a+b) + M_0 &= 0; \\ \sum M_B &= 0, & Y_A(a+b) - Pb + M_0 &= 0. \end{aligned}$$

Решив ее при заданных исходных данных, получим  $Y_A = 5$  кН;  $Y_B = 15$  кН. Величины опорных реакций положительны, следовательно, выбранные направления их соответствуют действительным.

Для проверки составим уравнение статики, не использованное при расчете реакций, например, сумму проекций всех сил на ось  $Y$ :

$$\sum Y = Y_A - P + Y_B = 5 - 20 + 15 = 0.$$

Уравнение удовлетворяется тождественно, следовательно, реакции определены верно.

Для построения эпюр  $Q$  и  $M$  необходимо определить перерезывающие силы и изгибающие моменты. Данная балка имеет два грузовых участка границами, которых являются опорные сечения и сечение, где приложена сосредоточенная сила  $P$ . Чтобы составить выражения для  $Q$  и  $M$ , для каждого участка проведем произвольные сечения на расстоянии  $x$  от начала координат. За начало координат для каждого участка можно принять точку опоры или начало участка.

В качестве первого участка рассмотрим ту часть балки, на которую действует меньшее число приложенных нагрузок, т.е. часть балки слева от сечения. Выражения для  $Q$  и  $M$  составляем с учетом принятого правила знаков.

На первом участке абсцисса  $x$  изменяется в пределах  $0 \leq x_1 \leq a$ . Здесь  $Q_1 = Y_A = 5$  кН. Перерезывающая сила на этом участке не зависит от  $x$ , т.е. постоянна по длине участка. Изгибающий момент на первом участке равен  $M_1 = Y_A x_1$ . При  $x_1 = 0$  момент он равен нулю ( $M_1 = 0$ ), а при  $x_1 = a = 0,5$  м  $M_1 = Y_A a = 2,5$  кН·м.

На втором участке абсцисса  $x$  изменяется в пределах  $a \leq x_2 \leq (a+b)^*$ . На этом участке  $Q_2 = \text{const}$  и  $Q_2 = Y_A - P = -15$  кН. На втором участке уравнение моментов имеет вид:  $M_2 = Y_A x_2 - P(x_2 - a)$  при  $x_2 = a = 0,5$  м -  $M_2 = 2,5$  кН·м; а при  $x_2 = a + b = 2$  м -  $M_2 = -20$  кН·м.

Эпюры  $Q$  и  $M$  строим по составленным аналитическим зависимостям, откладывая в рассмотренных сечениях найденные значения ординат; при этом положительные ординаты откладываются вверх от нулевых линий эпюр, отрицательные - вниз (рис. 1, б и в).

Как видно из рис. 1, в сечениях балки, где приложены сосредоточенные силы  $Y_A$ ,  $P$  и  $Y_B$ , на эпюре  $Q$  имеют место скачки на величину этих сил; а в опорном сечении, где приложен сосредоточенный момент  $M_0$ , на эпюре  $M$  - скачок на величину этого момента. Поскольку на границе участков балки эпюра  $Q$  имеет скачок, то линии, ограничивающие эпюру  $M$  на этих участках, сопрягаются с переломом.

**Пример 2.** Построить эпюры  $Q$  и  $M$  для консольной балки при  $q=10$  кН/м;  $M_0 = 20$  кН·м;  $l = 2$  м (рис. 2, а).

Построение эпюр  $Q$  и  $M$  для консольных балок рекомендуется производить, не вычисляя реакций. Если рассечь балку в любом сечении и рассматривать часть балки между сечением и свободным концом, то в выражения для  $Q$  и  $M$  войдут только приложенные к балке известные нагрузки.

Балка имеет два грузовых участка длиной  $l/2$ , левый участок назовем первым, правый - вторым. Начало координат расположим в центре тяжести крайнего левого сечения, ось  $Y$  направим вертикально вверх, ось  $X$  - вправо. Рассечем балку в пределах каждого грузового участка сечениями, расположенными на расстояниях  $x_1$  и  $x_2$  от начала координат ( $x_2$  можно отсчитывать от точки приложения  $M_0$ ).

На первом участке  $x_1$  изменяется в пределах  $0 \leq x_1 \leq l/2$ . Перерезающая сила на первом участке:  $Q_1 = -qx_1$ ; где  $Q_1 = 0$  при  $x = 0$  и  $Q_1 = -10$  кН при  $x_1 = l/2 = 1$  м.

\* Абсцисса  $x_2$  может отсчитываться и от границ участка 2 (справа или слева), тогда  $x_2$  будет иметь пределы  $0 \leq x_2 \leq b$ .

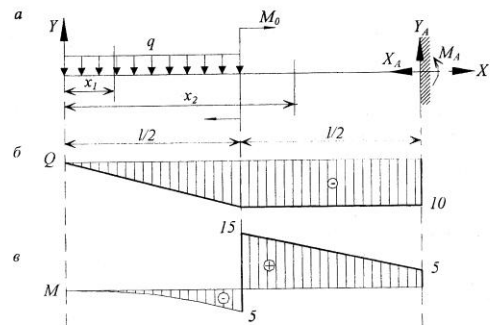


Рис. 2

Так как перерезающая сила зависит от  $x_1$ , то изгибающий момент будет зависеть от  $x_1^2$ . Для вычисления изгибающего момента заменим равномерно распределенную нагрузку сосредоточенной силой  $qx_1$ , численно равной площади эпюры этой нагрузки в пределах рассматриваемой части балки и приложенной в центре тяжести площади эпюры, т.е. на расстоянии  $x_1/2$  от рассматриваемого сечения.

