

## Глава 3. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ

### 3.1. Ортогональные проекции прямой линии

Для того, чтобы спроецировать прямую линию на плоскость проекций достаточно построить проекции двух точек этой прямой (Рис. 38).

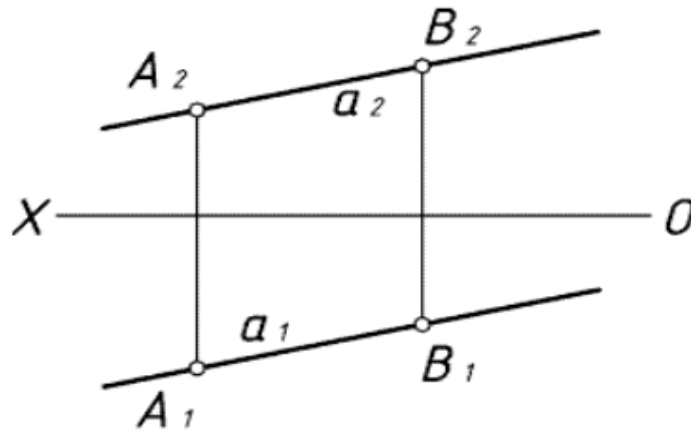


Рис. 38

Если точка принадлежит прямой, то проекции точки принадлежат проекциям прямой (рис. 38). Если же хотя бы одна проекция точки не принадлежит соответствующей проекции прямой, то данная точка не принадлежит прямой. На рис. 39 точка  $M$  не принадлежит отрезку  $AB$ , т.к. ее фронтальная проекция  $M_2$  не принадлежит фронтальной проекции отрезка  $A_2B_2$ .

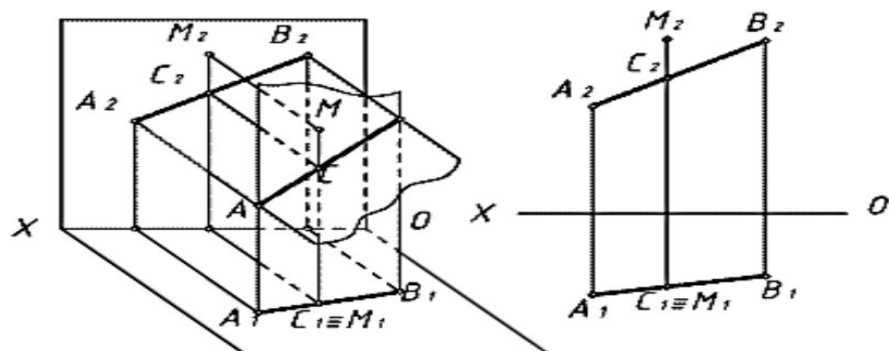


Рис. 39

## **ПРЯМЫЕ ОБЩЕГО И ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ**

В зависимости от положения прямых по отношению к плоскостям проекций прямые делятся на прямые общего и частного положения.

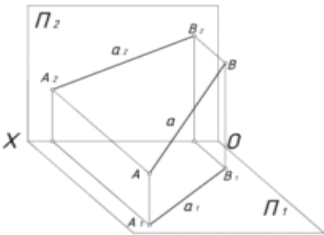
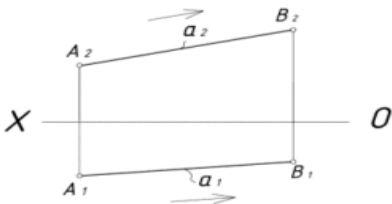
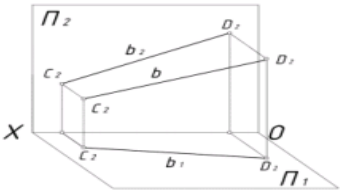
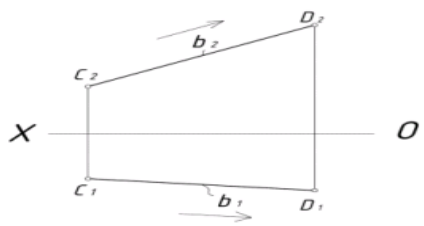
Прямые общего положения - прямые, располагающиеся в пространстве произвольно по отношению к плоскостям проекций, то есть не параллельны и не перпендикулярны ни одной из плоскостей проекции. Поэтому ортогональная проекция отрезка прямой общего положения на любую плоскость проекций всегда меньше длины самого отрезка, то есть не в натуральную величину.

Прямые общего положения подразделяются на восходящие, которые по мере удаления от наблюдателя направлены вверх, и нисходящие, которые по мере удаления от наблюдателя направлены вниз.

Проекции восходящей прямой на чертеже направлены в одну сторону (ориентированы одинаково).

Проекции нисходящей прямой на чертеже направлены в разные стороны (табл. 11).

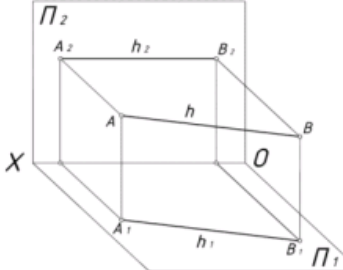
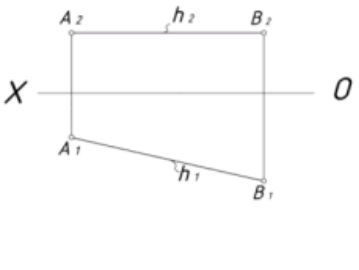
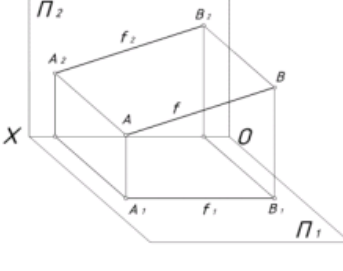
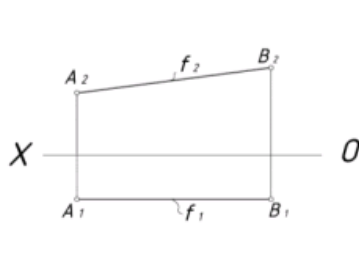
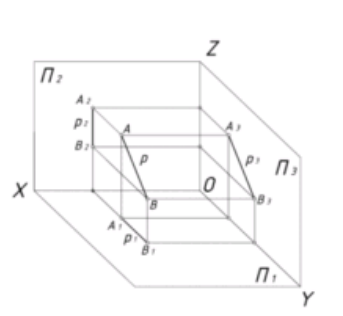
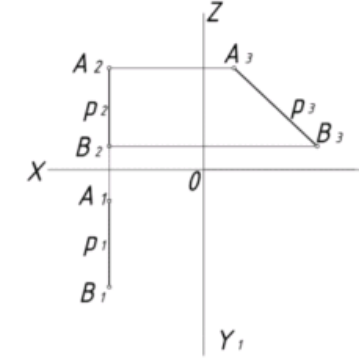
Таблица 11

Положение прямой в пространстве	Наглядное изображение	Эпюр
<p><b>а</b> – прямая общего положения восходящая</p>		
<p><b>б</b> – прямая общего положения нисходящая</p>		

Прямые частного положения - прямые, занимающие определенное положение в пространстве по отношению к плоскостям проекций, называются прямыми частного положения. Они делятся на прямые параллельные одной из плоскости проекций – линии уровня и перпендикулярные одной из плоскостей проекций – проецирующие.

В таблицах 12 и 13 даны названия, наглядные изображения и характерные признаки проекций прямых частного положения.

