

Математический анализ (базовый уровень)

Семестр 3. Модуль 6.

Индивидуальное домашнее задание №2

Дифференциальные уравнения

1) Определите тип дифференциального уравнения;

2) Найдите общее решение дифференциального уравнения;

3) Найдите частное решение уравнения, удовлетворяющее начальному условию $y(x_0) = y_0$.

1. $2xyu'(x+1) - 1 = 0, y(1) = -1$

2. $y' + 2xy = e^{-x^2}, y(0) = -1$

3. $xy' = y + \sqrt{xy}, y(e) = e$

4. $e^y(x^2 + 2)y' = 2x(e^y + 1), y(0) = 0$

5. $y' + x^{-2}y = e^{\frac{1}{x}}, y(-1) = 0$

6. $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}, y(1) = 0$

7. $y'e^y = (e^y + 1)tgx, y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$

8. $xy' - 2y = x^3 \cos x, y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$

9. $x^2y' = y^2 - xy + x^2, y(1) = 0$

10. $2yy'(1 + e^x) = e^{2x}, y(0) = 1$

11. $x(y' - y) = (x + 1)e^x, y(1) = e$

12. $3y^2y'^{(x+1)^2} = \sqrt{1 - y^6}, y(0) = 0$

13. $y' = 2x \left(\frac{y^2+1}{x^2+1}\right)^2, y(0) = 1$

14. $2y'x^2 = (x + y)^2, y(1) = 1$

15. $y' = e^{x-y}(x + 1), y(1) = 1$

16. $(y'x - y)\cos^2 x = x^2, y\left(\frac{\pi}{x}\right) = 0$

17. $2xyu' = y^2 - x^2, y(1) = 1$

$$18. x^2 y' = y^2 e^{-\frac{1}{y}}, y(-1) = \frac{1}{2}$$

$$19. (y' - y)(x^2 + 1) = e^x, y(1) = 0$$

$$20. x^2 y' = 2xy + y^2, y(-1) = 2$$

$$21. y' e^{\frac{1}{y}} (x^2 + 1) = -2xy^2, y(0) = 1$$

$$22. (x^2 + 1)(y' - y) = 2xe^x, y(0) = 0$$

$$23. x^2 y' = y^2 + xy + x^2, y(1) = 0$$

$$24. 2xyy' = x^2 + 3y^2, y(1) = 1$$

$$25. xy' - y = \frac{2x(x+1)}{x+2}, y(-1) = 0$$

$$26. y' = \frac{2xy + y^2 - x^2}{2x^2}, y(-1) = 0$$

II Найдите общее решение дифференциального уравнения, понизив его порядок.

1. $y'''x - y'' = x^2 e^x$
2. $2xy'y'' = x^2 + 3(y')^2$
3. $x^2 y''' + 1 = 0$
4. $xy''' + y'' = 9x^2$
5. $2x^2 y'' = 2xy' + (y')^2 - x^2$
6. $y'''(1 + x^2)^2 + 2x = 0$
7. $y''x + y' = x^2 \ln x$
8. $x^2 y'' = 2xy' + (y')^2$
9. $2y''\sqrt{x} = \ln x + 2$
10. $xy''' - 2y'' = 4x(x^2 - 1)$
11. $2(y')^2 = y''(y - 1)$
12. $xy''' - y'' = x \cos x$
13. $y'' - 2(y')^2 \operatorname{ctg} y = 0$
14. $yy'' = (y')^2 + 2y'$
15. $y'''(x + 1) = x + 2$
16. $2y(y')^2 = y''(y^2 - 1)$
17. $y''(e^x + 1) + (y')^2 = 0$
18. $y'''(x^2 + 1) + 2xy'' = 0$
19. $y'' + (y')^2 = y'$
20. $y''(y^2 + 1) = 2y(y')^2$
21. $xy''' - y'' = x \sin x$
22. $y''(e^x + 1) - y'(e^x + 2) = 0$
23. $y'''x \ln x = y''$
24. $y''' - 2e^x = xe^x$
25. $y'' + 2(y')^2 \operatorname{tg} y = 0$
26. $y'''(x^2 + 5x + 6) + y'' = 0$

III Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения методом вариации произвольной постоянной.

