

Лабораторная работа №11а

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ ПО КАРТИНЕ ДИФРАКЦИИ НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ

Цель работы – определение длины световой волны по картине дифракции на малом круглом отверстии.

Общие положения

При прохождении пучка параллельных лучей света через маленькое круглое отверстие в экране свет вследствие явления дифракции заходит в область геометрической тени. За экраном наблюдается дифракционная картина в виде чередующихся светлых и тёмных концентрических колец.

Распределение интенсивности света в дифракционной картине можно рассчитать на основе принципа Гюйгенса-Френеля посредством метода зон Френеля.

Пусть на экран с круглым отверстием радиусом OB падает плоская монохроматическая волна (рис. 1). В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля действие этой волны можно заменить действием когерентных точечных источников света, расположенных на волновой поверхности, которая в данном случае является плоскостью, параллельной плоскости экрана с отверстием.

Определим действие этой волны в точке P , лежащей на прямой SS' , проходящей через центр отверстия. Для этого мысленно разделим открытую часть волновой поверхности на кольцевые зоны (зоны Френеля), так чтобы расстояния от края каждой следующей зоны до точки P отличались друг от друга на половину длины волны $\frac{\lambda}{2}$:

$$r_1 = r_0 + \frac{\lambda}{2}; \quad r_2 = r_1 + \frac{\lambda}{2} = r_0 + 2 \frac{\lambda}{2}; \dots; \quad r_K = r_0 + K \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

При таком делении фазы колебаний, приходящих в точку P от соседних зон, отличаются на π , т.е. противоположны. Если амплитуды колебаний, приходящих от $1, 2, \dots, K$ -ой зон обозначить a_1, a_2, \dots, a_K , то с учетом фазовых соотношений амплитуда результирующего колебания в точке P равна:

$$A = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{K+1} a_K. \quad (2)$$

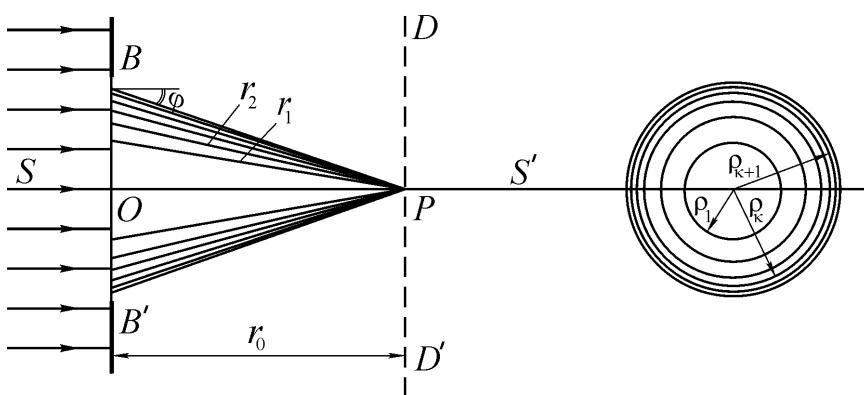


Рис. 1

этой волны в точке P , лежащей на прямой SS' , проходящей через центр отверстия. Для этого мысленно разделим открытую часть волновой поверхности на кольцевые зоны (зоны Френеля), так чтобы расстояния от края каждой следующей зоны до точки P отличались друг от друга на половину длины волны $\frac{\lambda}{2}$:

$$r_1 = r_0 + \frac{\lambda}{2}; \quad r_2 = r_1 + \frac{\lambda}{2} = r_0 + 2 \frac{\lambda}{2}; \dots; \quad r_K = r_0 + K \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

При таком делении фазы колебаний, приходящих в точку P от соседних зон, отличаются на π , т.е. противоположны. Если амплитуды колебаний, приходящих от $1, 2, \dots, K$ -ой зон обозначить a_1, a_2, \dots, a_K , то с учетом фазовых соотношений амплитуда результирующего колебания в точке P равна:

$$A = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{K+1} a_K. \quad (2)$$

Амплитуда колебаний, приходящих от отдельной зоны, зависит от площади зоны ΔS , от расстояния r_k от зоны до точки P и от угла наклона φ между r_k и нормалью к поверхности зоны. Можно показать, что при таком способе деления площади зон примерно одинаковы. Действительно, площадь K -ой зоны:

$$S_K = \pi \rho_{K+1}^2 - \pi \rho_K^2 = \pi(\rho_{K+1}^2 - \rho_K^2), \quad (3)$$