Таблица 12

Положение прямой в пространстве	Наглядное изображение	Эпюр	Характерные признаки на чертеже
1	2	3	4
<p><math>h // \Pi_1</math> – горизонтальная прямая уровня (горизонталь)</p>			<p><math>h_2 // OX</math>;  <math>A_1B_1 // AB</math>;  <math>h_1 = AB</math> – натуральная величина</p>
<p><math>f // \Pi_2</math> – фронтальная прямая уровня (фронталь)</p>			<p><math>f_1 // OX</math>;  <math>A_2B_2 // AB</math>;  <math>f_2 = AB</math> – натуральная величина</p>
<p><math>p // \Pi_3</math> – профильная линия уровня</p>			<p><math>p_1 \perp OX</math>;  <math>p_2 \perp OX</math>;  <math>p_3 = AB</math> – натуральная величина</p>

## Проецирующие прямые

Таблица 13

1	2	3
<p style="text-align: center;"><math>n \perp \Pi_1</math> – горизонтально - проецирующая прямая</p>		
<p style="text-align: center;"><math>m \perp \Pi_2</math> – фронтально- проецирующая прямая</p>		
<p style="text-align: center;"><math>k \perp \Pi_3</math> – профильно- проецирующая прямая</p>		

### 3.2. Определение натуральной величины (длины) отрезка АВ методом прямоугольного треугольника и углов его наклона к плоскостям проекций

Как было сказано ранее, ортогональная проекция отрезка прямой общего положения на любую плоскость проекций всегда меньше длины самого отрезка, то есть не является натуральной величиной (длиной) отрезка прямой общего положения.

Для определения натуральной величины отрезка прямой общего положения существуют различные методы: метод прямоугольного треугольника, метод вращения, метод совмещения, замены плоскостей проекции и др. В данной работе мы остановимся на методе прямоугольного треугольника.

Сущность метода прямоугольного треугольника заключается в нахождении гипотенузы прямоугольного треугольника, у которого первый катет равен горизонтальной (фронтальной или профильной) проекции отрезка, а второй катет представляет собой разность удаления концов отрезка от горизонтальной  $\Pi_1$  ( $\Delta Z = Z_{AB}$ ) или, соответственно, фронтальной  $\Pi_2$  ( $\Delta Y = Y_{AB}$ ) или профильной  $\Pi_3$  ( $\Delta X = X_{AB}$ ) плоскости проекции.

На рис. 40 представлен пример нахождения натуральной величины отрезка АВ и угол наклона относительно плоскости проекции  $\Pi_1$ .

$A_1B_1$  – первый катет, который является проекцией отрезка на плоскость  $\Pi_1$ ,  $\Delta Z = Z_{AB}$  – второй катет, найден как разность концов отрезка до  $\Pi_1$ . Построенная гипотенуза есть натуральная величина АВ. Угол  $\alpha$  – угол между гипотенузой и катетом (проекцией отрезка на соответствующую плоскость, в данном случае  $A_1B_1$ )

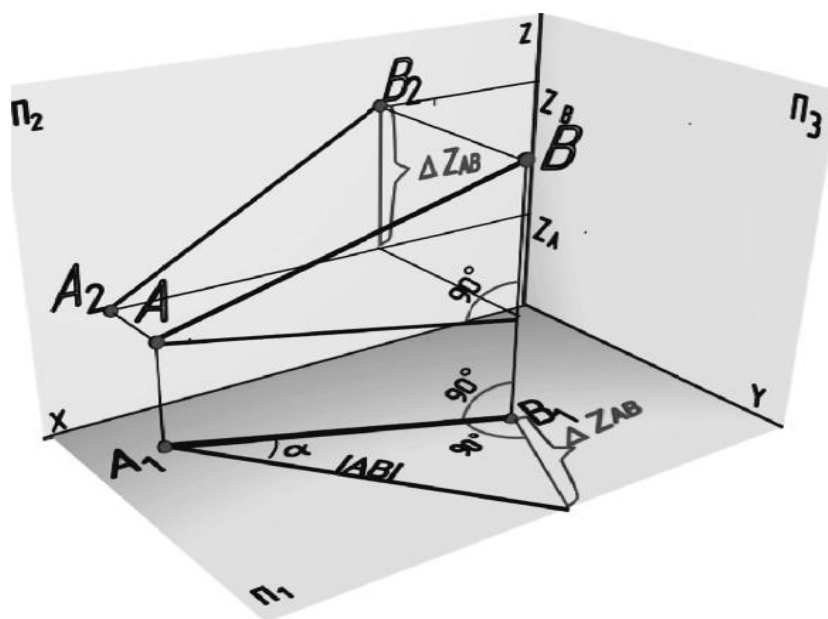


Рис. 40 - Нахождение натуральной величины отрезка АВ и угла наклона относительно плоскости проекции  $\Pi_1$

На рис. 41 приведен пример нахождения натуральной величины отрезка АВ на эпюре.

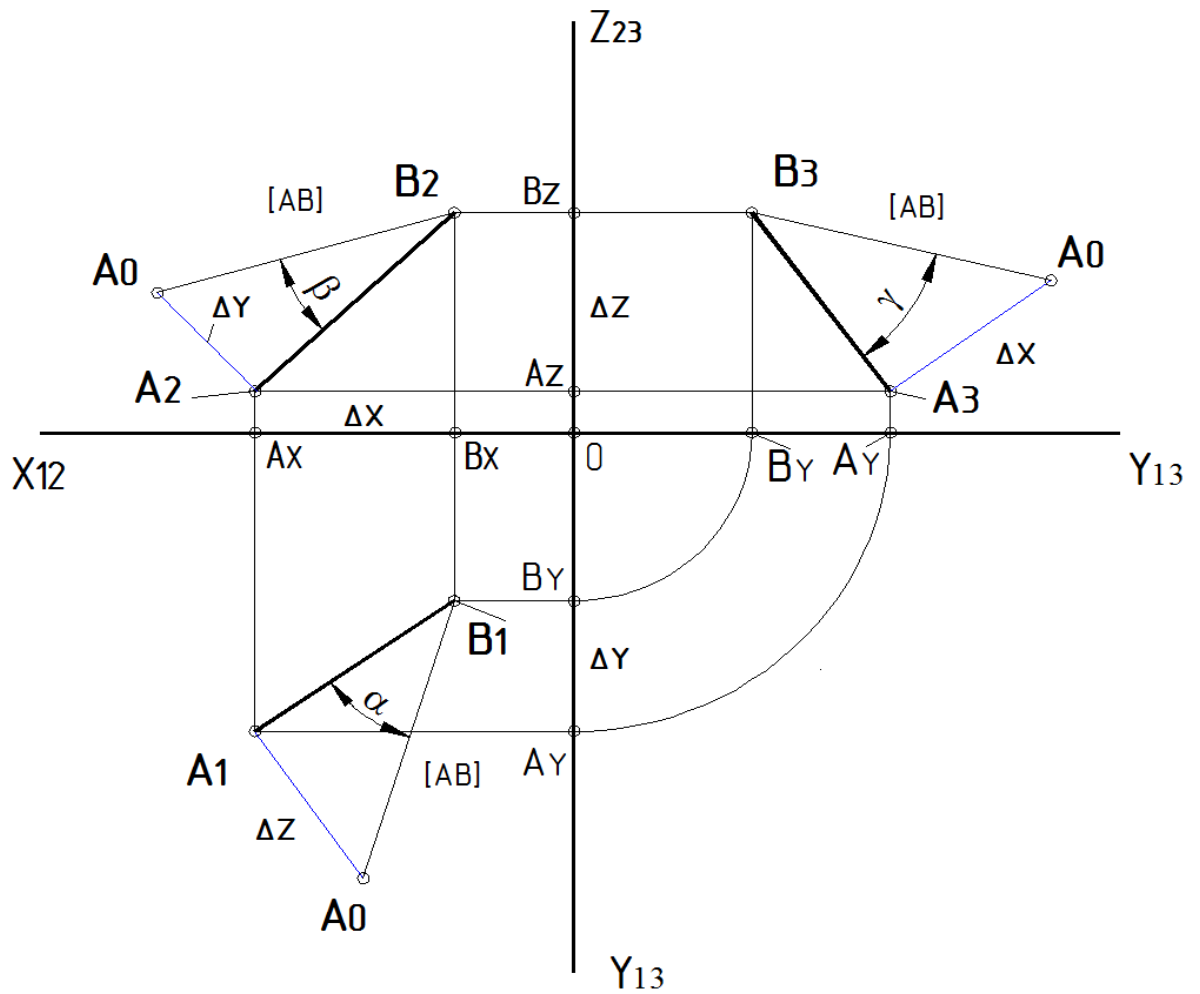


Рис. 41 – Нахождение истинной величины отрезка АВ методом прямоугольного треугольника на эпюре

Для того чтобы найти натуральную величину отрезка АВ (рис. 41), строим прямоугольный треугольник  $A_0A_1B_1$ .

