

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
САНКТ – ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

## КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

Сборник задач

Санкт-Петербург  
2014

ББК 22.33

Авторы: **Коваленко И.И., Лавровская Н.П., Щербак С.Я.**

**Квантовая физика:** Сборник задач/ Под ред. *С.Я. Щербака*; СПбГУАП. СПб., 2014. , ил.

В сборник включены задачи из разделов дисциплины Физика, объединенных под общим названием Квантовая физика. В начале каждого раздела приведены краткие теоретические сведения и основные формулы с комментариями. В конце задачника приведены справочные материалы и список рекомендованной литературы.

Отобранные задачи предназначены для составления контрольных заданий по физике в 3 семестре для студентов заочной формы обучения Института непрерывного и дистанционного образования.

Сборник задач подготовлен на кафедре физики.

**Учебное издание**

**Коваленко Иван Иванович**  
**Лавровская Наталья Павловна**  
**Щербак Сергей Яковлевич**

## Предисловие

В сборник включены задачи по разделам физики, которые рассматривают квантовые свойства излучения, волновые свойства частиц, теорию строения атома и атомного ядра.

Из приведенных задач составляются варианты контрольных заданий. В каждом варианте – по 10 задач (по одной задаче из каждого раздела задачника). Номеру варианта соответствует номер задачи в разделе. Номер варианта определяется по последней цифре номера студенческого билета (0 – это 10 вариант).

Решение задачи должно быть доведено до конца в общем виде, т.е. искомая величина должна быть выражена через данные задачи и константы. Решение сложных задач допускается выполнять поэтапно, т.е. разбить задачу на несколько частей и решать их последовательно, используя в следующей результат, полученный в предыдущей. Ответы следует приводить в международной системе единиц (СИ), используя десятичные приставки. Правильный численный ответ сам по себе не является решением задачи.

## 1. Тепловое излучение

Тело, полностью поглощающее весь падающий на него световой поток, называется абсолютно черным телом. Для абсолютно черного тела коэффициент поглощения  $k = 1$ . Энергетическая светимость  $R_e$  абсолютно черного тела – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности (закон Стефана – Больцмана):

$$R_e = \sigma T^4, \quad (1.1)$$

где  $T$  - термодинамическая температура,

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>) - постоянная Стефана – Больцмана.

Энергетическая светимость серого тела:

$$R_e = k \sigma T^4, \quad (1.2)$$

где  $k$  – коэффициент поглощения серого тела,  $k < 1$ .

Поток  $\Phi$  (или мощность) излучения нагретой поверхности:

$$\Phi = R_e \cdot S, \quad (1.3)$$

где  $S$  – площадь излучающей поверхности.

Излучаемая энергия  $E$ :

$$E = \Phi \cdot t, \quad (1.4)$$

где  $t$  – время излучения.

Длина волны  $\lambda_m$ , соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости  $r(\lambda)$  абсолютно черного тела (первый закон Вина):

$$\lambda_m = b/T, \quad (1.5)$$

где  $b$  – постоянная Вина,  $b = 0,029$  К/м.

Максимальная спектральная плотность энергетической светимости  $r(\lambda_m)$  абсолютно черного тела (второй закон Вина):

$$r(\lambda_m) = C \cdot T^5, \quad (1.6)$$

где  $C = 1,29 \cdot 10^{-5}$  Вт/(м<sup>3</sup> · К<sup>5</sup>).

Связь между длиной волны  $\lambda$  света в вакууме и циклической частотой  $\omega$

$$: \lambda = 2\pi c / \omega. \quad (1.7)$$

### Задачи

**1.1.** Температура  $T$  абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 К до 3000 К. Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость  $R_e$ ?

**1.2.** Абсолютно черное тело имеет температуру  $T_1=400$  К. Какова будет температура  $T_2$  тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в  $n = 10$  раз?

**1.3.** Энергетическая светимость абсолютно черного тела  $R_e=3$  Вт/см<sup>2</sup>. Определить длину волны  $\lambda_m$ , отвечающую максимуму излучательной способности этого тела.

**1.4.** Абсолютно черное тело имеет температуру  $T_1=2900$  К. При остывании тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на  $\Delta\lambda_m=9$  мкм. До какой температуры  $T_2$  охладилось тело?

**1.5.** Температура  $T$  абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 К до 3000 К. Во сколько раз увеличилась его максимальная спектральная плотность энергетической светимости  $r(\lambda_m)$ ?

**1.6.** Температура  $T$  абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 К до 3000 К. На сколько микрометров изменилась длина волны  $\Delta\lambda_m$ , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости?

**1.7.** Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности излучения сместился с  $\lambda_{m1} = 2,4$  мкм на  $\lambda_{m2} = 0,8$  мкм. Как и во сколько раз изменилась энергетическая светимость  $R_e$  и максимальная спектральная плотность излучательной способности  $r(\lambda_m)$ ?

