

2. Плоский поперечный изгиб

Задача 4

Дано: балка (рис. 6).

Требуется:

1) построить эпюры поперечной силы Q и изгибающего момента M , указать опасные сечения по длине балки и определить для этих сечений расчетные значения Q и M ;

2) из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать поперечное сечение балки из прокатного двутавра, приняв допустимое нормальное напряжение $[\sigma] = 160$ МПа;

3) проверить прочность выбранного двутаврового профиля по касательным напряжениям, приняв допустимое касательное напряжение $[\tau] = 0,5 [\sigma]$.

Исходные данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

Номер схемы (строки)	Длина участка a , м	Нагрузка		
		F , кН	M , кН·м	Q , кН/м
1	1,8	20	30	10
2	1,6	40	20	20
3	2,0	30	10	10
4	1,4	50	40	10
5	1,6	40	40	30
6	1,8	20	30	20
7	1,4	60	20	10
8	2,0	40	10	20
9	1,6	20	20	30
0	1,4	30	30	20
г	б	б	в	г

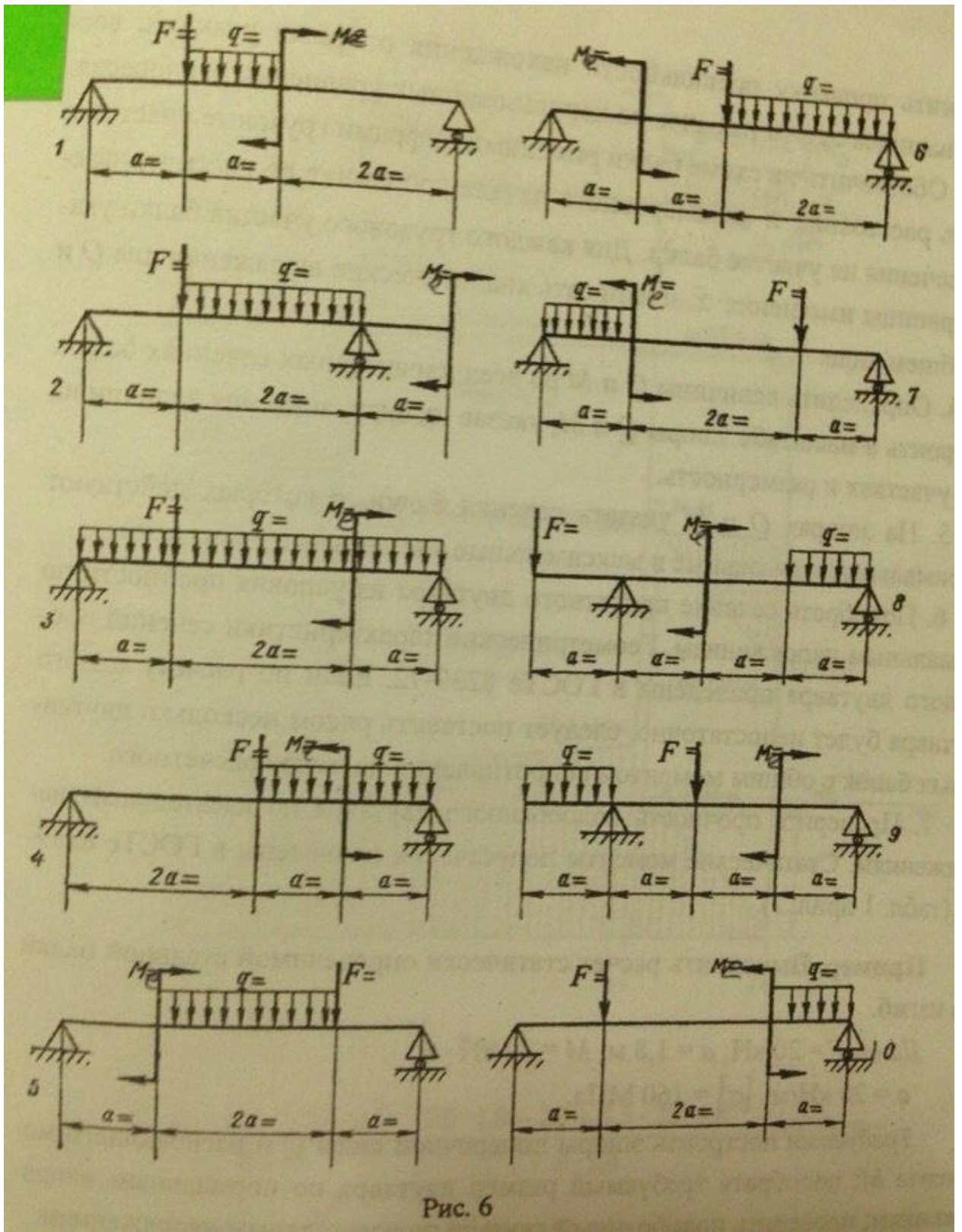


Рис. 6

Порядок решения

1. Вычертить балку в масштабе, указав буквенные и числовые значения всех величин. Под балкой оставить место для построения эпюры поперечной силы Q и эпюры изгибающего момента M .

2. Показать на чертеже опорные реакции и, используя уравнения равновесия, определить их величину и действительное направление.

17

Выполнить проверку правильности нахождения опорных реакций, воспользовавшись одним из ранее не использованных уравнений равновесия.