Его первый катет  $A_1B_1$  – это горизонтальная проекция АВ. Второй катет  $A_1A_0$  равен величине  $Z_A - Z_B$ , то есть разности удаления точек А и В от горизонтальной плоскости  $\Pi_1$ .

Откладываем  $A_1A_0 = Z_A - Z_B$  перпендикулярно  $A_1B_1$ . Затем проводим гипотенузу  $A_0B_1$  треугольника  $A_0A_1B_1$ . Её величина соответствует истинной длине отрезка АВ. По аналогии находим натуральную величину отрезка АВ относительно фронтальной и профильной плоскостей проекций.

Угол наклона отрезка прямой к плоскости проекции, есть угол наклона между гипотенузой и катетом, являющимся проекцией отрезка на соответствующую плоскость.

### 3.3. Построение точки $K$ , делящую отрезок $AB$ в определенном отношении.

Рассмотрим на примере построения точки  $K$ , делящую отрезок  $AB$  в отношении 2:3 (рис.42).

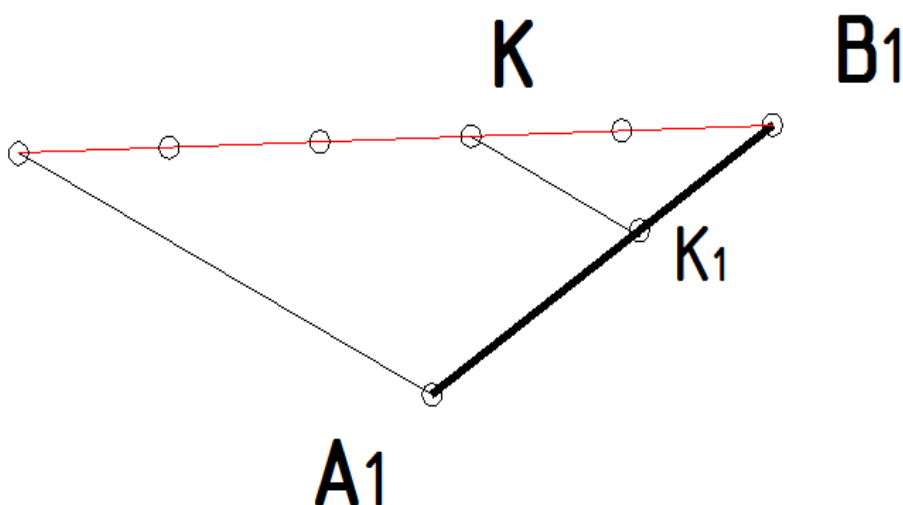


Рис. 42

Согласно теореме Фалеса - *Если на одной стороне угла отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие другую сторону, то на другой стороне отложатся равные между собой отрезки.*

$A_1K_1/K_1B_1=2/3$ , далее по проекционным связям находим другие проекции точки  $K$  -  $K_2$  и  $K_3$  (Рис. 43). Таким образом проекции точки  $K$  делят одноименные проекции отрезка  $AB$  в данном отношении следовательно и точка  $K$  делит отрезок  $AB$  в отношении 2/3.

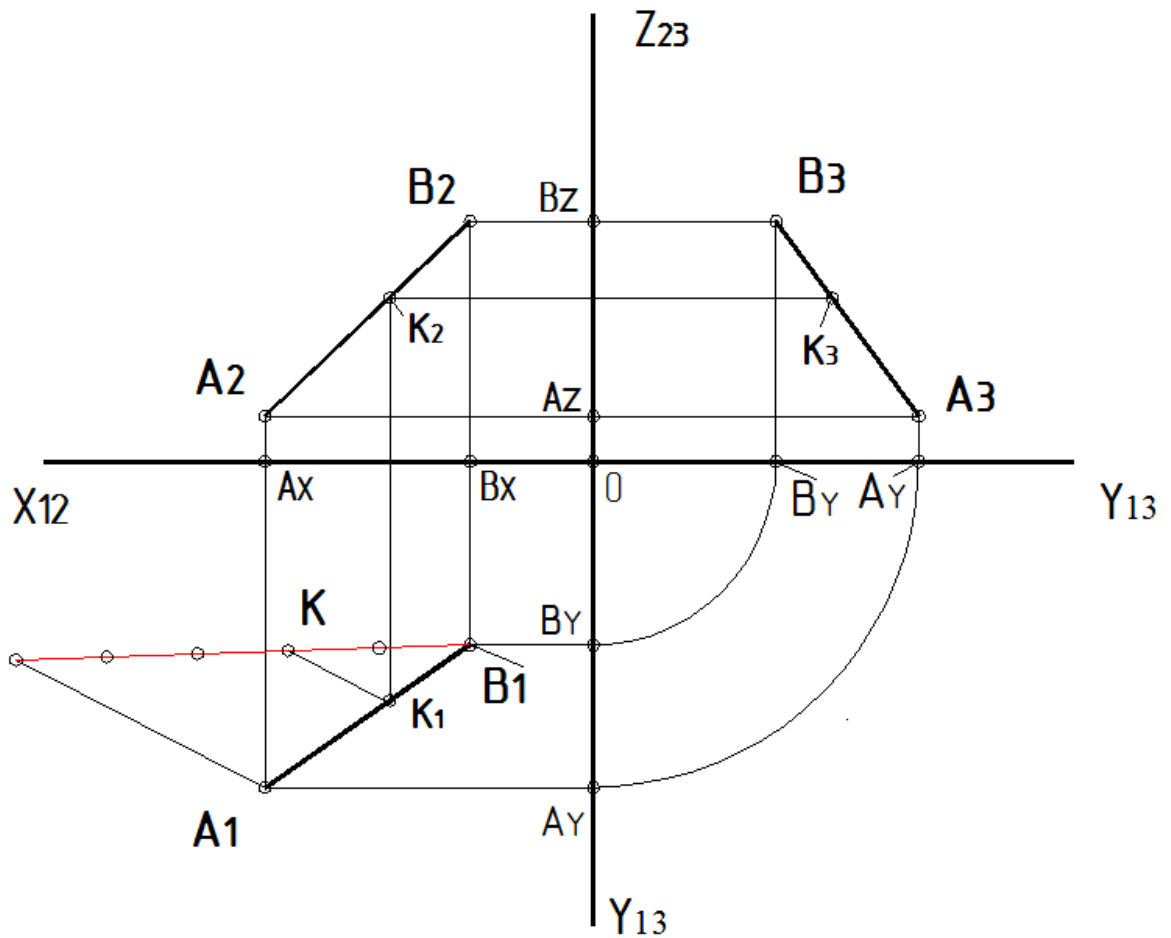


Рис. 43 - Построение точки  $K$ , делящую отрезок  $AB$  в отношении  $2:3$  на эюре