**1.8.** Длина волны, на которую приходится максимум излучения в спектре абсолютно черного тела  $\lambda_m = 0,65$  мкм. Определить энергетическую светимость  $R_e$  поверхности тела.

**1.9.** Во сколько раз изменится поток  $\Phi$  излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра ( $\lambda_{m1} = 780$  нм) на фиолетовую ( $\lambda_{m2} = 390$  нм)?

**1.10.** Поток излучения с поверхности абсолютно черного тела  $\Phi = 1$  кВт, максимум энергии излучения приходится на длину волны  $\lambda_m = 1,45$  мкм. Определить площадь излучающей поверхности.

## 2.Свойства фотонов

Энергия фотона  $\mathcal{E}$  определяется частотой  $\nu$  или длиной волны  $\lambda$  света в вакууме:

$$\varepsilon = h\nu = hc / \lambda, \quad (2.1)$$

где  $h$ - постоянная Планка,  $c$ -скорость света в вакууме.

Масса фотона  $m$ :

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}. \quad (2.2)$$

Импульс фотона  $p$ :

$$p = mc = h / \lambda. \quad (2.3)$$

### Задачи

- 2.1. Найти массу фотона с длиной волны  $\lambda = 500$  нм.
- 2.2. Найти энергию фотона с длиной волны  $\lambda = 600$  нм.
- 2.3. Найти импульс фотона с длиной волны  $\lambda = 700$  нм.
- 2.4. Определить длину волны фотона, масса которого равна массе покоя электрона.
- 2.5. Определить энергию фотона, масса которого равна массе покоя электрона.
- 2.6. Определить импульс фотона, масса которого равна массе покоя электрона.
- 2.7. Определить длину волны фотона, масса которого равна массе покоя протона.
- 2.8. Определить энергию фотона, масса которого равна массе покоя протона.
- 2.9. Определить импульс фотона, масса которого равна массе покоя протона.
- 2.10. Найти массу фотона с длиной волны  $\lambda = 400$  нм.

### 3. Фотоэффект

Энергия фотона  $\mathcal{E}$  при фотоэффекте затрачивается на совершение работы выхода  $A_{\text{ВЫХ}}$  электрона из вещества и сообщение этому электрону кинетической энергии  $E_K$  (формула Эйнштейна):

$$\mathcal{E} = A_{\text{ВЫХ}} + E_K. \quad (3.1)$$

Энергия фотона  $\mathcal{E}$  определяется частотой  $\nu$  излучения или длиной волны  $\lambda$ :

$$\mathcal{E} = h\nu = hc / \lambda, \quad (3.2)$$

где  $h$ - постоянная Планка,  $c$ - скорость света в вакууме.

Работа выхода электрона  $A_{\text{ВЫХ}}$  зависит от строения вещества и не зависит от энергии фотонов  $\mathcal{E}$ .

Красная граница фотоэффекта  $\lambda_{\text{кр}}$  соответствует случаю, когда для электрона  $E_K=0$ :

$$\lambda_{\text{кр}} = hc / A_{\text{ВЫХ}}, \quad (3.3)$$

где  $\lambda_{\text{кр}}$  -самая большая длина волны излучения, способная вызывать фотоэффект.

Задерживающее напряжение  $U_3$  – внешнее напряжение, приложенное между электродами фотоэлемента, при котором прекращается фототок.

Контактная разность потенциалов  $\Delta\varphi_{\text{конт}}$  обуславливается различной работой выхода электронов из разных веществ, имеющих электрический контакт:

$$\Delta\varphi_{\text{конт}} = \frac{A_{\text{вых1}} - A_{\text{вых2}}}{e}. \quad (3.4)$$



### Задачи

- 3.1.** При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волн  $\lambda_1 = 0,35$  мкм и  $\lambda_2 = 0,54$  мкм обнаружили, что максимальные скорости  $v_1$  и  $v_2$  фотоэлектронов отличаются в два раза. Найти работу выхода  $A_{\text{вых}}$  электронов с поверхности металла.
- 3.2.** При освещении вакуумного фотоэлемента светом частоты  $\nu$  фотоэлектроны задерживаются при включении обратного напряжения  $U_3 = 3$  В. Частота излучения, соответствующая красной границе фотоэффекта для этого металла,  $\nu_{\text{кр}} = 6 \cdot 10^{14}$  Гц. Найти частоту падающего света.
- 3.3.** Задерживающее напряжение для платиновой пластинки ( $A_{\text{вых1}} = 6,3$  эВ) составляет  $U_{31} = 3,7$  В. При тех же условиях для пластинки из другого материала задерживающее напряжение  $U_{32} = 5,3$  В. Найти работу выхода  $A_{\text{вых1}}$  электронов из этого металла.
- 3.4.** Красной границе фотоэффекта для алюминия соответствует длина волны  $\lambda_{\text{кр}} = 332$  нм. Найти работу выхода электрона  $A_{\text{вых}}$  для этого металла и длину световой волны  $\lambda$ , при которой величина задерживающего напряжения  $U_3 = 1$  В.
- 3.5.** На пластину падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 420$  нм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов  $U_3 = 0,95$  В. Найти работу выхода  $A_{\text{вых}}$  электронов с поверхности пластины.
- 3.6.** На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,1$  мкм. Красная граница фотоэффекта  $\lambda_{\text{кр}} = 0,3$  мкм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?
- 3.7.** На отверстие фотоэлемента площадью  $S = 10$  мм<sup>2</sup> нормально падает монохроматический свет с интенсивностью  $J = 25$  Вт/м<sup>2</sup> и энергией фотона  $\epsilon = 5$  эВ. Считая, что электрон вырывается лишь одним фотоном из  $N = 50$ , вычислить фототок  $I$ .