3. Обозначить на схеме балки римскими цифрами грузовые участки и указать расстояние x от выбранного начала координат до рассматриваемого сечения на участке балки. Для каждого грузового участка балки указать границы изменения x и написать аналитические выражения для Q и M в общем виде.

4. Определить величины Q и M во всех характерных сечениях балки. Построить в масштабе эпюры Q и M , указав их знак, значения величин на всех участках и размерность.

5. На эпюрах Q и M указать сечения балки, в которых действуют максимальные нормальные и максимальные касательные напряжения.

6. Подобрать сечение прокатного двутавра из условия прочности по нормальным напряжениям. Геометрические характеристики сечений прокатного двутавра приведены в ГОСТе 8239-72. Если по расчёту одного двутавра будет недостаточно, следует поставить рядом несколько двутавровых балок с общим моментом сопротивления не менее расчётного.

7. Проверить прочность выбранного двутавра по касательным напряжениям. Статические моменты полусечения приведены в ГОСТе 8239-72 (табл. 1 прил. 2).

Пример. Выполнить расчет статически определимой стальной балки на изгиб.

Дано: $F = 20$ кН; $a = 1,8$ м; $M = 20$ кН · м;

$q = 20$ кН/м; $[\sigma] = 160$ МПа.

Требуется построить эпюры поперечной силы Q и изгибающего момента M ; подобрать требуемый размер двутавра по нормальным напряжениям; проверить подобранный двутавр по касательным напряжениям.

Порядок решения

1. Выполнить расчет и графические построения (рис. 7).

2. Определить опорные реакции R_A и R_B (см. рис. 7 а):