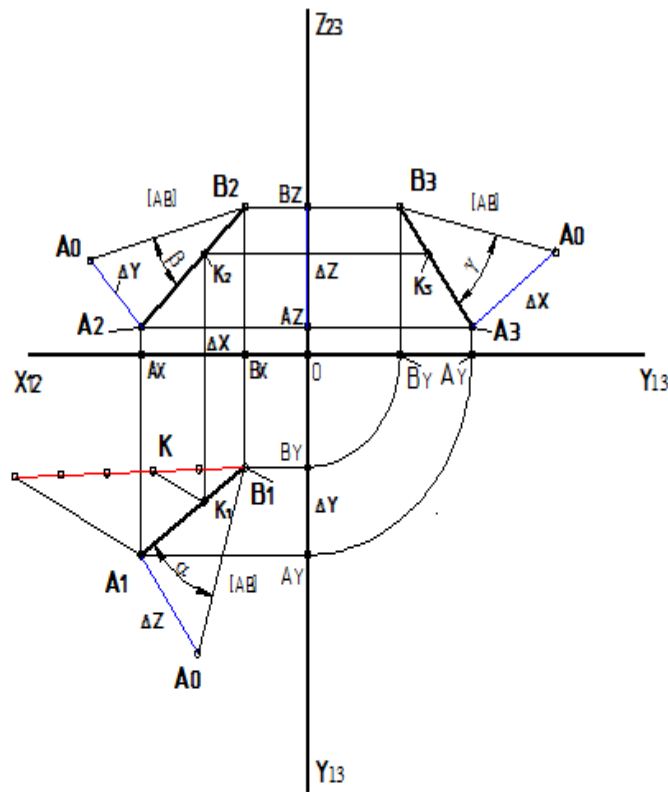
На рис. 44 представлен пример оформления задачи 2.1.

**Задача 2.1.** По заданным координатам точек  $A$  и  $B$  построить три проекции отрезка прямой  $AB$ .  
 Определить истинную величину отрезка  $AB$  и углы наклона к плоскостям проекций.  
 Построить точку  $K$ , делящую отрезок  $AB$  в отношении  $2:3$ .

Задание выполняется на чертежном листе формата  $A4$ .



По заданным координатам точек A и B построить три проекции отрезка прямой AB.  
 Определить истинную величину отрезка AB и углы наклона к плоскостям проекций.  
 Построить точку K, делящую отрезок AB в отношении 2:3.



A(25;25;5)

B(10;15;20)

$|AB| = 25 \text{ мм}$

$\alpha = 38 \text{ град.}$

$\beta = 27 \text{ град.}$

$\gamma = 40 \text{ град.}$

					<b>НГ.02.01.XX</b>		
					<b>Задача №2.1.</b>		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лист	Масса	Масштаб
Разраб.							1:1
Пров.							
Т.контр.					Лист	Листов	
Н.контр.					ГЧАП зр.ХХХХ		
Утв.							

Рис. 44 - Пример оформления задачи 2.1.

### 3.4. СЛЕДЫ ПРЯМОЙ

Следом прямой называется точка ее пересечения с плоскостью проекций (рис. 45).



Рис. 45

Различают:

- горизонтальный след прямой ( $M$ ) – точка пересечения прямой с горизонтальной плоскостью проекций;
- фронтальный след прямой ( $N$ ) – точка пересечения прямой с фронтальной плоскостью проекций;
- профильный след прямой ( $P$ ) – точка пересечения прямой с профильной плоскостью проекций. Прямые уровня имеют два следа, проецирующие прямые всего один.

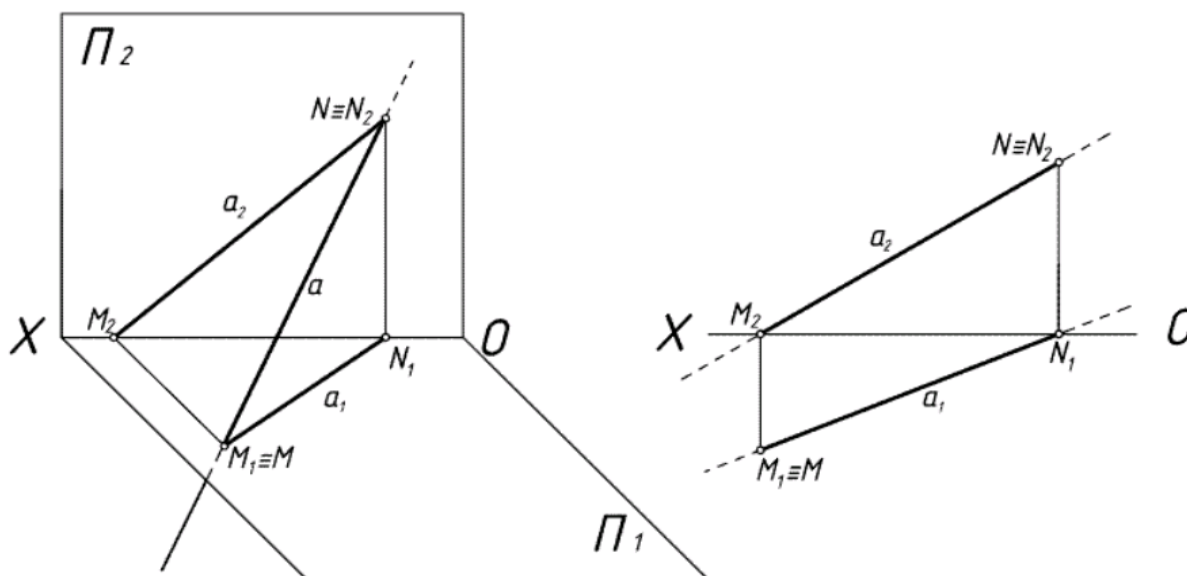


Рис. 46

Для того, чтобы найти **горизонтальный след** прямой, необходимо:

- 1) продлить фронтальную проекцию прямой до пересечения с осью  $OX$ .  $a_2 \cap OX = M_2$ ;
- 2) провести перпендикуляр к оси  $OX$  до пересечения с горизонтальной проекцией.  $M_2M$  перпендикулярен  $OX$ ;  $M_2M \cap a_1 = M_1$ .  $M_1$  и  $M_2$  – проекции горизонтального следа, при этом сам след совпадает со своей горизонтальной проекцией.

Чтобы найти **фронтальный след** прямой, необходимо: 1) продлить горизонтальную проекцию прямой до пересечения с осью  $OX$ .  $a_1 \cap OX = N_1$ ; 2) провести перпендикуляр к оси  $OX$  до пересечения с фронтальной проекцией прямой  $N_1N$  перпендикулярен  $OX$ ;  $N_1N \cap a_2 = N_2$ .

$N_1$  и  $N_2$  – проекции фронтального следа, при этом сам след совпадает со своей фронтальной проекцией.