**3.8.** Лазерный пучок мощностью  $P= 1,5$  Вт с длиной волны  $\lambda = 0,331$  мкм фокусируется на фотоэлемент и вызывает фототок  $I=20$  мА. Считая, что электрон выбивается лишь одним из  $N$  падающих фотонов, найти  $N$ .

**3.9.** Определить красную границу  $\lambda_{кр}$  фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом с длиной волны  $\lambda = 400$  нм максимальная скорость фотоэлектронов  $v= 650$  км/с.

**3.10.** При исследовании фотоэффекта с поверхности цезия измерялись задерживающие напряжения для двух длин волн монохроматического света. Вычислить постоянную Планка  $h$  и работу выхода  $A_{вых}$  электронов из цезия по имеющимся экспериментальным данным:  $U_{з1} = 2,08$  В;  $\lambda_1 = 3 \cdot 10^{-7}$  м;  $U_{з2} = 0,44$  В;  $\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-7}$  м.

#### 4.Эффект Комптона

Эффект Комптона заключается в изменении длины волны  $\Delta\lambda$  при рассеянии рентгеновских фотонов на свободной частице:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \vartheta), \quad (4.1)$$

где  $\lambda$  - длина волны фотона до рассеяния,

$\lambda'$  - длина волны после рассеяния,

$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}$  - комptonовская длина волны частицы,

$\vartheta$  - угол рассеяния,

$\hbar$  - приведенная постоянная Планка,

$m_0$  - масса покоя частицы, на которой происходит рассеяние,

$c$  - скорость света в вакууме.

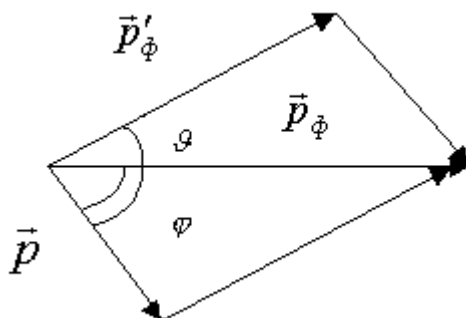


Рис. 4.1. Схема упругого столкновения фотона и неподвижной частицы при эффекте Комптона.

При рассеянии выполняются законы сохранения энергии и импульса:

$$\mathcal{E} + E = \mathcal{E}' + E', \quad (4.2)$$

$$\vec{p}_\phi + \vec{p} = \vec{p}'_\phi + \vec{p}', \quad (4.3)$$

где  $\mathcal{E}$  - энергия фотона до взаимодействия с частицей,  $E$  - энергия частицы до взаимодействия,  $\mathcal{E}'$  - энергия фотона после взаимодействия,  $E'$  - энергия частицы после взаимодействия,  $\vec{p}_\phi$  - импульс фотона до взаимодействия,  $\vec{p}$  - импульс частицы до взаимодействия (если частица неподвижна - равен нулю),  $\vec{p}'_\phi$  - импульс фотона после взаимодействия,  $\vec{p}'$  - импульс частицы после взаимодействия.

Энергия фотона определяется циклической частотой  $\omega$  излучения:

$$\varepsilon = \hbar\omega . \quad (4.4)$$

Импульс фотона  $\vec{p}_\phi$ :

$$\vec{p}_\phi = \hbar\vec{k} , \quad (4.5)$$

где  $\vec{k}$  - волновой вектор, численно равный  $k=2\pi/\lambda$ .

Полная энергия релятивистской частицы  $E$ :

$$E=mc^2, \quad (4.6)$$

где  $m = m_0/\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$  - релятивистская масса частицы.

Энергия покоя релятивистской частицы:

$$E_0=m_0c^2. \quad (4.7)$$

Полная энергия частицы  $E$  состоит из энергии покоя  $E_0$  и кинетической энергии  $E_K$ :

$$E=E_0+E_K. \quad (4.8)$$

Соотношение между импульсом релятивистской частицы  $\vec{p}$ , ее массой покоя  $m_0$  и скоростью движения  $\vec{V}$ :

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{V}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \quad (4.9)$$

### Задачи

**4.1** Фотон с энергией  $\varepsilon=250$  кэВ рассеялся под углом  $120^\circ$  на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить энергию  $\varepsilon'$  рассеянного фотона.

