

Лабораторная работа № 2

«Решение задач линейного программирования»

Цель работы: приобретение навыков решения задач линейного программирования

Краткие теоретические сведения и рекомендации по выполнению работы

Задачи линейного программирования – задачи, все процессы в которых описываются линейными уравнениями. При составлении математической модели реальный процесс упрощается и во внимание принимаются только существенные параметры. Математическая модель включает в себя целевую функцию и систему ограничений.

Целевая функция – цель задачи, представленная математическим выражением. Экономический смысл целевой функции – получить наибольшую прибыль с наименьшими затратами

Задачи линейного программирования предназначены, в частности, для определения наиболее выгодной производственной программы выпуска нескольких видов продукции при заданных ограничениях на ресурсы или для определения оптимального, с точки зрения минимума затрат, плана транспортных перевозок и т.д.

Рассмотрим для примера достаточно простую задачу

C_1 – количество произведенной продукции 1-го вида

C_2 – количество произведенной продукции 2-го вида

$J(C_1, C_2) = 25 * C_1 + 50 * C_2 \rightarrow \max$ – целевая функция

Ограничения:

$$1,2 * C_1 + 1,9 * C_2 \leq 37$$

$$2,3 * C_1 + 1,8 * C_2 \leq 57,6$$

$$0,1 * C_1 + 0,7 * C_2 \leq 7$$

$$C_1 \geq 0$$

$$C_2 \geq 0$$

Для того чтобы произвести поиск оптимального решения необходимо:

- 1) записать формулу целевой функции($=25*C1+50*C2$), например, в ячейку A1;
- 2) в ячейку A3 записать формулу первого ограничения ($=1,2*C1+1,9*C2$), в A4 – второго ограничения, в A5 – третьего и т.д.;
- 3) в ячейки C1 и C2 внести некоторые начальные значения, например, 3 и 5, которые в дальнейшем в процессе оптимизации будут изменены
- 4) выполнить команду *Поиск решения* (в группе *Анализ* на вкладке *Данные*).

Если команда *Поиск решения* отсутствует, то надстройку «Поиск решения» следует установить. С этой целью ее необходимо сначала загрузить. В зависимости от версии MS Excel порядок действий может быть несколько различным. Рассмотрим два варианта.

Первый вариант

- Нажмите кнопку *Microsoft Office*, а затем щелкните *Параметры Excel*.
- Выберите команду *Надстройки*, а затем в окне *Управление* выберите пункт *Надстройки Excel*.
- Нажмите кнопку *Перейти*.
- В окне *Доступные надстройки* установите флажок *Поиск решения* и нажмите кнопку *ОК*.

Совет: если *Поиск решения* отсутствует в списке поля **Доступные надстройки**, чтобы найти надстройку, нажмите кнопку *Обзор*.

В случае появления сообщения о том, что надстройка для поиска решения не установлена на компьютере, нажмите кнопку *Да*, чтобы установить ее.

Второй вариант

- *Файл>Параметры>Надстройки*
- Внизу открывшегося окна в разделе *Управление/Надстройки Excel* нажмите на кнопку *Перейти*.
- В открывшемся окне установите флажок *Поиск решения* и нажмите *ОК*.

После загрузки надстройки для поиска решения в группе *Анализ* на вкладке *Данные* становится доступна команда *Поиск решения*.

В диалоговом окне *Поиск решения* нажмите кнопку *Параметры*. В диалоговом окне *Параметры поиска решения* задайте один или несколько следующих параметров:

- В поле *Максимальное время* введите интервал в секундах, чтобы ограничить время поиска решения задачи.
- В поле *Предельное число итераций* введите максимальное количество итераций, отводимое на достижение конечного результата.

Примечание. При достижении границы отведенного временного интервала или при выполнении отведенного числа итераций на экране появляется диалоговое окно *Текущее состояние поиска решения*.

- В поле *Относительная погрешность* введите необходимую погрешность — чем меньше введенное число, тем выше точность результатов.
- В поле *Допустимое отклонение* введите необходимый допуск.
- В поле *Сходимость* введите значение относительного изменения, при достижении которого в последних пяти итерациях поиск решения прекращается — чем меньше это значение, тем выше точность результатов.

Примечание. Для получения дополнительных сведений об этих параметрах нажмите кнопку *Справка*.

Нажмите кнопку *ОК*.

В диалоговом окне *Поиск решения* нажмите кнопку *Выполнить* или *Заккрыть*

5) В окне диалога “Поиск решения” в поле ввода *установить целевую ячейку*, сделайте ссылку на A1. Переключатель *равный* установите в необходимое положение (в рассматриваемом примере это *равный* максимальному значению):

- чтобы максимизировать значение конечной ячейки путем изменения значений влияющих ячеек, установите переключатель в положение *максимальному значению*;
- чтобы минимизировать значение конечной ячейки путем изменения значений влияющих ячеек, установите переключатель в положение *минимальному значению*;
- чтобы установить значение в конечной ячейке равным некоторому числу, установите переключатель в положение *значению* и введите в соответствующее поле требуемое число.