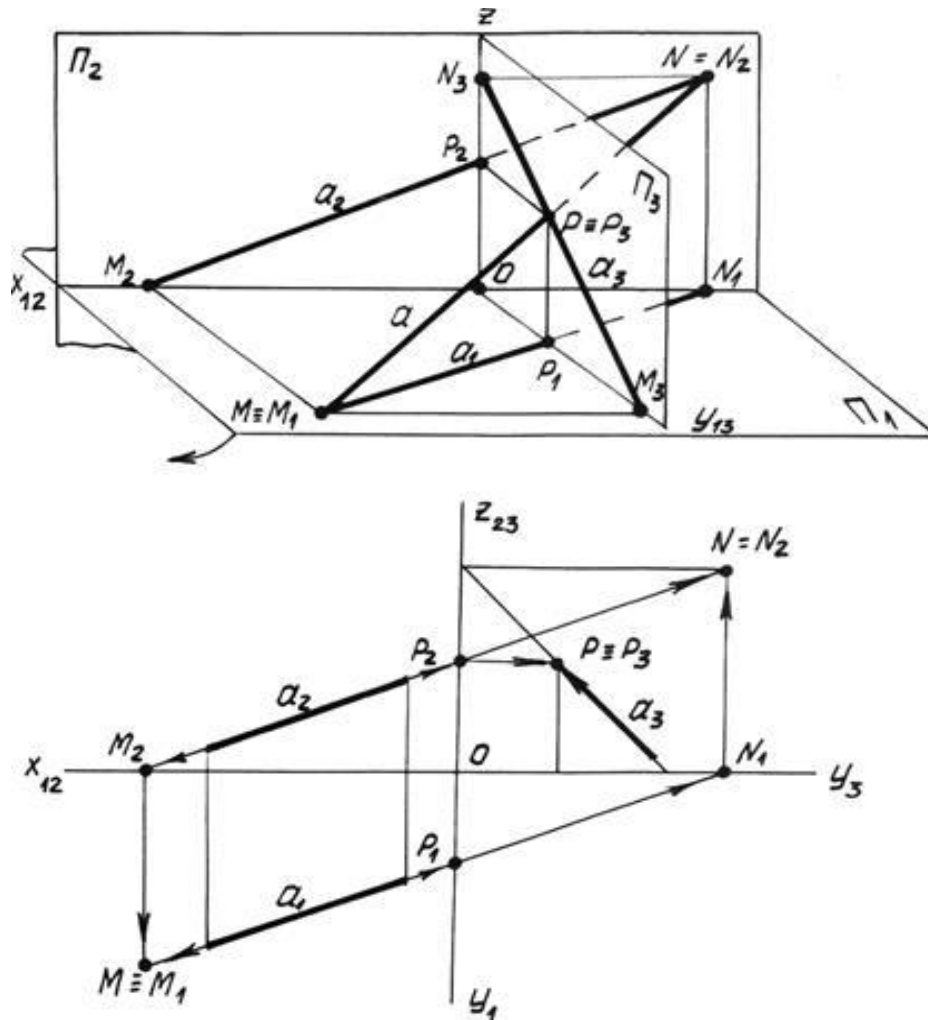


Рис. 47

Чтобы найти **профильный след** прямой (Р), необходимо: 1) продлить горизонтальную проекцию прямой до пересечения с осью ОХ.  $a_1 \cap OX = N_1$ ; 2) провести перпендикуляр к оси ОХ до пересечения с фронтальной проекцией прямой  $N_1N$  перпендикулярен ОХ;  $N_1N \cap a_2 = N_2$ .

$N_1$  и  $N_2$  – проекции фронтального следа, при этом сам след совпадает со своей фронтальной проекцией.

Далее подробно рассмотрим пример решения задачи 2.2.

### Задача 2.2.

**Выполняется на чертежном листе формата А4 .**

По заданным координатам точек А и В построить три проекции отрезка прямой АВ. Построить следы прямой. Определить истинную величину отрезка АВ и углы наклона к плоскостям проекций.

Определить октанты, через которые проходит заданная прямая.

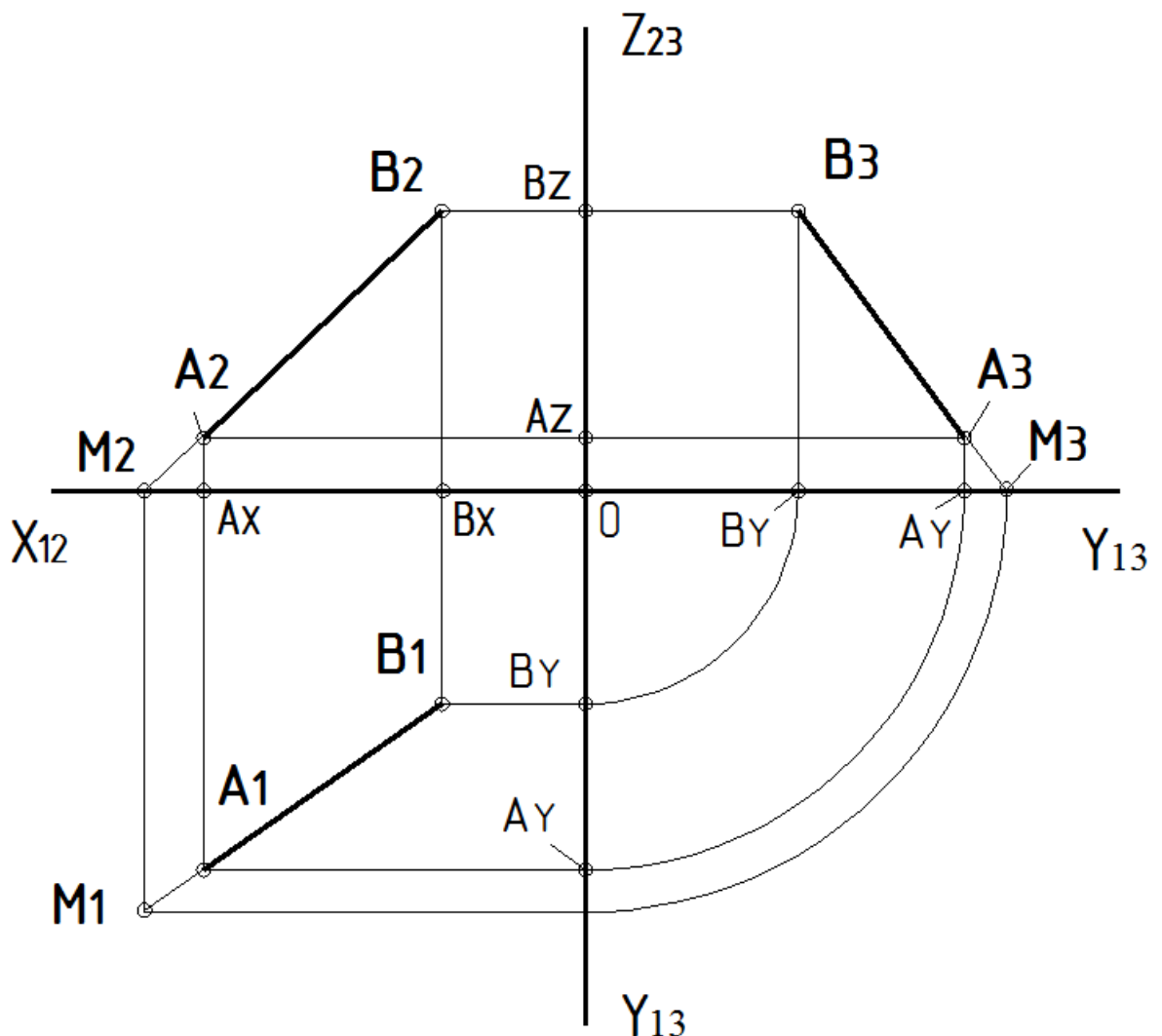


Рис. 48

Пример построения представлен на рисунках 48 – 52:

1. Строим три проекции прямой АВ;
2. Строим горизонтальный след  $M$ . Начинаем с фронтальной проекции горизонтального следа  $M_2$ . Фронтальная проекция горизонтального следа лежит на пересечении фронтальной проекции прямой с осью  $X$ ;
3. Далее строим горизонтальную проекцию горизонтального следа  $M_1$ . Для этого от точки  $M_2$  проводим линию проекционной перпендикулярно оси  $X$ . На пересечении данной линии проекционной связи и горизонтальной проекции АВ строим точку  $M_1$ ;
4. Профильная проекция горизонтального следа  $M_3$  располагается на пересечении  $A_3B_3$  с осью  $Y_{23}$ ;