**4.2.** Фотон с импульсом  $p_\phi = 1,02$  МэВ/с, где  $c$  – скорость света, рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего его импульс стал равен  $p_\phi' = 0,255$  МэВ/с. Под каким углом рассеялся фотон?

- 4.3.** Фотон рассеялся под углом  $\theta=120^\circ$  на покоившемся свободном электроны, в результате чего электрон получил кинетическую энергию  $E_k' = 0,45$  МэВ. Найти энергию  $\epsilon$  фотона до рассеяния.
- 4.4.** При какой длине волны  $\lambda$  падающего фотона после его рассеяния на угол  $\theta=60^\circ$  вылетает электрон с кинетической энергией  $E_k'$ , равной его энергии покоя  $E_0$ ? До взаимодействия электрон был неподвижен.
- 4.5.** Какой энергией  $\epsilon$  в единицах  $m_0c^2$  должен обладать фотон, чтобы при комптоновском рассеянии на угол  $\theta=60^\circ$  передать первоначально покоившемуся электрону энергию  $m_0c^2$ ?
- 4.6.** При какой длине волны  $\lambda$  падающего фотона, рассеянного на угол  $\theta = 90^\circ$ , кинетическая энергия первоначально покоившегося электрона отдачи равна его энергии покоя?
- 4.7.** Фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, рассеялся на угол  $90^\circ$  на первоначально покоившемся электроны. Какую энергию получил электрон отдачи?
- 4.8.** Фотон с длиной волны, равной комптоновской длине волны электрона, рассеялся на угол  $90^\circ$  на первоначально покоившемся электроны. Какую кинетическую энергию получил электрон отдачи?
- 4.9.** Фотон с длиной волны, равной  $1,5\lambda_c$  для электрона, при столкновении со свободным покоящимся электроном отдал ему половину своей энергии. Найти угол вылета электрона.
- 4.10.** Фотон с энергией 0,6 МэВ рассеялся на свободном покоившемся электроны. Найти энергию электрона отдачи, если длина волны фотона изменилась на 20 %.

## 5. Спектр атома водорода

Атом водорода состоит из ядра и одного электрона. Ядро атома водорода состоит из одного протона. Зарядовое число ядра водорода  $Z=1$ .

Формула Бальмера определяет длину волны  $\lambda$  спектральных линий и частоту  $\nu$  в спектре атома водорода:

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right); \nu = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (5.1)$$

где  $R'$  и  $R$  – постоянная Ридберга ( $R' = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ ;  $R = c R' = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ),

$c$  – скорость света  $n_1$  и  $n_2$  – целые числа ( $n_1 < n_2$ ),

$n_1$  – номер серии спектральных линий:  $n_1=1$  – серия Лаймана,

$n_1=2$  – серия Бальмера,

$n_1=3$  – серия Пашена,

$n_1=4$  – серия Брекета.

Длина волны  $\lambda$  и частота  $\nu$  спектральных линий связана соотношением:

$$\lambda = c / \nu. \quad (5.2)$$

Энергия фотона  $\mathcal{E}$ , испускаемого или поглощаемого атомом, связана с частотой  $\nu$  или длиной волны  $\lambda$  света в вакууме:

$$\mathcal{E} = h\nu = hc / \lambda, \quad (5.3)$$

где  $h$  – постоянная Планка,  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

В соответствии с постулатами Бора момент импульса  $L$  электрона в атоме водорода на стационарной орбите:

$$L = m_0 v r = n \hbar, \quad (5.4)$$

где  $v$  – скорость электрона на орбите,

$r$  – радиус орбиты,

$m_0$  – масса покоя электрона,  $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ ,

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$  – приведенная постоянная Планка,  $\hbar = 1,056,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

Скорость электрона на стационарной орбите атома водорода равна:

$$V_n = \frac{k e^2}{n \hbar}. \quad (5.5)$$

где  $e$  – модуль заряда электрона,  $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  Кл,

$k$  – электрическая постоянная,  $k = 9 \cdot 10^9$  м/Ф.

Радиус стационарной орбиты электрона в атоме водорода равен:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m_0 k e^2} \dots \quad (5.6)$$

Энергия  $E_n$  электрона, находящегося в атоме водорода на стационарном электронном уровне с главным квантовым числом  $n$ :

$$E_n = -\frac{m_0 k^2 e^4}{2 \hbar^2 n^2}, \quad (5.7)$$

Эта энергия состоит из кинетической  $E_K$  и потенциальной  $E_{\Pi}$  энергии, для которых справедливы соотношения:

$$E_K = -E_n, \quad E_{\Pi} = 2E_n. \quad (5.8)$$

Энергия  $\mathcal{E}$  фотона, испускаемого или поглощаемого атомом при переходе электрона с одного стационарного уровня на другой:

$$\mathcal{E} = E_{n_2} - E_{n_1}. \quad (5.9)$$

### Задачи

- 5.1. Определить частоту обращения  $\nu_2$  электрона на второй орбите атома водорода.
- 5.2. Определить потенциальную  $E_{II}$  энергию  $E$  электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.
- 5.3. Определить кинетическую  $E_K$  энергию  $E$  электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.
- 5.4. Определить для атома водорода иона радиус первой боровской орбиты  $r_I$  и скорость электрона  $v_I$  на ней.
- 5.5. Найти первый потенциал возбуждения  $E_I$  и энергию ионизации  $E_I$  атома водорода.
- 5.6. Вычислить для атомарного водорода длины волн  $\lambda$  пяти первых спектральных линий серии Пашена.
- 5.7. Вычислить для атомарного водорода длины волн  $\lambda$  пяти первых спектральных линий серии Бальмера.
- 5.8. Определить границы серий ( $\lambda_{\min}$  и  $\lambda_{\max}$ ) Лаймана, Бальмера и Пашена в атомарном спектре водорода.
- 5.9. Определить скорость  $v_2$  электрона на второй орбите атома водорода.
- 5.10. Определить радиусы  $r_2$  и  $r_3$  второй и третьей орбит в атоме водорода.



## 6. Волны де Бройля

Формула де Бройля связывает длину волны  $\lambda$ , с помощью которой можно описать движение частицы, с ее импульсом  $p$ :

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (6.1)$$

где  $h$  – постоянная Планка,  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с.

В случае движения со скоростями  $V \ll c$  ( $E_K \ll m_0 c^2$ ):

$$p = m_0 V, \quad (6.2)$$

где  $m_0$  – масса покоя частицы,  $c$  – скорость света.

Кинетическая энергия  $E_K$  частицы в этом случае:

$$E_K = \frac{p^2}{2m_0} = \frac{m_0 V^2}{2}. \quad (6.3)$$

Если скорость частиц сравнима со скоростью света:

$$p = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}}. \quad (6.4)$$

Кинетическая энергия частицы в релятивистском случае определяется следующим образом:

$$E_K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}} - m_0 c^2. \quad (6.5)$$

Соотношение между импульсом  $p$  и кинетической энергией

$E_K$  релятивистской частицы:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_K (E_K + 2m_0 c^2)}. \quad (6.6)$$

### Задачи

- 6.1.** Найти длину волны де Бройля  $\lambda$  для электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов  $U = 1\text{В}$ .
- 6.2.** Найти длину волны де Бройля  $\lambda$  для шарика массой  $m = 1\text{ г}$ , движущегося со скоростью  $V = 1\text{ см/с}$ .
- 6.3.** Определить длину волны де Бройля  $\lambda$  электрона, если его кинетическая энергия  $E_K = 1\text{ кэВ}$ .
- 6.4.** При каком значении кинетической энергии  $E_K$  длина волны  $\lambda$  де Бройля электрона будет равна  $100\text{ пм}$ ?
- 6.5.** Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов  $U = 200\text{ В}$ , имеет длину волны де Бройля  $\lambda = 2\text{ пм}$ . Найти массу частицы  $m_0$ , если ее заряд  $q$  численно равен заряду электрона.
- 6.6.** Альфа-частица движется по окружности радиуса  $r = 8,3\text{ мм}$  в однородном магнитном поле, индукция  $B$  которого  $24\text{ мТл}$ . Найти длину волны де Бройля  $\lambda$  такой частицы. Заряд альфа - частицы  $q$  численно равен  $2e$ .
- 6.7.** При каких значениях кинетической энергии  $E_K$  длина волны  $\lambda$  де Бройля протона будет равна  $100\text{ пм}$ ?
- 6.8.** Найти длину волны де Бройля  $\lambda$  для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.
- 6.9.** Найти длину волны де Бройля  $\lambda$  для электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов  $U = 10000\text{ В}$ .
- 6.10.** Определить длину волны де Бройля  $\lambda$  протона, если его кинетическая энергия  $E_K = 1\text{ кэВ}$ .

## 7. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Принцип неопределенностей Гейзенберга ограничивает точность измерений. Имеют место следующие соотношения:

$$\Delta p_x \Delta x \geq h/2; \quad (7.1)$$

$$\Delta p_y \Delta y \geq h/2; \quad (7.2)$$

$$\Delta p_z \Delta z \geq h/2; \quad (7.3)$$

$$\Delta E \Delta t \geq h/2; \quad (7.4)$$

$$\Delta L \Delta \varphi \geq h/2, \quad (7.5)$$

где  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  - линейный размер  $l$  области, в которой локализована частица (неопределенность координаты),  $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$  - неопределенность проекций импульса частицы на оси  $x, y, z$ ,  $\Delta E$  - неопределенность энергии квантового состояния,  $\Delta t$  - характеристическое время состояния, в котором находится частица,  $\Delta L$  - неопределенность момента импульса частицы,  $\Delta \varphi$  - неопределенность угловой координаты,  $h$  - постоянная Планка.

Импульс  $p$  частицы при движении со скоростями  $v \ll c$ :

$$p = m_0 v, \quad (7.6)$$

где  $m_0$  - масса покоя частицы,  $v$  - скорость ее движения.