В соответствии с принятым выше правилом знаков изгибающий момент на первом участке:  $M_1 = -qx_1^2/2$ , т.е. закон изменения изгибающего момента на первом участке есть кривая второго порядка;  $M_1 = 0$  при  $x_1 = 0$  и  $M_1 = -5$  кН·м при  $x_1 = l/2 = 1$  м. При построении эпюры  $M$  на первом участке следует иметь в виду, что выпуклость параболы должна быть направлена навстречу действующей распределенной нагрузке.

На втором участке абсцисса  $x_2$  изменяется в пределах  $l/2 \leq x_2 \leq l$ . Здесь перерезающая сила:  $Q_2 = -q \cdot l/2 = -10$  кН. Изги-

бающий момент на втором участке равен алгебраической сумме момента распределенной нагрузки относительно центра тяжести любого сечения, проведенного в пределах этого участка, и сосредоточенного момента. Момент распределенной нагрузки равен равнодействующей этой нагрузки  $q \cdot l/2$ , умноженной на расстояние от точки ее приложения до центра тяжести проведенного сечения  $x_2 - l/4$ . Следовательно, на втором участке:  $M_2 = -q \cdot l(x_2 - l/4) + M_0$ , при  $x_2 = l/2 = 1$  м -  $M_2 = 15$  кН·м; а при  $x_2 = l = 2$  м -  $M_2 = 5$  кН·м.

Для проверки правильности построения эпюр  $Q$  и  $M$  (см. рис. 2, б и в) используем изложенные выше правила построения эпюр. Площади эпюр  $Q$  на каждом из грузовых участков должны быть равны разности моментов в граничных сечениях этих участков. На первом участке площадь эпюры  $Q$  равна 5 кН·м, разность моментов в граничных сечениях этого участка также равна 5 кН·м. На втором участке площадь эпюры  $Q$  равна 10 кН·м, что равно разности моментов на границах этого участка. Следовательно, построение эпюр удовлетворяет указанному правилу. В сечении, где приложен сосредоточенный момент, на эпюре  $M$  виден скачок, равный величине этого момента в направлении его действия.

**Пример 3.** Построить эпюры  $Q$  и  $M$  для балки с промежуточным шарниром в пролете при  $P_1 = 20$  кН;  $M_0 = 20$  кН·м;  $q = 10$  кН/м;  $l = 4$  м, рис. 3, а.

Для построения эпюр необходимо определить четыре опорные реакции  $X_A, Y_A, M_A$  и  $Y_B$ . Статика позволяет написать только три уравнения равновесия. В данном случае опорные реакции можно определить двумя способами.

**Вариант 1:** Четвертое уравнение, необходимое для определения реакций, составим из условия, что шарнир  $C$  по свойству конструкции не может передать момента, так как не препятствует повороту одной части балки  $AC$  относительно другой  $CB$ . Следовательно, сумма моментов относительно точки  $C$  сил, приложенных слева или справа от шарнира, равняется нулю.

Составим уравнения статики и дополнительное уравнение:

$$\sum X = 0, X_A = 0;$$

$$\sum M_A = 0, -M_A + Y_A l - P_1 \frac{3l}{4} - \frac{ql}{2} \frac{l}{4} + M_0 = 0;$$

$$\sum M_C^{\text{слева}} = 0, -M_A + Y_A \frac{l}{4} = 0.$$

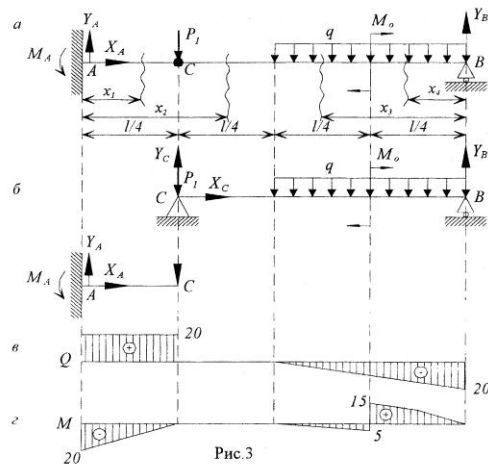


Рис. 3

Последнее уравнение получено приравнением к нулю суммы моментов относительно шарнира (точки  $C$ ) внешних сил, расположенных слева от шарнира. Решив эту систему уравнений, получим значения опорных реакций:  $X_A = 0$ ;  $Y_A = 20$  кН;  $Y_B = 20$  кН;  $M_A = 20$  кН·м. Проверка:

$$\sum Y = 0; Y_A - P_1 - q \frac{l}{2} + Y_B = 20 - 20 - 10 \cdot 2 + 20 = 0.$$

**Вариант 2:** Опорные реакции, действующие на балку  $AB$ , определяем, расчленив эту балку на участки  $AC$  и  $BC$  (см. рис. 4, б). Балка  $BC$  опирается в точке  $C$  шарнирно на свободный конец балки  $AC$ , другой конец которой заделан, а в точке  $B$  – на шарнирно-подвижную опору. Поэтому всю балку  $AB$  можно рассматривать как комбинацию из двух балок. При этом балка  $AC$ , которая может работать самостоятельно, без балки  $CB$ , называется основной; балка  $CB$ , которая не может работать самостоятельно, называется вспомогательной или подвесной.