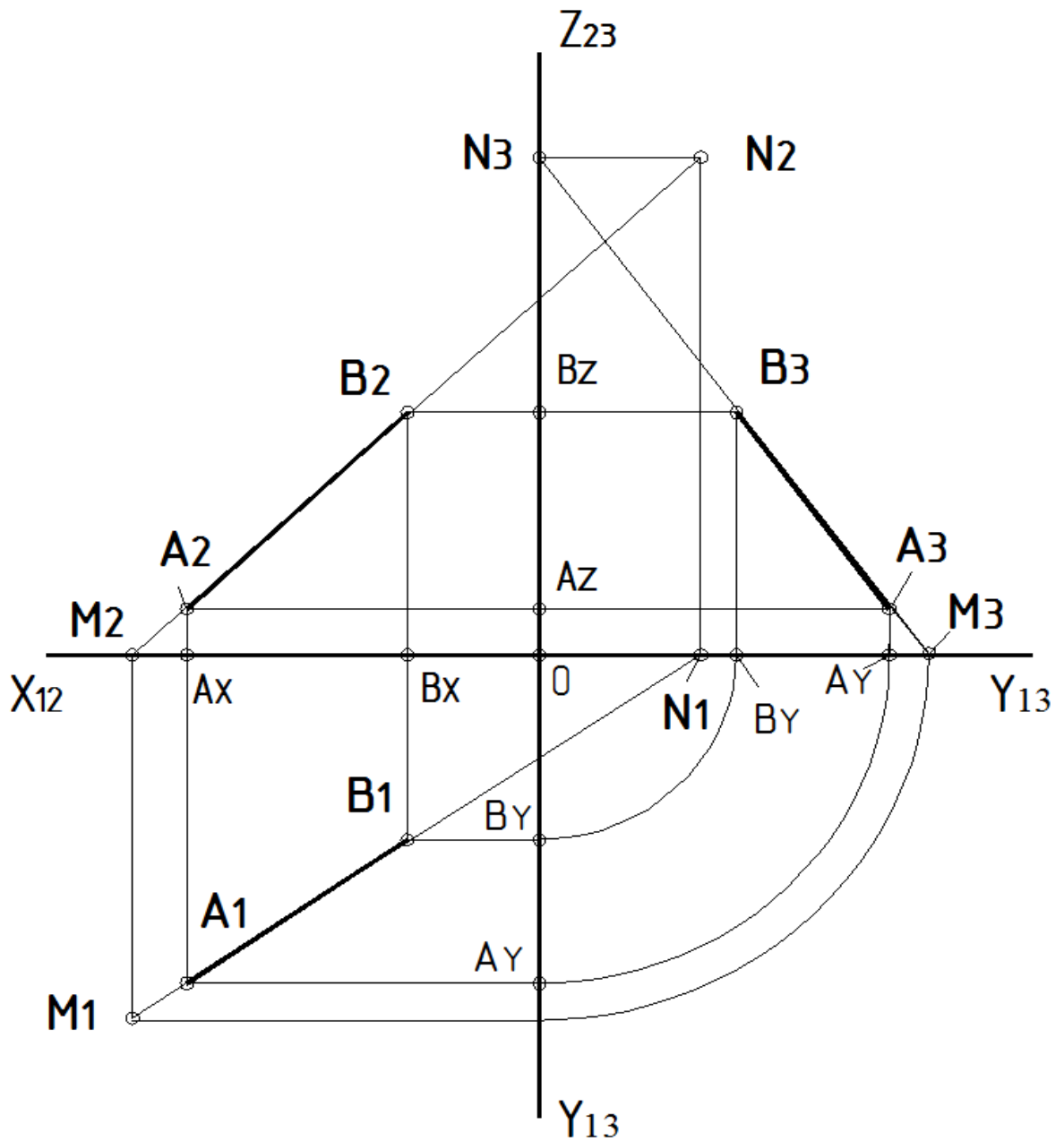


Рис. 49

5. Фронтальный след  $N$  прямой  $AB$ . Начинаем построение с горизонтальной проекции  $N_1$ .  $N_1$  лежит на пересечении  $A_1B_1$  с осью  $X$ ;
6. Фронтальная проекция  $N_2$  лежит на пересечении фронтальной проекции прямой  $A_2B_2$  с линией проекционной связи, проведенной от точки  $N_1$ ;
7. Профильная проекция фронтального следа  $N_3$  лежит на пересечении  $A_3B_3$  осью  $Z$  и линии проекционной связи от  $N_2$ ;

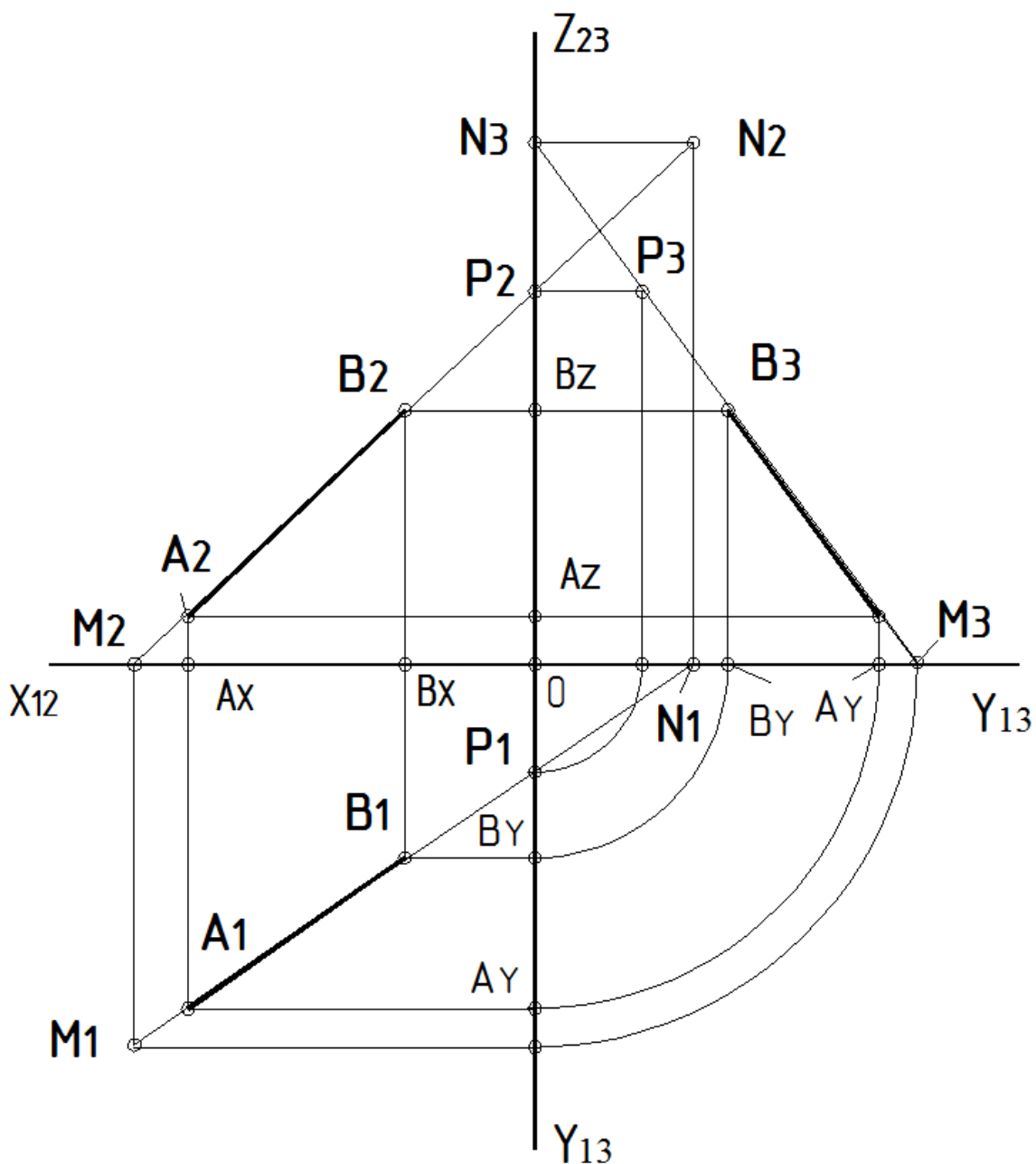


Рис. 50

8. Профильный след прямой АВ. Начинаем построение с горизонтальной проекции профильного следа  $P_1$ . Горизонтальная проекция профильного следа  $P_1$  лежит на пересечении горизонтальной проекции отрезка АВ ( $A_1B_1$ ) и оси У.
9. Фронтальная проекция профильного следа  $P_2$  лежит на пересечении фронтальной проекции прямой АВ ( $A_2B_2$ ) с осью Z;
10. Профильная проекция профильного следа  $P_3$  лежит в точке пересечения профильной проекции прямой с линией проекционной связи, проведенной из точки  $P_2$ . Так же  $P_3$  можно построить, как третью проекцию по двум заданным  $P_1$  и  $P_2$ .