Импульс релятивистской частицы:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (7.7)$$

где  $c$  - скорость света в вакууме.

Кинетическая энергия частицы при движении со скоростями  $v \ll c$ :

$$E_k = m_0 v^2 / 2. \quad (7.8)$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$E_k = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right). \quad (7.9)$$

### Задачи

**7.1.** Электрон локализован в области с линейным размером  $l = 1,0$  мкм. Среднее значение его кинетической энергии  $E_K = 4,0$  эВ. Оценить с помощью соотношения неопределенностей относительную неопределенность  $\Delta v/v$  скорости электрона.

**7.2.** Электрон локализован в области с линейным размером  $l = 1,0$  мкм. Среднее значение его кинетической энергии  $E_K = 4,0$  эВ. Оценить с помощью соотношения Гейзенберга неопределенность  $\Delta E_K$  его кинетической энергии.

**7.3.** Во сколько раз длина волны де Бройля частицы  $\lambda$  меньше неопределенности ее координаты  $\Delta x$ , которая соответствует относительной неопределенности импульса  $\Delta p/p$  в 1%?

**7.4.** Свободно движущаяся нерелятивистская частица имеет относительную неопределенность кинетической энергии  $\Delta E_K/E_K \sim 1,6 \cdot 10^{-4}$ . Оценить, во сколько раз неопределенность координаты  $\Delta x$  такой частицы больше ее длины волны де Бройля  $\lambda$ .

**7.5.** Протон локализована в области размером  $l = 0,1$  нм. Оценить кинетическую энергию протона  $E_K$ , при котором ее относительная неопределенность  $\Delta E_K/E_K$  будет порядка 0,01. Ответ привести в электрон-вольтах.

**7.6.** Оценить неопределенность скорости  $\Delta v$  электрона в атоме водорода, полагая размер атома порядка  $\Delta x = 0,1$  нм.

**7.7.** Оценить относительную ошибку  $\Delta v/v$  в определении скорости электрона в атоме водорода, полагая размер атома порядка  $\Delta x = 0,1$  нм. Средняя скорость электрона на орбите равна  $v = \frac{1}{137}c$ , где  $c$  - скорость света.

**7.8.** Предполагается, что неопределенность координаты  $\Delta x$  движущейся частицы равна длине волны де Бройля  $\lambda$ . Определить относительную неточность  $\Delta p / p$  определения импульса этой частицы.

**7.9.** Положение центра шарика массой  $m = 1$  г и положение электрона известно с точностью до  $\Delta x = 1$  мкм. Найти наименьшую ошибку  $\Delta V$ , с которой при этом можно определить скорость шарика и скорость электрона.

**7.10.** Оценить минимальную кинетическую энергию электрона  $E_{\text{MIN}}$ , локализованного в области размером  $\Delta x = 0,1$  нм.

## 8. Уравнение Шредингера. Волновая функция

Для описания движения микрочастиц в стационарных состояниях используется уравнение Шредингера:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0, \quad (8.1)$$

где  $\psi(x, y, z)$  - волновая функция, описывающая состояние частицы,  $m$  - масса частицы,  $E$  - энергия частицы,  $U$  - потенциальная энергия поля, в котором находится частица,  $\hbar$  - приведенная постоянная Планка.

Волновая функция должна быть конечной во всем пространстве, однозначной и непрерывной вместе со своей первой производной.

Вероятность  $dP$  обнаружения частицы в элементе объема  $dV$ :

$$dP = |\psi(x, y, z)|^2 dV. \quad (8.2)$$

В одномерном случае:

а) вероятность  $dP$  обнаружить частицу в интервале от  $x$  до  $x+dx$ :

$$dP = |\psi(x)|^2 dx; \quad (8.3)$$

б) вероятность  $P$  обнаружить частицу в конечном интервале от  $x_1$  до  $x_2$ :

$$P = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx; \quad (8.4)$$

в) условие нормировки волновой функции:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1; \quad (8.5)$$

г) плотность вероятности волновой функции:

$$\frac{dP}{dV} = |\psi(x, y, z)|^2. \quad (8.6)$$

### Задачи

- 8.1.** Состояние частицы, находящейся в бесконечно глубокой потенциальной яме ширины  $L$  задано волновой функцией  $\psi = Ax(L-x)$ . Убедившись, что эта функция удовлетворяет граничным условиям, найти нормировочный коэффициент  $A$ .
- 8.2.** Решить уравнение Шредингера и найти волновые функции  $\psi_n$  частицы, находящейся в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме ширины  $a$  ( $0 \leq x \leq a$ ).
- 8.3.** Решить уравнение Шредингера и найти значения энергии  $E_n$  частицы массы  $m$ , находящейся в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме ширины  $a$  ( $0 \leq x \leq a$ ).
- 8.4.** Частица массы  $m$  находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найти энергию  $E$  частицы в стационарном состоянии, описываемом волновой функцией  $\psi \sim \sin kx$ , где  $k$  – заданная постоянная,  $x$  – расстояние от одного края ямы.
- 8.5.** Частица массы  $m$  находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Решить уравнение Шредингера и найти энергию  $E$  частицы в стационарном состоянии, если ширина ямы  $L$ , а число узлов волновой функции  $\psi(x)$  равно  $N$ .
- 8.6.** Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы равна  $L$ . Получить нормированные волновые функции  $\psi_n(x)$  стационарных состояний частицы, взяв начало отсчета координаты  $x$  в середине ямы.
- 8.7.** Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы равна  $L$ . Найти массу частицы  $m$ , если разность энергий третьего и второго энергетических уровней равна  $\Delta E$ .