Подвесная балка  $BC$  воспринимает в шарнире  $C$  реакцию  $Y_C$  от свободного конца балки  $AC$ , давит на этот конец с такой же, но противоположно направленной силой  $Y_C$ . Рассматривая сначала равновесие подвесной балки  $BC$ , найдем ее опорные реакции с помощью уравнений статики:

$$\begin{aligned} \Sigma X &= 0, & X_C &= 0; \\ \Sigma M_B &= 0, & Y_C \frac{3l}{4} - P_1 \frac{3l}{4} - \frac{ql}{2} \frac{l}{4} + M_0 &= 0; \\ \Sigma M_C &= 0, & \frac{ql}{2} \frac{l}{2} + M_0 - Y_B \frac{3l}{4} &= 0 \end{aligned}$$

Решив эти уравнения, получим  $Y_B = 20$  кН и  $Y_C = 20$  кН. Затем прикладываем известную силу  $Y_C$  к свободному концу балки  $AC$ . Составив уравнения статики для балки  $AC$ , найдем реакции  $M_A$  и  $Y_A$ :

$$\begin{aligned} \Sigma X &= 0, & X_A &= 0; \\ \Sigma Y &= 0, & Y_A - Y_C &= 0, & Y_A = Y_C &= 20 \text{ кН}; \\ \Sigma M_A &= 0, & -M_A + Y_C \frac{l}{4} &= 0, & M_A = Y_C \frac{l}{4} &= 20 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

Значения реакций те же, что и при первом варианте. В данном решении сила  $P_1$  была учтена при подсчете реакции  $Y_C$ , действующей на подвесную балку. Можно было бы поступить и иначе: реакцию  $Y_C$  определить без учета силы  $P_1$ , а свободный конец основной балки нагрузить силами  $P_1$  и  $Y_C$ .

Для сечений, симметричных относительно нейтральной оси, условие прочности имеет вид

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_y \leq [\sigma],$$

где  $W_y$  – момент сопротивления сечения относительно нейтральной оси,  $W_y = I_y / z_{\max}$ .

Из условия прочности можно определить необходимый момент сопротивления

$$W_y = M_{\max} / [\sigma].$$

При заданной форме поперечного сечения, зная  $W_y$ , можно установить необходимые размеры сечения.

Для балок, изготовленных из пластичного материала, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию:  $[\sigma]_{\text{сж}} = [\sigma]_{\text{р}} = [\sigma]$ .

Если балка изготовлена из хрупкого материала, различно сопротивляющегося растяжению и сжатию, то необходимая величина  $W_y$  определяется из условий прочности для наиболее растянутого и наиболее сжатого волокон

$$W_y^* = M_{\max} / [\sigma]_{\text{р}}; \quad W_y^* = M_{\max} / [\sigma]_{\text{сж}}.$$

Из двух найденных значений момента сопротивления для определения размеров поперечного сечения выбирается максимальное.

**Пример 4.** Подобрать диаметр деревянной балки круглого сечения, изображенной на рис. 1, а. Для инженерных расчетов можно считать, что дерево одинаково сопротивляется растяжению и сжатию, т.е.  $[\sigma] = 10$  МПа.

Абсолютная величина максимального изгибающего момента равна 20 кН·м (см. рис. 1, в). Тогда необходимый момент сопротивления

$$W_y = 20 \cdot 10^3 / (10 \cdot 10^6) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Момент сопротивления круглого поперечного сечения относительно центральной оси равен  $W_y = \pi \cdot d^3 / 32$ , тогда необходимый диаметр балки:  $d = \sqrt[3]{32 W_y / \pi} = \sqrt[3]{32 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / \pi} = 0,28 \text{ м}$ .

Теперь определим поперечные силы и изгибающие моменты. При составлении выражений для  $Q$  и  $M$  балка  $AB$  рассматривается как единое целое (без учета шарнира). Балка имеет четыре грузовых участка, которые пронумеруем слева направо. Важно помнить, что шарнир  $C$  является точкой раздела участков только в том случае, если в нем приложена внешняя нагрузка, как в нашем случае.

Для составления уравнений перерезывающей силы и изгибающего момента, как и в предыдущих случаях, проведем произвольные сечения в пределах каждого участка. При этом для первого и второго участков абсциссу  $x$  будем отсчитывать от опоры  $A$ , для третьего и четвертого – от опоры  $B$ . Для удобства все вычисления сведем в следующую таблицу:

№ п/п	$x$ , м	Формула для $Q$	$Q$ , кН	Формула для $M$	$M$ , кН·м
1	0; 1	$Q_1 = Y_A$	20	$M_1 = -M_A + Y_A x_1$	-20; 0
2	1; 2	$Q_2 = Y_A - P_1$	0	$M_2 = -M_A + Y_A x_2 - P_1(x_2 - 1)$	0
3	1; 2	$Q_3 = -Y_B + qx_3$	-10; 0	$M_3 = Y_B x_3 - \frac{qx_3^2}{2} - M_0$	-5; 0
4	0; 1	$Q_4 = -Y_B - qx_4$	-20; -10	$M_4 = Y_B x_4 - \frac{qx_4^2}{2}$	0; 15

По полученным значениям перерезывающей силы и изгибающего момента построим их эпюры (см. рис. 3, в и г).

### 3. ПОДБОР ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ БАЛКИ ПО НОРМАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

Условие прочности при изгибе по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\max} = M_{\max} z_{\max} / I_y \leq [\sigma],$$

где  $M_{\max}$  – максимальный изгибающий момент, определенный по эпюре (момент в опасном сечении балки);  $z_{\max}$  – расстояние от нейтральной оси до наиболее удаленного волокна;  $I_y$  – момент инерции сечения относительно нейтральной оси.