где ρ_{K+1} и ρ_K – радиусы $(K+1)$ -й и K -й зон. Согласно рис. 1 из соответствующих прямоугольных треугольников радиусы зон Френеля определяются соотношениями:

$$\rho_K^2 = (r_0 + \kappa \frac{\lambda}{2})^2 - r_0^2 \quad \text{и} \quad \rho_{K+1}^2 = (r_0 + (\kappa + 1) \frac{\lambda}{2})^2 - r_0^2. \quad (4)$$

Учитывая, что $r_0 \gg \lambda$, получим $\rho_{K+1}^2 - \rho_K^2 = r_0 \lambda$, а площадь K -й зоны $S_K = \pi \cdot r_0 \cdot \lambda$, т.е. площадь зоны Френеля не зависит от номера зоны K .

Следовательно, амплитуды колебаний зависят лишь от расстояния r и от угла φ . С увеличением номера зоны расстояние r_k возрастает, а также растёт угол φ , поэтому амплитуды a_k колебаний, доходящих до точки P от более удаленных зон зон, должны монотонно убывать по величине с увеличением номера зоны K :

$$|a_1| > |a_2| > |a_3| > \dots > |a_K| > \dots$$

Монотонное убывание амплитуд позволяет приближенно выразить амплитуду средней зоны через амплитуды двух соседних зон: $a_K = \frac{a_{K-1} + a_{K+1}}{2}$. Амплитуду

А суммарного колебания в точке P можно представить в виде:

$$A = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \left(\frac{a_5}{2} - \dots \right). \quad (5)$$

Так как слагаемые, выделенные скобками, равны нулю, результирующая амплитуда при нечетном K : $A = \frac{a_1}{2} + \frac{a_K}{2}$, а при четном K : $A = \frac{a_1}{2} - \frac{a_K}{2}$.

Объединяя последние формулы, получаем $A = \frac{a_1 \pm a_K}{2}$, где знак “+”

относится к нечетному, а знак “–” – к четному числу зон Френеля, укладывающихся в открытой отверстием части волнового фронта.

При свободном распространении света (между источником и точкой P нет никакого препятствия), когда не происходит ограничение фронта волны, $\kappa \rightarrow \infty$ и $a_K \rightarrow 0$. Тогда $A = \frac{a_1}{2}$, т.е. при полностью открытом фронте амплитуда суммарного колебания в точке P определяется половиной амплитуды, даваемой одной первой зоной.

Из сказанного следует, что если отверстие открывает одну зону или их небольшое нечетное число, то в результате интерференции в точке P будет виден свет, причем более интенсивный, чем при отсутствии экрана, т.е. образуется дифракционный максимум. При небольшом четном числе открытых зон освещенность в точке P будет минимальной.

Пусть для точки наблюдения P открыто m зон (рис. 2). Заметим, что по мере приближения точки P к экрану с отверстием число открытых для нее зон будет увеличиваться, так как по мере приближения к экрану увеличивается угол, под которым видно отверстие в экране. Тогда при соблюдении предложенного Френелем правила разбиения на зоны, в открытой отверстием части волнового фронта будет умещаться большее число зон. Обозначим на рис. 2: $OB = R$, $OP = d$, тогда $BP = d + \frac{m\lambda}{2}$. Из ΔOPB имеем

$OB^2 + OP^2 = PB^2$. Подставляя вместо OB , OP , PB их значения (пренебрегая членом $\frac{m^2 \lambda^2}{4}$), получаем:

$$R^2 = m\lambda d. \quad (6)$$

Из последнего выражения расстояние от плоскости отверстия до точки наблюдения:

$$d = \frac{R^2}{m\lambda}. \quad (7)$$

Это соотношение служит для вычисления длины волны. Для повышения точности определения длины волны расстояние d измеряется несколько раз при разном числе открытых зон m . Как видно из уравнения (7), зависимость d от $\frac{1}{m}$ является линейной, а коэффициент наклона графика этой зависимости $K = \frac{R^2}{\lambda}$. Построив экспериментальный график зависимости d от $\frac{1}{m}$ можно убедиться в том, что зависимость действительно линейна, а по коэффициенту наклона получившейся прямой и известному значению радиуса отверстия R определить длину волны.