**8.8.** Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найти квантовое число  $n$  энергетического уровня частицы, если интервалы энергии до соседних с ним уровней (верхнего и нижнего) относятся как  $7/5$ .

**8.9.** Частица находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы равна  $L$ . Найти вероятность  $P$  пребывания частицы в области  $L/3 < x < 2L/3$ .

**8.10.** Частица находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $L$  с бесконечно высокими стенками. Найти вероятность  $P$  пребывания частицы, в области  $0 < x < 2L/3$ .



### 9. Радиоактивный распад

Закон радиоактивного распада в дифференциальной форме:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N, \quad (9.1)$$

где  $dN$  – число атомов радиоактивного вещества, распавшихся за время  $dt$ ,  $N$  – число нераспавшихся атомов в момент времени  $t$ ,  $\lambda$  – постоянная радиоактивного распада.

В результате интегрирования получается выражение

$$N = N_0 \exp(-\lambda t), \quad (9.2)$$

где  $N_0$  – начальное число атомов.

Среднее время жизни  $\tau$  атомов радиоактивного вещества:

$$\tau = 1/\lambda. \quad (9.3)$$

Период полураспада  $T_{1/2}$  – промежуток времени, за который число нераспавшихся атомов уменьшается в два раза.

Период полураспада  $T_{1/2}$  и постоянная распада  $\lambda$  связаны соотношением

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (9.4)$$

Активность изотопа  $\alpha$  определяется соотношением:

$$\alpha = -\frac{dN}{dt} = \lambda N. \quad (9.5)$$

Число атомов в массе  $m$  вещества:

$$N = N_A m/M, \quad (9.6)$$

где  $N_A$  – число Авогадро,  $M$  – молярная масса вещества.

### Задачи

- 9.1.** Период полураспада  $T_{1/2}$  радиоактивного нуклида равен 1 ч. Определить среднюю продолжительность жизни этого нуклида.
- 9.2.** За время  $t= 8$  суток распалось  $k= 0,75$  начального количества ядер радиоактивного изотопа. Определить период полураспада  $T_{1/2}$ .
- 9.3.** Сколько ядер  $N$  распадается за время  $t= 1$  с из  $N_0= 10^9$  ядер изотопа йода  $^{137}_{53}I$ . Период полураспада изотопа  $T_{1/2} = 8$  суток.
- 9.4.** Найти массу  $m$  радона  $^{222}_{86}Rn$ , активность которого  $\alpha = 3,7 \cdot 10^{10}$  Бк. Период полураспада изотопа  $T_{1/2} = 3,8$  суток.
- 9.5.** Найти постоянную распада  $\lambda$  радона  $^{222}_{86}Rn$ , если известно, что число атомов радона уменьшается за одни сутки на 18,2 %.
- 9.6.** За  $t_1 = 1$  год начальное количество радиоактивного изотопа  $N_0$  уменьшилось в  $\eta_1 = 3$  раза. Во сколько раз оно уменьшится за  $t_2 = 2$  года?
- 9.7.** За какое время  $t$  распадается  $\frac{\Delta N}{N_0} = 0,25$  ядер радиоактивного изотопа, если период его полураспада  $T_{1/2} = 24$  ч?
- 9.8.** Радиоактивный натрий  $N_a$  распадается, выбрасывая  $\beta^-$  частицы. Период полураспада натрия  $T_{1/2} = 14,8$  ч. Вычислить количество  $\Delta N$  атомов, распавшихся в  $m= 1$  мг данного радиоактивного препарата за  $t = 10$  часов. Молярная масса натрия  $M= 23$  г/моль.
- 9.9.** При распаде  $N_0 = 3,07 \cdot 10^{23}$  ядер радиоактивного полония  $^{210}_{82}Po$  в течение времени  $t= 1$  ч образовался гелий  $^4_2He$ , который при нормальных условиях занял объем  $V = 89,5$  см<sup>3</sup>. Определить период полураспада  $T_{1/2}$  полония.
- 9.10.** Сколько атомов полония ( $T_{1/2} = 138$  сут) распадается за время  $\Delta t = 1$  сут из  $N = 10^6$  атомов ?

### 10. Ядерные реакции. Энергия связи

Изотоп атома  $X$  обозначается следующим образом:

$${}^A_Z X, \quad (10.1)$$

где  $A$ - массовое число,  $Z$ - зарядовое число.