**Пример 5.** Подобрать размеры стальной балки прямоугольного поперечного сечения с отношением высоты к ширине балки  $h/b = 2$ . Расчетная схема балки, а также эпюры  $Q$  и  $M$  приведены на рис. 2;  $[\sigma] = 160$  МПа.

Абсолютная величина максимального изгибающего момента  $M_{\max} = 15$  кН·м. Необходимая величина момента сопротивления  $W_y = 15 \cdot 10^3 / (160 \cdot 10^6) = 0,94 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ . Момент сопротивления прямоугольника относительно нейтральной оси  $W_y = bh^2/6 = h^3/12$ , откуда размеры сечения балки  $h = \sqrt[3]{12 W_y} = \sqrt[3]{12 \cdot 0,94 \cdot 10^{-4}} = 0,104 \text{ м}$ ,  $b = h/2 = 0,052 \text{ м}$ .

**Пример 6.** Двутавровая стальная балка нагружена так, как показано на рис. 3а;  $[\sigma] = 160$  МПа. Подобрать номер двутавра.

Из рис. 3г видно, что  $M_{\max} = 20$  кН·м. Необходимая величина момента сопротивления:  $W_y = 20 \cdot 10^3 / (160 \cdot 10^6) = 0,125 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

По сортаменту прокатной стали [2] выбираем двутавровый профиль, у которого величина момента сопротивления близка к требуемой. Таких профилей два: № 18 с моментом сопротивления несколько больше требуемого ( $W_y = 143 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$ ) и № 16 с моментом сопротивления, несколько меньшим ( $W_y = 109 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$ ).

Максимальные напряжения в двутавровой балке № 18

$$\sigma_{\max} = 20 \cdot 10^3 / (143 \cdot 10^{-6}) = 140 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}$$

Недонапряжение составляет  $(160 - 140) / (160 - 100) = 12,5\%$ .

Можно выбрать двутавр с моментом сопротивления меньшим, чем требуется, при условии, если перенапряжение в нем не превышает 5%. В нашем случае для двутавровой балки № 16:  $\sigma_{\max} = 20 \cdot 10^3 / (109 \cdot 10^{-6}) = 183,5 \text{ МПа}$ . Перенапряжение материала составляет  $(183,5 - 160) / (160 - 100) = 14,7\%$ , что не допустимо. Окончательно выбираем двутавр № 18.

Построить эпюры перерезывающих сил, изгибающих моментов и подобрать сечения балок, приведенных на рис.2.4 –2.27. Величины заданных нагрузок представлены в таблице 2.1. Направление нагрузок, отмеченных \*), противоположно изображенному на рисунке.

Таблица 2.1

Вариант	Номер рисунка	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$M_1$ , кН·м	$M_2$ , кН·м
1	2.4	5	-	10	-	20	-
2	2.5	10	5	5	-	30	-
3	2.6	15	20	15	-	25	-
4	2.7	10	5	20	-	15	-
5	2.8	5	15	10	20	20	-
6	2.9	5	10	15	-	25	-
7	2.10	10	5	5	15	10	-
8	2.11	15	-	10	20	15	-
9	2.12	5	-	5	-	30	20
10	2.13	5	15	15	-	20	30
11	2.14	10	-	20	-	25	-
12	2.15	15	5	10	5	20	-
13	2.16	5	10	5	-	15	20
14	2.17	10	5	15	-	25	20
15	2.18	10	15	20	-	30	-
16	2.19	5	10	20	15	35	-
17	2.20	5	-	10	20	40	-
18	2.21	5	10	10	20	30	-
19	2.22	10	15	5	10	20	-
20	2.23	15	5	15	-	25	-
21	2.24	10	5	5	-	35	-
22	2.25	5	-	10	-	30	-
23	2.26	15	10	15	-	40	-
24	2.27	10	5	20	15	45	-
25	2.4	5*	-	10	-	20*	-
26	2.5	10*	5*	5	-	30*	-
27	2.6	15*	20*	15	-	25*	-
28	2.7	10*	5*	20	-	15*	-
29	2.8	5*	15*	10	20	20*	-



Вариант	Номер рисунка	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$M_1$ , кН·м	$M_2$ , кН·м
30	2.9	5*	10*	15	-	25*	-
31	2.10	10*	5*	5	15	10*	-
32	2.11	15*	-	10	20	15*	-
33	2.12	5*	-	5	-	30*	20*
34	2.13	5*	15*	15	-	20*	30*
35	2.14	10*	-	20	-	25*	-
36	2.15	15*	5*	10	5	20*	-
37	2.16	5*	10*	5	-	15*	20*
38	2.17	10*	5*	15	-	25*	20*
39	2.18	10*	15*	20	-	30*	-
40	2.19	5*	10*	20	15	35*	-
41	2.20	5*	-	10	20	40*	-
42	2.21	5*	10*	10	20	30*	-
43	2.22	10*	15*	5	10	20*	-
44	2.23	15*	5*	15	-	25*	-
45	2.24	10*	5*	5	-	35*	-
46	2.25	5*	-	10	-	30*	-
47	2.26	15*	10*	15	-	40*	-
48	2.27	10*	5*	20	15	45*	-
49	2.4	5*	-	10*	-	20	-
50	2.5	10*	5	5*	-	30	-
51	2.6	15*	20	15*	-	25	-
52	2.7	10*	5	20*	-	15	-
53	2.8	5*	15	10*	20	20	-
54	2.9	5*	10	15*	-	25	-
55	2.10	10*	5	5*	15	10	-
56	2.11	15*	-	10*	20	15	-
57	2.12	5*	-	5*	-	30	20
58	2.13	5*	15	15*	-	20	30
59	2.14	10*	-	20*	-	25	-
60	2.15	15*	5	10*	5	20	-
61	2.16	5*	10	5*	-	15	20
62	2.17	10*	5	15*	-	25	20
63	2.18	10*	15	20*	-	30	-
64	2.19	5*	10	20*	15	35	-
65	2.20	5*	-	10*	20	40	-