В поле ввода “изменяя ячейки” укажите диапазон изменяемых ячеек (в данном примере это \$C\$1:\$C\$2), после чего нажмите кнопку *Предположить*. Изменяемые ячейки должны быть прямо или косвенно связаны с конечной ячейкой. Допускается задание до 200 изменяемых ячеек.

б) ввод информации в поле ограничения осуществляется кнопкой *Добавить*. В окне диалога “Добавить ограничения” введите ссылку на ячейку, выберите знак и число по условию задачи. В поле *Ограничения* введите все ограничения, накладываемые на поиск решения. После ввода всех ограничений нажмите *ОК* и *Выполнить*.

Далее выполните одно из следующих действий:

- чтобы сохранить найденное решение на листе, выберите в диалоговом окне *Результаты поиска решения* вариант *Сохранить найденное решение*;
- чтобы восстановить исходные данные, выберите вариант *Восстановить исходные значения*.

Если требуется прервать поиск решения, нажмите клавишу ESC.

Задание

На базе табличного процессора MS Excel разработать информационную технологию поддержки принятия решения, реализующую решение задачи линейного программирования по определению оптимального плана перевозок продукции со складов в пункты реализации.

Требуется получить результаты решения задачи для разного числа итераций, вводимого в поле *Предельное число итераций* диалогового окна *Параметры поиска решения* и определить, начиная с какого количества итераций, результаты расчета перестанут уточняться. Построить таблицу для различных значений числа итераций.

Примечание: при каждом расчете для нового значения числа итераций следует исходные значения (в ячейках C1-C8) выставить равными, например, 1, чтобы предыдущие вычисления не влияли на конечный результат.

После выполнения задания следует продемонстрировать полученные результаты работы преподавателю для проверки.

Постановка задачи (для 1-го варианта):

Имеются 2 кирпичных завода, которые должны обеспечивать 4 объекта своей продукцией.

C1 – количество кирпича, перевезенного с 1 завода к 1 объекту

C2 – количество кирпича, перевезенного с 1 завода ко 2 объекту

C3 – количество кирпича, перевезенного с 1 завода к 3 объекту

C4 – количество кирпича, перевезенного с 1 завода к 4 объекту

C5 – количество кирпича, перевезенного со 2 завода к 1 объекту

C6 – количество кирпича, перевезенного со 2 завода ко 2 объекту

C7 – количество кирпича, перевезенного со 2 завода к 3 объекту

C8 – количество кирпича, перевезенного со 2 завода к 4 объекту.

Транспортные затраты этих поставок учитываются введенными в целевую функцию коэффициентами:

$$J(C1,C2,C3,C4,C5,C6,C7,C8)=12*C1+4*C2+11*C3+15*C4+14*C5+6*C6+12*C7+8*C8 \rightarrow \min$$

Таким образом, целевая функция направлена на минимизацию транспортных расходов.

Ограничения, связанные с производственными мощностями заводов и потребностью объектов в кирпиче:

$$C1+C2+C3+C4=12000$$

$$C5+C6+C7+C8=6800$$

$$C1+C5=2100$$

$$C2+C6 \geq 2900$$

$$C3+C7=2200$$

$$C4+C8 \geq 2500$$

$$C1:C8 \geq 1000$$

Для других вариантов отличия сводятся к виду целевой функции и ограничениям. Номер варианта совпадает с номером компьютера

2.

$$J(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8) = 15 \cdot C_1 + 8 \cdot C_2 + 12 \cdot C_3 + 15 \cdot C_4 + 11 \cdot C_5 + 7 \cdot C_6 + 14 \cdot C_7 + 6 \cdot C_8 \rightarrow \min$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \leq 15000$$

$$C_5 + C_6 + C_7 + C_8 \leq 4800$$

$$C_1 + C_5 = 2100$$

$$C_2 + C_6 = 2900$$

$$C_3 + C_7 \geq 4000$$

$$C_4 + C_8 \geq 3230$$

$$C_1, C_2, \dots, C_8 \geq 1000$$

3.

$$J(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8) = 11 \cdot C_1 + 14 \cdot C_2 + 12 \cdot C_3 + 13 \cdot C_4 + 5 \cdot C_5 + 3 \cdot C_6 + 2 \cdot C_7 + 8 \cdot C_8 \rightarrow \min$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \leq 13000$$

$$C_5 + C_6 + C_7 + C_8 \leq 4850$$

$$C_1 + C_5 \geq 2100$$

$$C_2 + C_6 \geq 3900$$

$$C_3 + C_7 \geq 3100$$

$$C_4 + C_8 = 3300$$

$$C_1, C_2, \dots, C_8 \geq 1000$$

4.