$$\sum M_A = -F \cdot a + M - q \cdot a(a + 2a + 0,5a) + R_B \cdot 4a = 0;$$

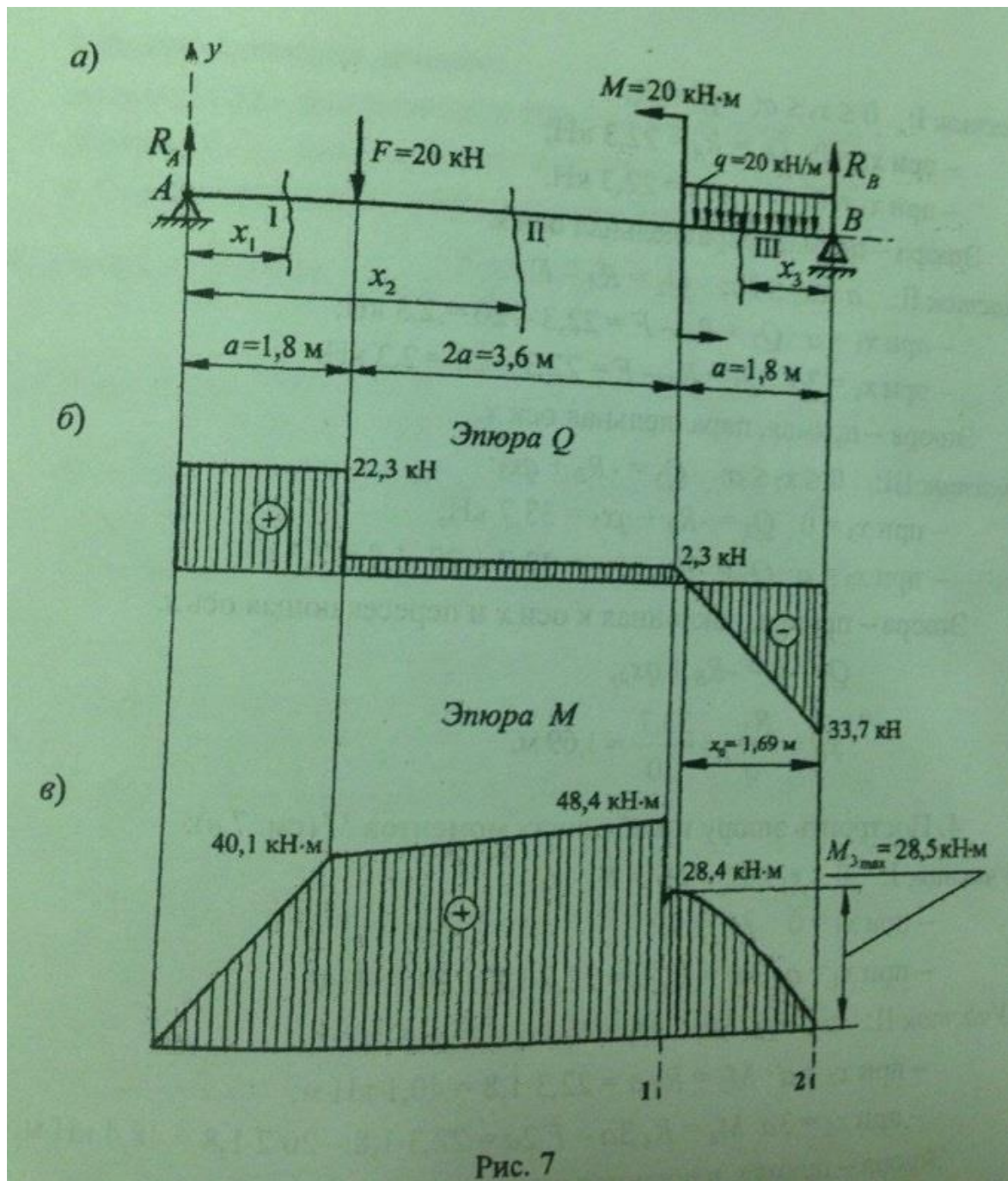


Рис. 7

$$R_B = \frac{F \cdot a - M + 3,5q \cdot a^2}{4a} = \frac{20 \cdot 1,8 - 20 + 3,5 \cdot 20 \cdot 1,8^2}{4 \cdot 1,8} = 33,7 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = q \frac{a^2}{2} + M + F \cdot 3a - R_A \cdot 4a = 0;$$

$$R_A = \frac{q \frac{a^2}{2} + M + F \cdot 3a}{4a} = \frac{20 \cdot \frac{1,8^2}{2} + 20 + 20 \cdot 3 \cdot 1,8}{4 \cdot 1,8} = 22,3 \text{ кН}.$$

Проверка: $\sum F_y = R_A - F - q \cdot a + R_B = 22,3 - 20 - 20 \cdot 1,8 + 33,7 = 0.$

3. Построить эпюру поперечных сил Q (см. рис. 7 б). Для этого разбить балку на грузовые участки I, II и III.

Участок I: $0 \leq x_1 \leq a$; $Q_1 = R_A$:

- при $x_1 = 0$ $Q_1 = R_A = 22,3$ кН;

- при $x_1 = a$ $Q_1 = R_A = 22,3$ кН.

Эпюра - прямая, параллельная оси x .