Окончание таблицы 2.1

Вариант	Номер рисунка	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$M_1$ , кН·м	$M_2$ , кН·м
66	2.21	5*	10	10*	20	30	-
67	2.22	10*	15	5*	10	20	-
68	2.23	15*	5	15*	-	25	-
69	2.24	10*	5	5*	-	35	-
70	2.25	5*	-	10*	-	30	-

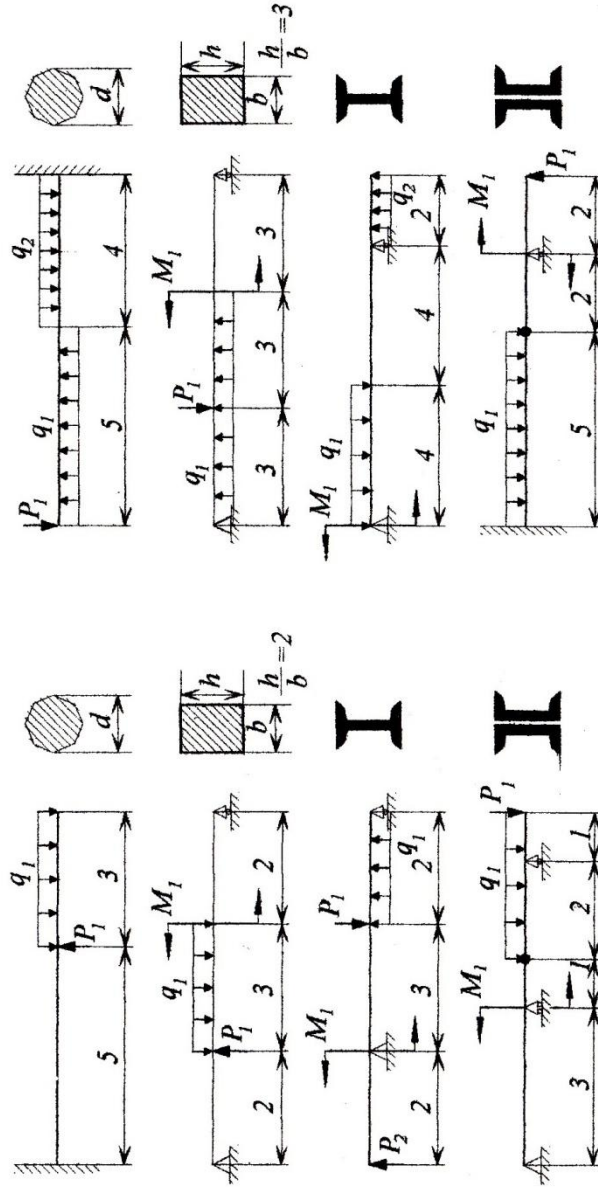


Рис. 5

Рис. 4

Рис. 8

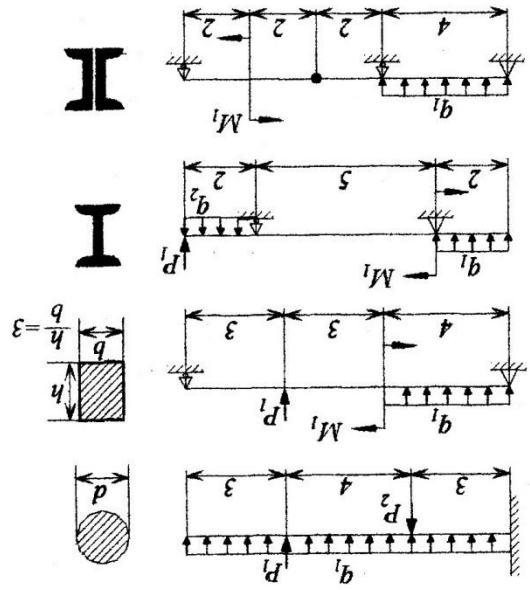


Рис. 9

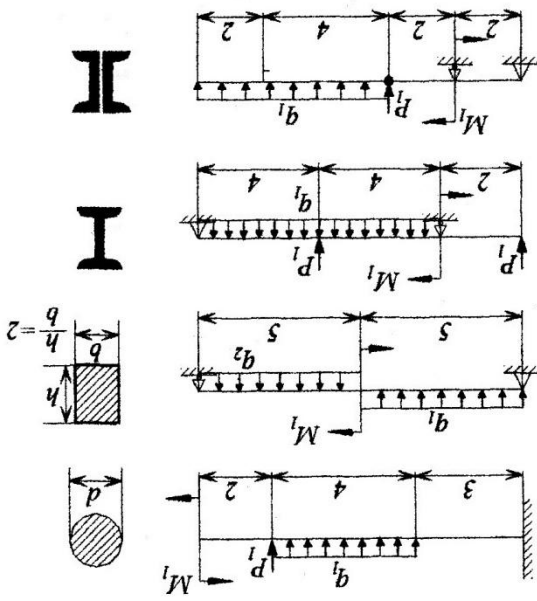


Рис. 6

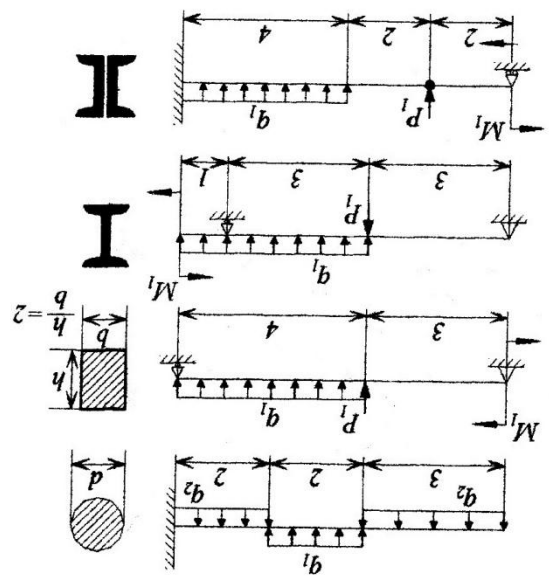