Описание лабораторной установки

Принципиальная схема установки приведена на рис. 3. Лазерный источник дает практически параллельный пучок лучей (с очень малым углом расходящести). Лучи дифрагируют на выходном окне резонатора лазера (плоскость B на рис. 3), представляющем собой круглое отверстие с радиусом $R = 0,50 \pm 0,02$ мм. Таким образом, можно считать, что на отверстие падает плоская волна. Картина дифракции наблюдается с помощью короткофокусной линзы (объектива) L на экране \mathcal{E} . Он может перемещаться вдоль оптической скамьи.

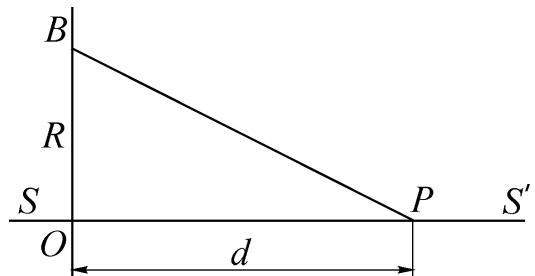


Рис. 2

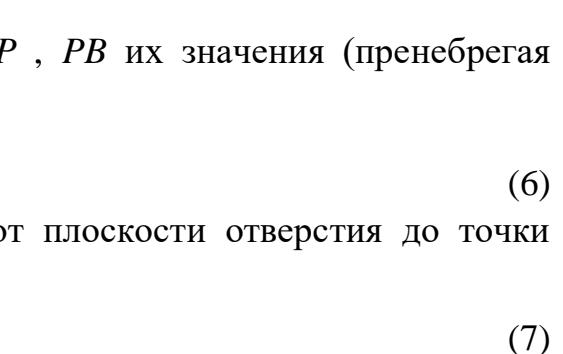


Рис. 3

Расстояние от объектива до его фокальной плоскости DD' , в которой рассматривают дифракционную картину, обозначено b ; l – расстояние от объектива до отверстия, на котором происходит дифракция. Тогда расстояние d от плоскости, в которой происходит дифракция, до точки наблюдения есть: $l - b$.

Порядок выполнения работы

1. Установить объектив L так, чтобы на экране была видна дифракционная картина от отверстия, соответствующая открытым двум зонам Френеля. Записать координату X объектива по шкале.

2. Передвигая объектив по направлению к лазеру, наблюдать за сменой освещенности в центре дифракционной картины. Для каждого последующего числа открытых зон (3, 4, 5 и т.д., пока картина четко различима) записывать координату объектива. Данные представить в виде таблицы.

3. По мере увеличения числа открытых зон (при приближении объектива к источнику) картина дифракции на экране становится более сложной и слабее различается. Если продолжить приближать объектив к лазеру (соответствует большому числу m), можно получить на экране четкое изображение выходного окна (область действия законов геометрической оптики). Записать соответствующую координату объектива X_∞ .

4. Измерения п.п. 1-3 повторить еще два раза.

5. Определить для каждого m расстояния d с учетом того, что $d = l - b = X - X_\infty$ (см. рис. 3). Результаты добавить в таблицу.

6. Построить график зависимости расстояния d от $\frac{1}{m}$. По коэффициенту наклона K аппроксимирующей прямой и радиусу отверстия R определить длину волны источника: $\lambda = \frac{1}{K}$.

7. Рассчитать погрешность наклона ΔK и, исходя из нее и погрешности радиуса ΔR , найти погрешность $\Delta \lambda$. Окончательный результат для длины волны представить в виде доверительного интервала.

Контрольные вопросы

1. Что такое дифракция и в чем заключается принцип Гюйгенса-Френеля?

2. Каким образом разбивается на зоны волновая поверхность при рассмотрении дифракции на круглом отверстии? Какова конфигурация и величина зон?

3. Почему с увеличением номера зоны амплитуда колебаний, приносимых ею в точку наблюдения, монотонно убывает по величине?

4. Почему наблюдается смена интенсивности света в центре дифракционной картины при перемещении микроскопа вдоль оси отверстия? При каком условии в центре картины образуется максимум, а при каком – минимум?

5. Как меняется число открытых зон по мере удаления точки наблюдения от отверстия по оси SS' ?

6. В каком случае для одной и той же точки наблюдения будет открыто большее число зон: если на круглое отверстие падает плоская или сферическая волна?

7. Схема наблюдения дифракции от круглого отверстия в данной работе: как должна быть расположена осветительная линза по отношению к источнику света? Почему?