Участок II: $a \leq x_2 \leq 3a$; $Q_2 = R_A - F$:

- при $x_2 = a$ $Q_2 = R_A - F = 22,3 - 20 = 2,3$ кН;

- при $x_2 = 3a$ $Q_2 = R_A - F = 22,3 - 20 = 2,3$ кН.

Эпюра - прямая, параллельная оси x .

Участок III: $0 \leq x_3 \leq a$; $Q_3 = -R_B + qx_3$:

- при $x_3 = 0$ $Q_3 = -R_B + qx_3 = 33,7$ кН;

- при $x_3 = a$ $Q_3 = -R_B + qx_3 = 33,7 + 20 \cdot 1,8 = 2,3$ кН.

Эпюра - прямая, наклонная к оси x и пересекающая ось x .

$$Q_3 = 0 = -R_B + qx_0;$$

$$x_0 = \frac{R_B}{q} = \frac{33,7}{20} = 1,69 \text{ м.}$$

4. Построить эпюру изгибающих моментов M (см. 7 в):

Участок I: $0 \leq x_1 \leq a$; $M_1 = R_A \cdot x_1$:

- при $x_1 = 0$ $M_1 = 0$;

- при $x_1 = a$ $M_1 = R_A \cdot a = 22,3 \cdot 1,8 = 40,1$ кН·м.

Участок II: $a \leq x_2 \leq 3a$; $M_2 = R_A \cdot x_2 - F(x_2 - a)$:

- при $x_2 = a$ $M_2 = R_A \cdot a = 22,3 \cdot 1,8 = 40,1$ кН·м;

- при $x_2 = 3a$ $M_2 = R_A \cdot 3a - F \cdot 2a = 22,3 \cdot 1,8 - 20 \cdot 2 \cdot 1,8 = 48,4$ кН·м.

Эпюра - прямая, наклонная к оси x .

Участок III: $0 \leq x_3 \leq a$; $M_3 = R_B \cdot x_3 - q \frac{x_3^2}{2}$:

- при $x_3 = 0$ $M_3 = 0$;

- при $x_3 = a$ $M_3 = R_B \cdot a - q \frac{a^2}{2} = 33,7 \cdot 1,8 - 20 \frac{1,8^2}{2} = 28,4$ кН.

Максимальная величина момента на участке III

$$x_3 = x_0 = 1,69 \text{ м.}$$

$$M_{3\text{max}} = R_B \cdot x_0 - q \frac{x_0^2}{2} = 33,7 \cdot 1,69 - 20 \frac{1,69^2}{2} = 28,5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Эпюра - кривая второго порядка.

5. Выбрать опасные сечения:

сечение (1-1) – максимальное нормальное напряжение;

сечение (2-2) – максимальное касательное напряжение.

6. Подобрать сечения прокатного двутавра.

Из условия прочности $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$.

Получаем $W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{48,4 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,303 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 303 \text{ см}^3$.

*в табл. 1
ищем W_z
 $W_z \times 10^3$*

По табл. 1 прил. 2 выбираем двутавр № 24а ($I_{y_1} = 317 \text{ см}^4$; $I_{y_2} = 3800 \text{ см}^4$; $S_{y_1} = 178 \text{ см}^3$; $b = 125 \text{ мм}$).

7. Проверить прочность двутавра № 24а по касательным напряжениям.

Условие прочности $\tau = \frac{Q \cdot S_z}{J_z \cdot b} \leq [\tau]$.

Допускаемое напряжение $[\tau] = 0,5[\sigma] = 0,5 \cdot 160 = 80 \text{ МПа}$.

Из эпюры Q определяем $Q_{\max} = 33,7 \text{ кН}$,

$\tau = \frac{33,7 \cdot 10^3 \cdot 0,178 \cdot 10^{-3}}{0,38 \cdot 10^{-4} \cdot 0,125} = 12,63 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12,6 \text{ МПа} \ll [\tau]$.

Ответ: $R_A = 22,3 \text{ кН}$; $R_B = 33,7 \text{ кН}$; $Q_{\max} = 33,7 \text{ кН}$; $M_{\max} = 48,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Подобран двутавр № 24а.