Массовое число:

$$A = N_p + N_n, \quad (10.2)$$

где  $N_p$ - число протонов в ядре,  $N_n$ - число нейтронов в ядре.

Зарядовое число  $Z$  равно числу протонов  $N_p$  в ядре или числу электронов в электронной оболочке  $N_e$ .

В ядерных реакциях выполняется закон сохранения массы и закон сохранения заряда:

$$\sum_K A_K = \sum_M A'_M; \quad (10.3)$$

где  $\sum_K A_K$  - сумма массовых чисел частиц до взаимодействия,  $\sum_M A'_M$  - сумма массовых чисел частиц после взаимодействия,

$$\sum_K Z_K = \sum_M Z'_M, \quad (10.4)$$

где  $\sum_K Z_K$  - сумма зарядовых чисел частиц до взаимодействия,  $\sum_M Z'_M$  - сумма зарядовых чисел частиц после взаимодействия.

Масса изотопа  $m$ :

$$m = N(N_p m_p + N_n m_n), \quad (10.5)$$

где  $N$ -число атомов изотопа,  $m_p$ -масса протона,  $m_n$  -масса нейтрона.

Дефект массы  $\Delta m$  атома:

$$\Delta m = Z m_{1H} + (A - Z) m_n - m_A, \quad (10.6)$$

где  $m_{\text{H}}$  - масса изотопа водорода,  $m_A$  – масса атома.

В атомных единицах массы:

масса водорода  ${}^1_1\text{H}$  - 1,00783 а.е.м.;

масса нейтрона  $n$  - 1,00867 а.е.м.;

масса дейтрона  ${}^2_1\text{H}$  - 2,01410 а.е.м.;

масса трития  ${}^3_1\text{H}$  - 3,01605 а.е.м.;

масса гелия  ${}^3_2\text{He}$  - 3,01603 а.е.м.;

масса гелия  ${}^4_2\text{He}$  - 4,00260 а.е.м.

Энергия связи  $E_{CB}$  ядра любого изотопа определяется соотношением:

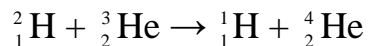
$$E_{CB} = c^2 \Delta m. \quad (10.7)$$

Удельная энергия связи (энергия связи на один нуклон):

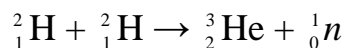
$$E_{уд} = \frac{E_{CB}}{A}. \quad (10.8)$$

*Задачи*

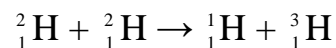
10.1. Найти энергию, выделяющуюся при реакции



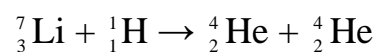
10.2. Найти энергию, выделяющуюся при реакции



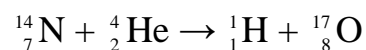
10.3. Найти энергию, выделяющуюся при реакции



10.4. Найти энергию, выделяющуюся при реакции



10.5. Найти энергию, поглощенную при реакции



10.6. Найти энергию связи ядра  ${}^3_2\text{He}$

10.7. Найти энергию связи ядра  ${}^3_1\text{H}$

10.8. Найти энергию связи ядра атома алюминия  ${}^{27}_{13}\text{Al}$

10.9. Найти энергию связи ядра атома гелия  ${}^4_2\text{He}$

10.10. Найти энергию связи ядра изотопа лития  ${}^7_3\text{Li}$

## Значения физических величин

### Фундаментальные постоянные

Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Вина	$b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Планка	$\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $h = 2\pi\hbar = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Скорость света в вакууме	$C = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}$
Постоянная Больцмана.	$k_B = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}$
Заряд электрона	$E = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса покоя электрона	$m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6750 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Нормальные условия	$t = 0^\circ \text{ C}, p = 760 \text{ мм. рт. ст.}$
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,8510^{-12} \text{ Ф}/\text{м}$
Число Авогадро	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

### Внесистемные единицы измерения

Электрон-вольт:  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ .

Килоэлектрон-вольт:  $1 \text{ кэВ} = 10^3 \text{ эВ}$ .

Мегаэлектрон-вольт:  $1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}$ .

Ангстрем  $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$ .

Температура в градусах Цельсия  $t^\circ \text{ C} = T - 273 \text{ К}$ .

Атомная единица массы  $1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

### Приставки наименований единиц измерения

Фемто-	ф	$10^{-15}$
Пико-	п	$10^{-12}$
Нано-	н	$10^{-9}$
Микро-	мк	$10^{-6}$
Милли-	м	$10^{-3}$
Кило-	к	$10^3$
Мега-	М	$10^6$

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	
1. Тепловое излучение	4
2. Свойства фотонов	7
3. Фотоэффект	8
4. Эффект Комптона	11
5. Спектр атома водорода	14
6. Волны де Бройля.	17
7. Соотношение неопределенностей Гейзенберга	19
8. Уравнение Шредингера. Волновая функция	22
9. Радиоактивный распад	25
10. Ядерные реакции. Энергия связи	27
Значения физических величин	30