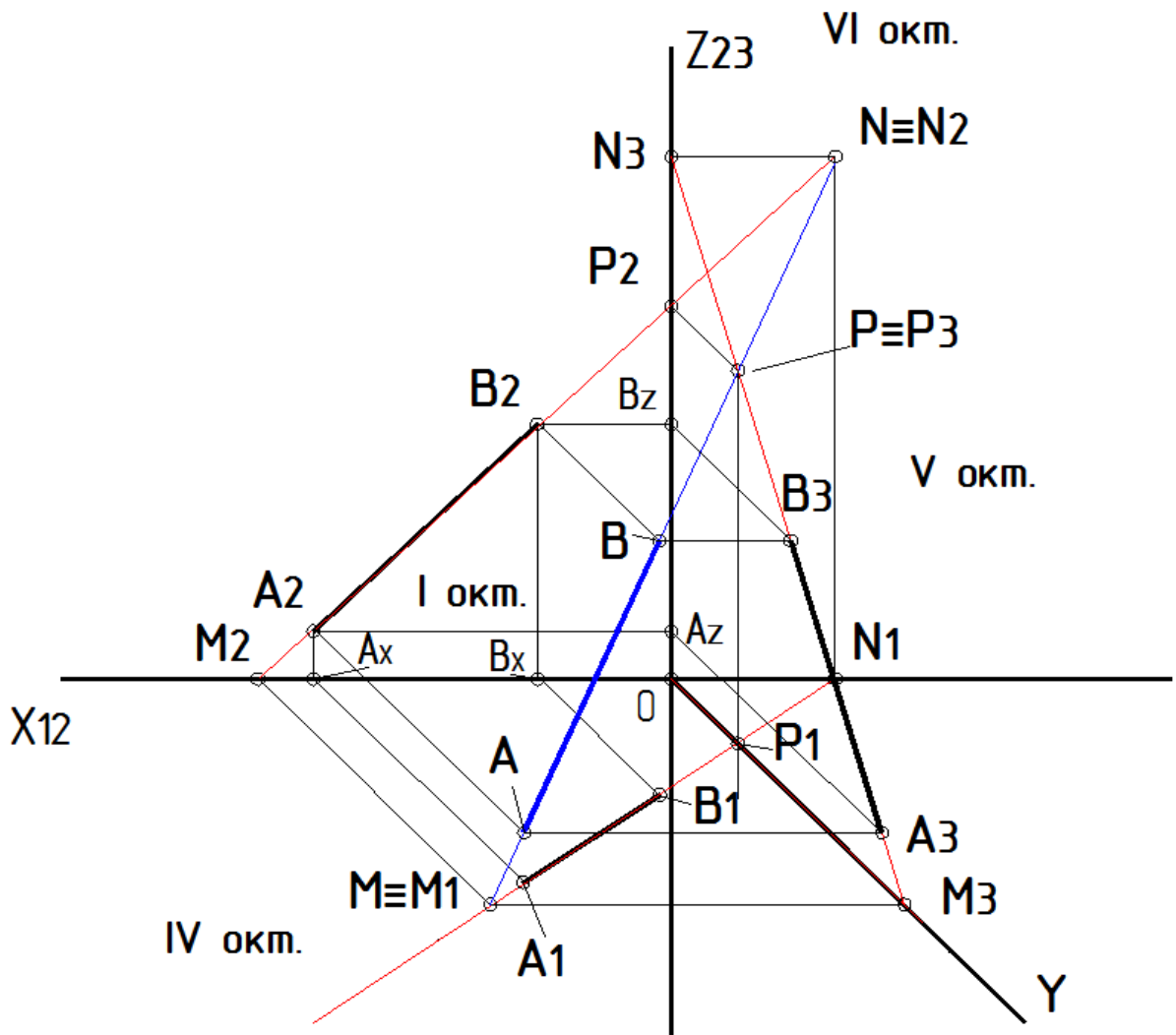


Рис. 51

Определяем, через какие октанты проходит заданная прямая АВ (рис. 49). Точка А расположена в I октанте, так как все три ее координаты по осям X,Y,Z положительные. Поэтому все точки отрезка MP, которому принадлежит точка А, лежат также в I октанте. Из I октанта через точку М (горизонтальный след прямой) прямая АВ переходит в IV, октант, а через Р (профильный след прямой) – в V октант. Из V октанта через точку N (фронтальный след) прямой прямая АВ переходит в VI октант.

**Определение натуральной величины отрезка АВ методом прямоугольного треугольника**



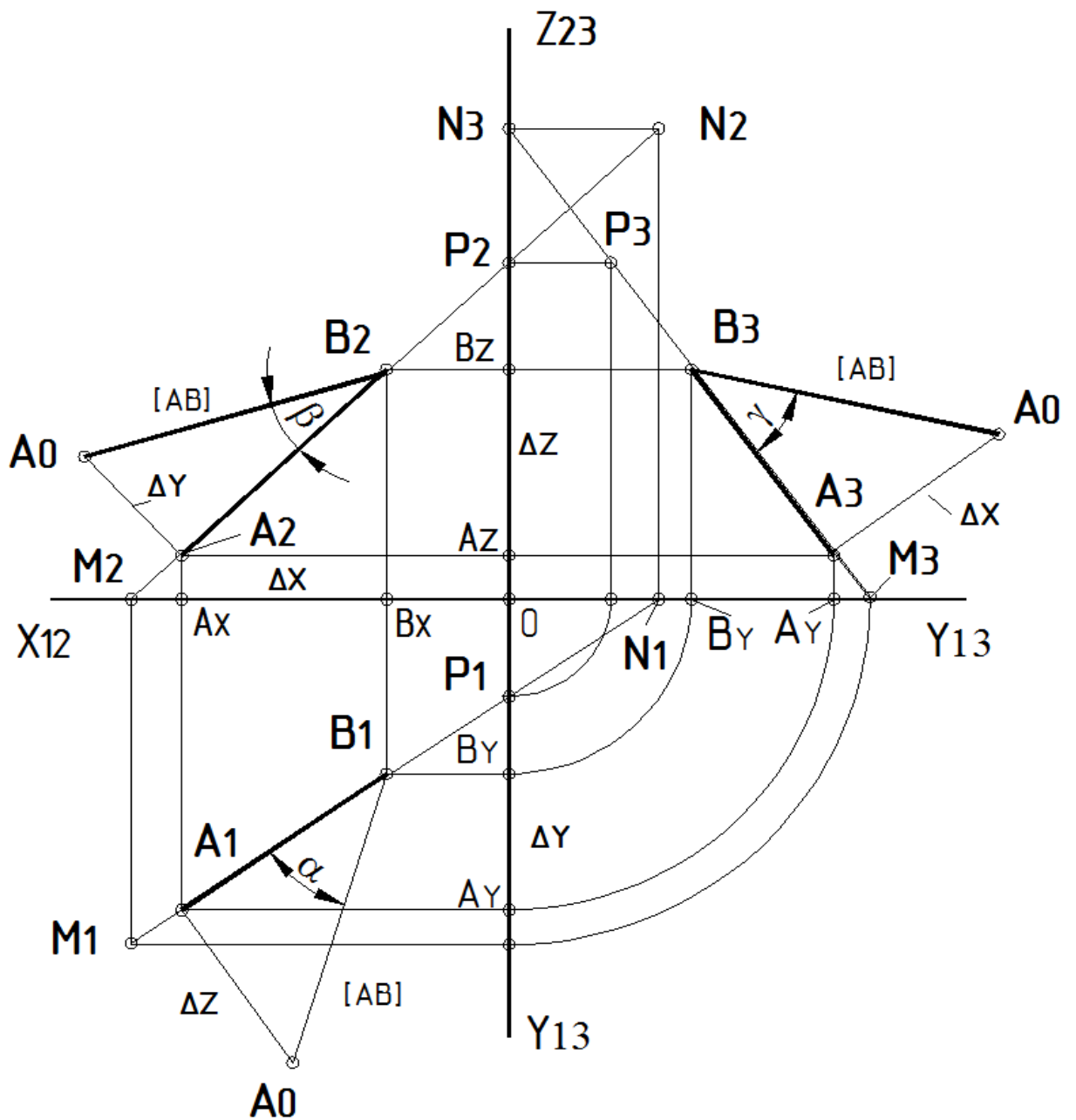
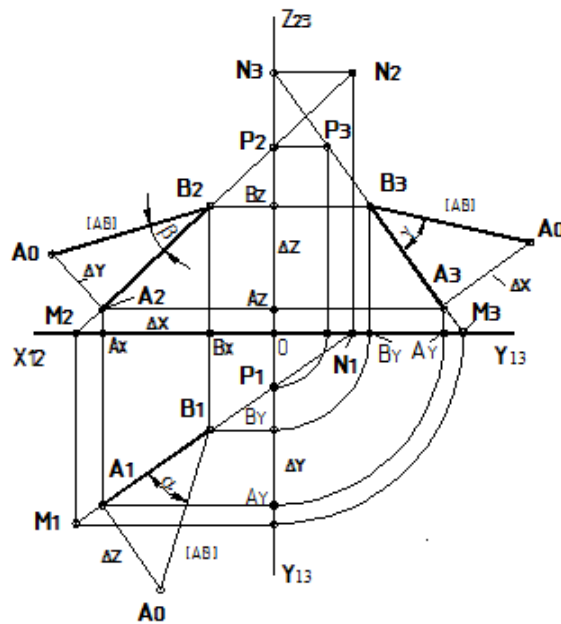