1. $y'' + 36y = 24 \sin 6x - 12 \cos 6x + 36e^{6x}$

2. $y'' - 2y' + 4y = 6xe^{-x}$

3. $y'' + y' = \sin 2x$

4. $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$

5. $y'' + 4y = \operatorname{ctg} 2x$

6. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1+e^{-2x}}$

7. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$

8. $y'' + 2y' + y = e^{-x}\sqrt{x+1}$

9. $y'' + y = \operatorname{tg} x$

10. $y'' + y' = -10e^{2x}$

11. $y'' - 2y' - 3y = e^x + e^{2x}$

12. $y'''' - 2y'' + y' - 2y = 10e^{3x}$

13. $y'''' + y' = \operatorname{tg} x$

14. $y'' + 3y' - 4y = e^{-4x} + xe^{-x}$

15. $y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x$

16. $y'' + 4y = \cos^2 x$

17. $4y'' - y = x^3 - 24x$

18. $y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x}$

19. $y'' - 3y' = e^{3x} - 18x$

20. $y'''' - 3y'' + 3y' - y = e^x$

21. $y'''' + y'' = 6x + e^{-x}$

22. $y^{(4)} + y'' = x^2 + x$

23. $y^{(4)} - y = xe^x + \cos x$

24. $y'' + 3y' = xe^{-x}$

$$25. y'' - 2y' - 3y = e^{2x}$$

$$26. 4y'' - y = x^3$$

IV Найдите общее решение системы дифференциальных уравнений

методом исключения

1.
$$\begin{cases} x' = x + y \\ y' = -x + 3y \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = x + 4y \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -2x + 4y \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} x' = 2x + 5y \\ y' = -x + 6y \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x' = -3x + y \\ y' = -x - y \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} x' = x - 5y \\ y' = x - 3y \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} x' = -2x - y \\ y' = x - 4y \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = -2x + y \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} x' = 6x - 2y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} x' = x - 3y \\ y' = 3x + y \end{cases}$$

11.
$$\begin{cases} x' = -9x + 5y \\ y' = -5x + y \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} x' = -x - 5y \\ y' = x + 3y \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} x' = -x + 2y \\ y' = -2x + 3y \end{cases}$$

14.
$$\begin{cases} x' = 4x + 2y \\ y' = -x + 2y \end{cases}$$

15.
$$\begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = -x + y \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x' = 6x - 5y \\ y' = x + 2y \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x' = 4x - y \\ y' = x + 2y \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x' = -3x - y \\ y' = 5x + y \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x' = -x + y \\ y' = x + 2y \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = -x + 3y \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x' = -4x - y \\ y' = x - 2y \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x' = x - 4y \\ y' = x + y \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x' = 2x - 2y \\ y' = 2x + 6y \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x' = x + 9y \\ y' = -x + y \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x' = x - 5y \\ y' = 5x - 9y \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = 5x - y \end{cases}$$

V Найдите общее решение системы дифференциальных уравнений методом Эйлера

$$1. \begin{cases} x' = -2x - 12y \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x' = 2x - 12y \\ y' = -x + y \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = 7x + 8y \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x' = 3x - 5y \\ y' = -2x + 6y \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x' = 5x + 8y \\ y' = x + 3y \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x' = 4x + 2y \\ y' = 3x + 3y \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x' = 2x - 9y \\ y' = -x + 2y \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x' = 5x - 18y \\ y' = 2x - 8y \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x' = -x + 9y \\ y' = 2x - 8y \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = 3x + y \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x' = 5x - 15y \\ y' = 2x - 8y \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x' = 2x + 5y \\ y' = x - 2y \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x' = -2x - 7y \\ y' = -3x + 6y \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x' = 4x - 6y \\ y' = 2x - 4y \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x' = -x + 3y \\ y' = 3x - y \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x' = -2x + 7y \\ y' = 3x - 6y \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x' = x + 7y \\ y' = 2x + 6y \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x' = -8x - 15y \\ y' = 7x + 14y \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x' = 8x - 24y \\ y' = 2x - 8y \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x' = 3x + 4y \\ y' = 3x + 2y \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x' = -4x - 9y \\ y' = 5x + 10y \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x' = x + 9y \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x' = 5x - y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x' = -2x - y \\ y' = 3x + 2y \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x' = 2x - 12y \\ y' = 2x - 8y \end{cases}$$