# С.И. Бардинский, В.А. Голубков, А.А. Ефимов, В.Д. Косулин, С.Ю. Мельников

# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

#### по электротехническим курсам дисциплин

Учебное пособие

под редакцией д.т.н. профессора А.А. Ефимова

УДК 621.3.01

#### Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор кафедры электротехники и электрооборудования судов Санкт-Петербургского государственного морского технического университета *Б.Ф. Дмитриев*;

кандидат технических наук, доцент М.А. Волохов

# Утверждено

# редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия

Бардинский С.И., Голубков В.А., Ефимов А.А., Косулин В.Д., Мельников С.Ю.

Лабораторный практикум по электротехническим курсам дисциплин: учеб. пособие/С.И. Бардинский, В.А.Голубков, А.А. Ефимов, В.Д. Косулин, С.Ю. Мельников. Под редакцией д.т.н. проф. А.А. Ефимова. - СПб.: ГУАП, 2017. - 161 с.: ил.

Учебное пособие содержит теоретический материал по тематике каждой из рассмотренных в нем 14 лабораторных работ, включающий сведения по теории линейных и нелинейных цепей постоянного и переменного тока, трехфазным цепям, переходным процессам, а также однофазному трансформатору. В учебном пособии также представлены методические указания к выполнению лабораторных работ по электротехническим курсам дисциплин (ТОЭ, ОТЦ, Электротехника). Материал, вынесенный в Приложение, содержит инструкцию по работе с USB-осциллографом.

Учебное пособие предназначено для студентов всех направлений и специальностей ГУАП, учебные планы которых предполагают изучение курсов ТОЭ, ОТЦ или Электротехника.

> © Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП), 2017

СОДЕРЖАНИЕ ВВЕЛЕНИЕ	3
В 1. Правида внутреннего распорядка и техники безопасности при	0
выполнении пабораторных работ	6
В 2 Общие методицеские рекомендации и указания по выполне-	0
В.2. Общие методические рекомендации и указания по выполне-	7
В 2.1. Цани наборатории и рандтий	י ד
D.2.1. Цель лаобраторных занятии	7
В.2.2. Подготовка к лаоораторным работам	/
В.2.5. Выполнение лаоораторных работ	ð 10
В.2.4. Оораоотка результатов и оформление отчета	10
В.2.5. Назначение и состав стенда	11
В.2.6. Описание элементов стенда	13
В.З. Условные графические изображения элементов электриче-	
ских схем и систем электроизмерительных приборов	16
1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕНИ ПОСТОЯННОГО ТОКА	17
1.1. Краткие теоретические сведения	17
1.1.1. Основные понятия и определения	17
1.1.2. Законы Кирхгофа	18
1.1.3. Потенциальная диаграмма	19
1.1.4. Метод наложения	21
1.1.5. Преобразование линейных и нелинейных электрических	
цепей	21
1.1.6. Основы измерений и электроизмерительные приборы	24
1.2. Лабораторные работы по электрическим цепям постоянного	
тока	27
<i>Лабораторная работа № 1</i> . Изучение правил и порядка проведе-	
ния опытного исследования электрических цепей	27
Лабораторная работа № 2. Разветвленная линейная электриче-	
ская цепь постоянного тока	31
Лабораторная работа № 3. Нелинейная электрическая цепь по-	
стоянного тока	34
Лабораторная работа № 4. Сложная линейная цепь постоянного	
тока	38
2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА	41
2.1. Краткие теоретические сведения	41
2.1.1. Основные понятия и определения	41
2.1.2. Основы символического метола	43
2.1.3. Комплексное представление элементов электрической цепи	46
2.1.4. Расчет цепей гармонического тока	47
2.1.5. Мошность в цепи гармонического тока	52
2.1.6. Резонанс в цепи гармонического тока	52 54
2.1.6. Гезопине в цени тармони теского тока	57
жения	50
2.1.8. Олнофазный трансформатор	67
	04