Рис. 52 - Определение натуральной величины отрезка АВ методом прямоугольного треугольника

По заданным координатам точек A и B построить три проекции отрезка прямой АВ. Построить следы прямой. Определить истинную величину отрезка АВ и углы наклона к плоскостям проекций. Определить октанты, через которые проходит заданная прямая.



A(25;25;5)

B(10;15;20)

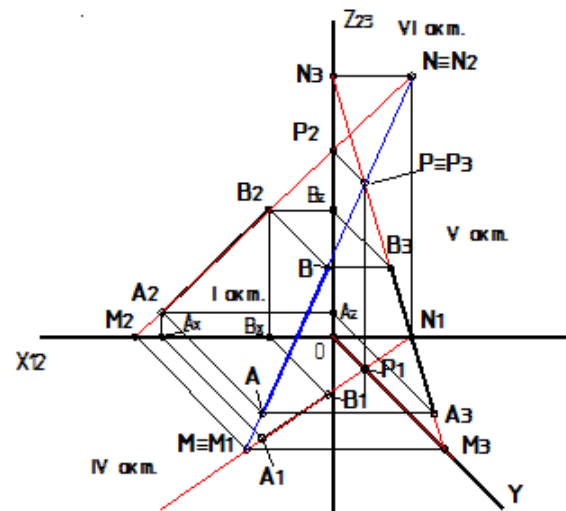
[AB] = 25 мм

$\alpha=38$  град.

$\beta=27$  град.

$\gamma=40$  град.

$-\infty$	M	MP	PN	$N+\infty$
	IV	I	V	VI



НГ.02.01.XX

Изм.	Лист	№докум.	Подп.	Дата
Разраб.				
Пров.				
Т.контр.				
Н.контр.				
Утв.				

Задача № 2.2.

Лит.	Масса	Масштаб
		1:1
Лист		Листов

ГУАП зр.XXXX

Рис. 53 – Пример оформления задачи № 2.2

*Варианты заданий по теме «Проецирование прямой»*

**К задаче 2.1**

**Таблица 14**

№ Вар.	А			В		
	$A_x$	$A_y$	$A_z$	$B_x$	$B_y$	$B_z$
1	-60	60	15	10	40	-10
2	50	5	30	-20	60	70
3	60	-5	20	-40	50	-60
4	-5	-40	-60	30	50	70
5	10	-20	30	-20	-60	70
6	-20	-30	50	10	40	-10
7	-50	20	30	-20	-60	70
8	-20	40	30	-40	50	60
9	-10	20	30	20	-60	-70
10	10	-20	50	-40	50	60
11	20	30	50	-10	40	10
12	-30	20	40	20	60	-70
13	40	20	30	-30	50	70
14	-30	20	30	40	50	60
15	30	-20	30	40	50	-60
16	40	20	50	20	-60	70
17	-10	40	30	-20	60	70
18	-20	30	50	-20	60	-70
19	40	-20	30	-40	50	60
20	-10	20	50	-40	-50	60
21	10	50	30	-10	40	-10
22	-20	30	50	-20	50	60
23	40	20	30	-20	40	70
24	-50	-20	30	-20	50	70
25	10	20	-50	20	40	70

К задаче 2.2

Таблица 15

№ Вар.	А			В		
	A <sub>X</sub>	A <sub>Y</sub>	A <sub>Z</sub>	B <sub>X</sub>	B <sub>Y</sub>	B <sub>Z</sub>
1	60	60	15	10	40	10
2	50	5	30	20	60	70
3	60	5	20	40	50	60
4	5	40	60	30	50	70
5	10	20	30	20	60	70
6	20	30	50	10	40	10
7	50	20	30	20	60	70
8	20	40	30	40	50	60
9	10	20	30	20	60	70
10	10	20	50	40	50	60
11	20	30	50	10	40	10
12	30	20	40	20	60	70
13	40	20	30	30	50	70
14	30	20	30	40	50	60
15	30	20	30	40	50	60
16	40	20	50	20	60	70
17	10	40	30	20	60	70
18	20	30	50	20	60	70
19	40	20	30	40	50	60
20	10	20	50	40	50	60
21	10	50	30	10	40	10
22	20	30	50	20	50	70
23	40	20	30	20	40	70
24	50	20	30	20	50	70
25	10	20	50	20	40	70

***Вопросы по разделу «Проецирование прямой»:***

- 1 Как строится проекция прямой линии?
- 2 Какая прямая называется прямой общего положения, как располагаются ее проекции? Привести графический пример.
- 3 Какие прямые относятся к прямым частного положения?
- 4 Какие прямые называются прямыми уровня?
- 5 Какие прямые называются проецирующими? Привести графический пример.
- 6 Какая прямая называется горизонтальной и как она проецируется на плоскость проекции? Привести графический пример.
- 7 Какой плоскости проекций принадлежит прямая линия, если ее горизонтальная проекция совпадает с осью X?
- 8 Какой плоскости проекций принадлежит прямая линия, если ее фронтальная проекция совпадает с осью X?
- 9 Какой информацией обладает чертеж отрезка, перпендикулярного плоскости проекций?
- 10 Что называется следами прямой линии? Какие существуют следы прямой?
- 11 Какой след отсутствует у горизонтальной прямой?
- 12 Сущность метода прямоугольного треугольника?
- 13 На какую плоскость проекции проецируется фронтальная прямая в натуральную величину?
- 14 На какую плоскость проекции проецируется профильная прямая в натуральную величину?