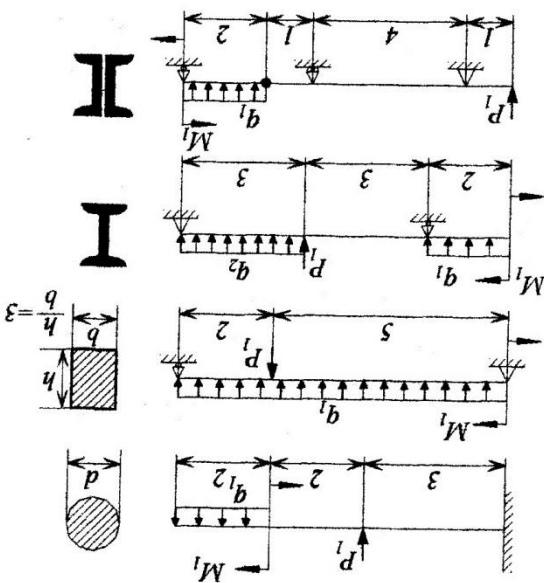


Рис. 7





22

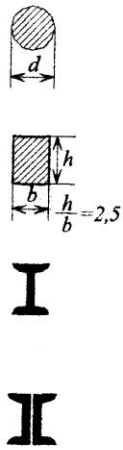
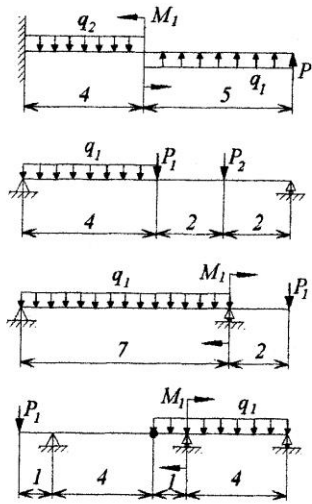


Рис. 10

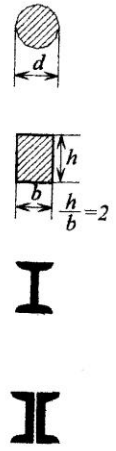
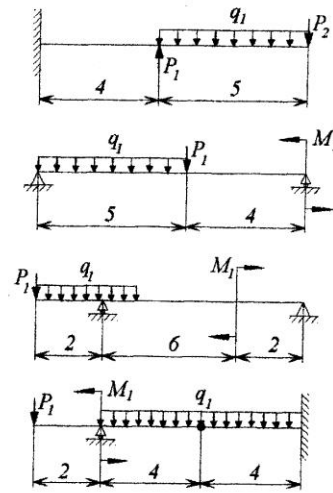


Рис. 11

23

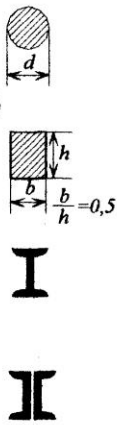
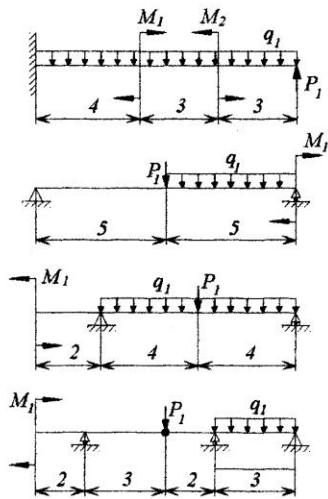


Рис. 12

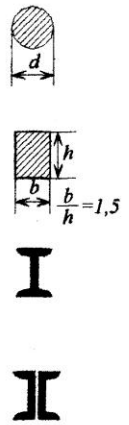
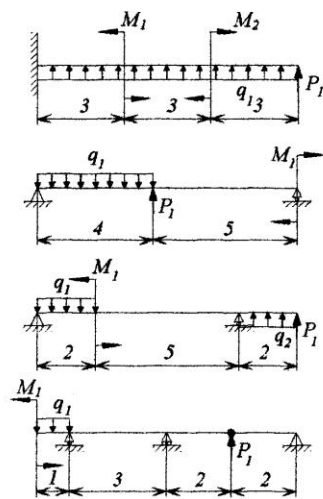