$$J(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8) = 12 \cdot C_1 + 4 \cdot C_2 + 11 \cdot C_3 + 3 \cdot C_4 + 4 \cdot C_5 + 6 \cdot C_6 + 12 \cdot C_7 + 9 \cdot C_8 \rightarrow \min$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \leq 14000$$

$$C_5 + C_6 + C_7 + C_8 \leq 4900$$

$$C_1 + C_5 = 2500$$

$$C_2 + C_6 \geq 3440$$

$$C_3 + C_7 = 2200$$

$$C_4 + C_8 \geq 4000$$

$$C_1, C_2, \dots, C_8 \geq 1000$$

5.

$$J(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8) = 10 \cdot C_1 + 4 \cdot C_2 + 16 \cdot C_3 + 5 \cdot C_4 + 4 \cdot C_5 + 16 \cdot C_6 + 2 \cdot C_7 + 18 \cdot C_8 \rightarrow \min$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \leq 15000$$

$$C_5 + C_6 + C_7 + C_8 = 4800$$

$$C_1 + C_5 \geq 2000$$

$$C_2 + C_6 \geq 2300$$

$$C_3 + C_7 \geq 4000$$

$$C_4 + C_8 = 3610$$

$$C_1, C_2, \dots, C_8 \geq 1000$$

6.

$$J(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8) =$$

$$2 \cdot C_1 + 4 \cdot C_2 + 10 \cdot C_3 + 15 \cdot C_4 + 14 \cdot C_5 + 7 \cdot C_6 + 6 \cdot C_7 + 5 \cdot C_8 \rightarrow \min$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 14500$$

$$C_5 + C_6 + C_7 + C_8 = 4930$$

$$C_1 + C_5 \geq 2100$$

$$C_2 + C_6 \geq 3850$$

$$C_3 + C_7 \geq 2400$$

$$C_4 + C_8 \geq 2000$$

$$C_1, C_2, \dots, C_8 \geq 1000$$

7.

$$J(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8) = 11 \cdot C_1 + 14 \cdot C_2 + 3 \cdot C_3 + 5 \cdot C_4 + 7 \cdot C_5 + 16 \cdot C_6 + 12 \cdot C_7 + 9 \cdot C_8 \rightarrow \min$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 12000$$

$$C_5 + C_6 + C_7 + C_8 = 4800$$

$$C_1 + C_5 = 2100$$

$$C_2 + C_6 \geq 2000$$

$$C_3 + C_7 \geq 4300$$

$$C_4 + C_8 \geq 3800$$

$$C_1, C_2, \dots, C_8 \geq 1000$$

8.

$$J(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8) = 9 \cdot C_1 + 8 \cdot C_2 + 6 \cdot C_3 + 5 \cdot C_4 + 9 \cdot C_5 + 12 \cdot C_6 + 13 \cdot C_7 + 8 \cdot C_8 \rightarrow \min$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \leq 12200$$

$$C_5 + C_6 + C_7 + C_8 \leq 5880$$

$$C_1 + C_5 \geq 2100$$

$$C_2 + C_6 \geq 3090$$

$$C_3 + C_7 = 4000$$

$$C_4 + C_8 = 2000$$

$$C_1, C_2, \dots, C_8 \geq 1000$$

9.

$$J(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8) = 10 \cdot C_1 + 4 \cdot C_2 + 11 \cdot C_3 + 15 \cdot C_4 + 7 \cdot C_5 + 6 \cdot C_6 + 12 \cdot C_7 + 8 \cdot C_8 \rightarrow \min$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \leq 13100$$

$$C_5 + C_6 + C_7 + C_8 \leq 4840$$

$$C_1 + C_5 = 2100$$

$$C_2 + C_6 = 2900$$

$$C_3 + C_7 = 3000$$

$$C_4 + C_8 = 4030$$

$$C_1, C_2, \dots, C_8 \geq 1000$$

10.

$$J(C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8) = 22 * C1 + 4 * C2 + 5 * C3 + 7 * C4 + 4 * C5 + 12 * C6 + 11 * C7 + 3 * C8 \rightarrow \min$$

$$C1 + C2 + C3 + C4 = 12900$$

$$C5 + C6 + C7 + C8 = 4830$$

$$C1 + C5 \geq 2100$$

$$C2 + C6 \geq 2500$$

$$C3 + C7 \geq 2440$$

$$C4 + C8 \geq 3000$$

$$C1 : C8 \geq 1000$$

Содержание отчета

В отчете должны быть приведены:

- цель работы,
- постановка задачи,
- исходные данные,
- таблица для различных значений числа итераций с выделенным значением количества итераций, результаты расчета перестанут уточняться,
- выводы по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте класс задач линейного программирования.
2. Поясните выбор параметров поиска решения.
3. Каким образом устанавливались ограничения?