Рис. 13

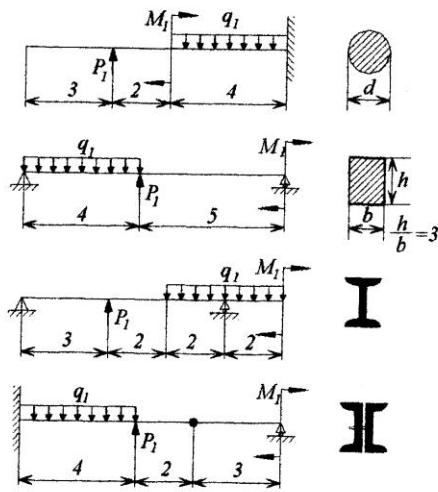


Рис. 14

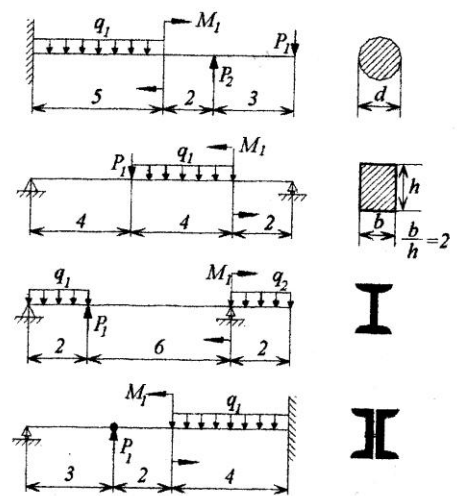


Рис. 15

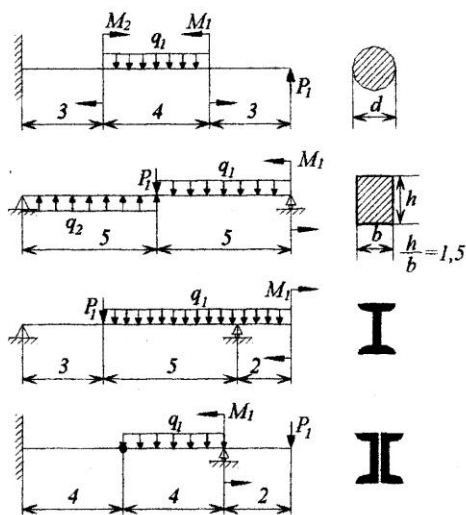


Рис. 16

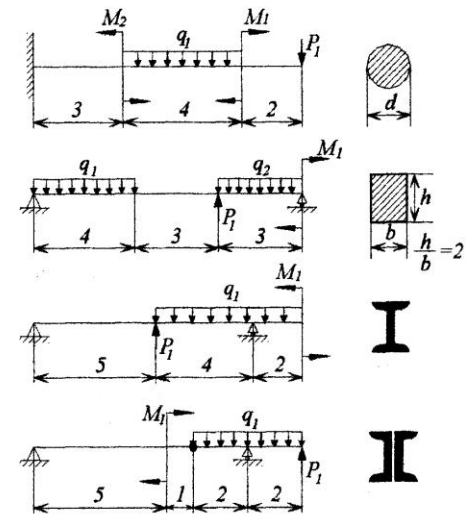


Рис. 17

26

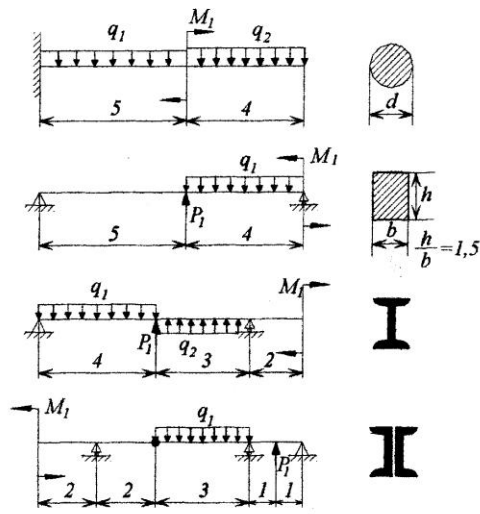


Рис. 18

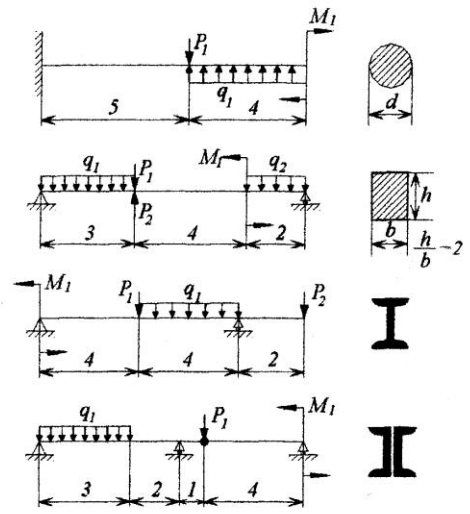


Рис. 19

27

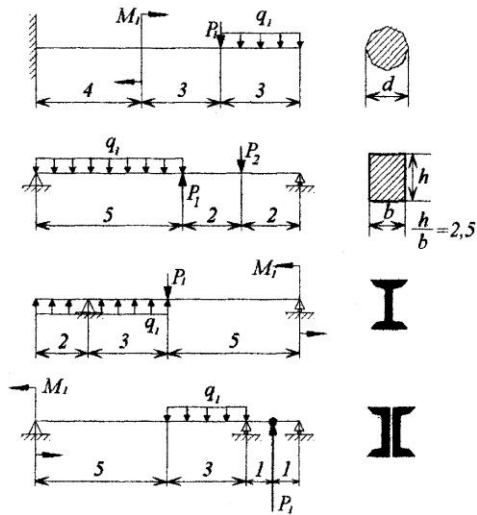


Рис. 20

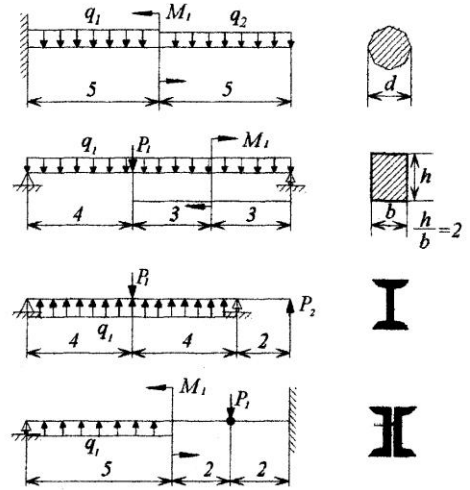


Рис. 21

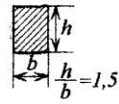
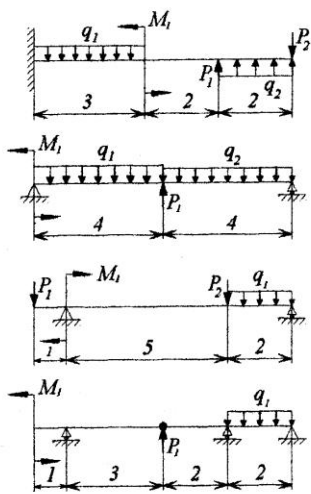


Рис. 22

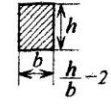
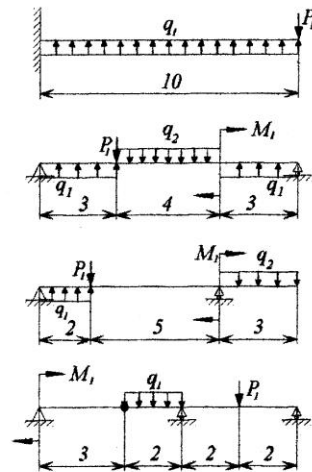


Рис. 23

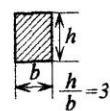
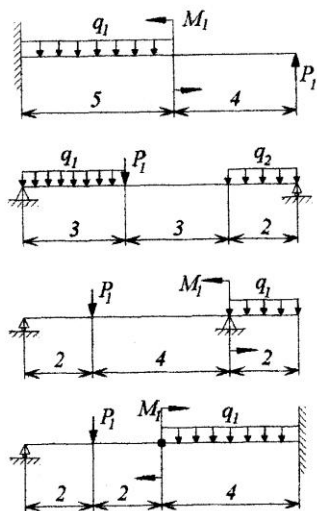


Рис. 24

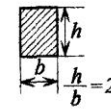
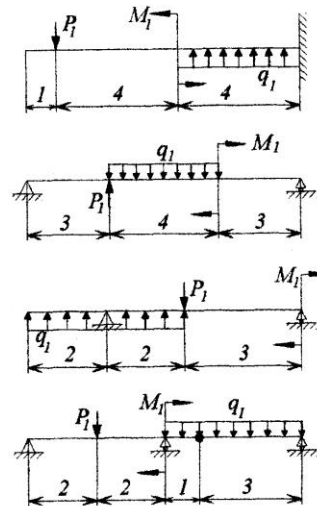


Рис. 25

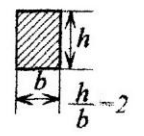
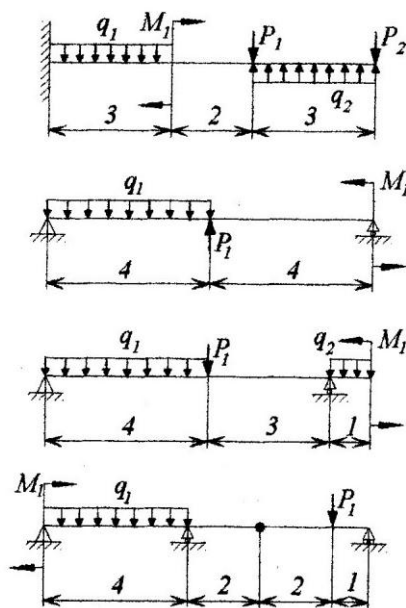
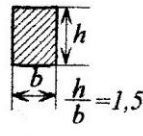
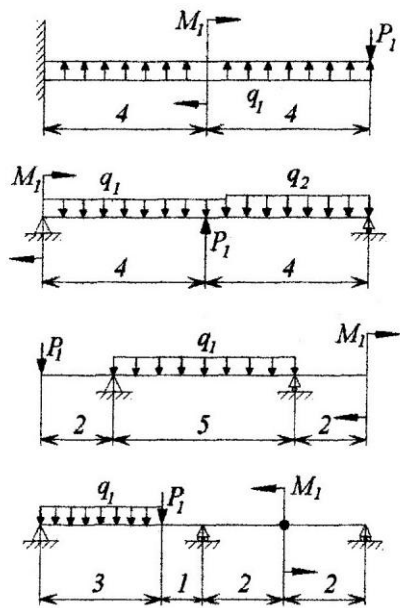


Рис. 26

Рис. 27