2.2. Лабораторные работы по электрическим цепям переменного	
тока	65
Лабораторная работа № 5. Экспериментальное определение па-	
раметров элементов цепей переменного тока	65
Лабораторная работа № 6. Электрическая цепь переменного то-	
ка с последовательным соединением элементов	68
Лабораторная работа № 7. Электрическая цепь переменного то-	
ка с параллельным соединением элементов	71
Лабораторная работа № 8. Исследование явления феррорезонан-	
ca	74
Лабораторная работа № 9. Однофазный трансформатор	78
3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ	82
3.1. Краткие теоретические сведения	82
3.1.1. Основные понятия и определения	82
3.1.2. Схемы соединения трехфазных цепей	83
3.1.3. Расчет трехфазных цепей	87
3.1.4. Мощность в трехфазной цепи	92
3.2. Лабораторные работы по трехфазным электрическим цепям	95
Лабораторная работа № 10. Трехфазная электрическая цепь при	
соелинении потребителей по схеме «звезла»	95
Лабораторная работа № 11. Трехфазная электрическая цепь при	
соелинении потребителей по схеме «треугольник»	99
4 ПЕРЕХОЛНЫЕ ПРОПЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ПЕПЯХ ПОСТОЯН-	
НОГО ТОКА	103
4.1. Краткие теоретические свеления	103
4 1 1 Понятие переходного процесса Законы коммутации	103
4.1.2. Свеления из теории линейных лифференциальных уравне-	105
ний	104
4 1 3 Расчет начальных условий и установившегося режима	108
4 1 4 Расчет переходного процесса в целях первого порядка	113
4.1.5 Расчет переходного процесса в ценях перього порядка	119
4.1.6 Этапы расцета переходных процессов в ценях второго порядка	11)
ч.т.о. Этаны расчета переходных процессов в ценях перього и полятка	123
порядка	123
$\Lambda$ 2 Пабораториая работа $N_0$ 12 Исспедорацие переходии и про	125
4.2. Лиоориторния рассодиного тока	123
	121
5. ИПДУКТИВПО-СВЯЗАННЫЕ ЦЕНИ	131
5.1. Краткие теоретические сведения	131
5.1.2. Во стора с составляется и определения	124
5.1.2. Расчет электрических цепеи при наличии взаимной индук-	134
ции	120
э.1.э. Определение одноименных зажимов индуктивно-связанных	130
катушек	139
5.1.4. Экспериментальное определение взаимной индуктивности	4.45
5.2. <i>Лабораторная работа № 13</i> . Исследование индуктивно-	140

связанных цепей	
6. ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНО-	145
ГО ТОКА	145
6.1. Краткие теоретические сведения	145
6.1.1. Основные понятия и определения	148
6.1.2. Расчет цепей негармонического тока	
6.2. Лабораторная работа № 14. Исследование электрической	151
цепи с источниками несинусоидального напряжения	154
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.	155
Библиографический список	156
Приложение А. Инструкция по работе с USB-осциллографом	

# ВВЕДЕНИЕ

# *В.1. Правила внутреннего распорядка и техники безопасности при выполнении лабораторных работ*

Во избежание несчастных случаев, а также преждевременного выхода из строя приборов и электрооборудования студенты обязаны строго выполнять следующие правила внутреннего распорядка и техники безопасности:

1. Перед началом работы все студенты должны ознакомиться с правилами внутреннего распорядка и пройти инструктаж по технике безопасности, после которого должны расписаться в соответствующем журнале.

2. Для выполнения лабораторных работ студенческая группа делится на бригады по 3-4 человека.

3. Студенты, отсутствовавшие на занятии, выполняют пропущенную работу по согласованию с преподавателем по особому расписанию.

4. Сборку электрической цепи производят соединительными проводами при *выключенном* напряжении питания в строгом соответствии со схемой, представленной в методических указаниях к лабораторной работе, обеспечивая при этом надежность электрических контактов всех разъемных соединений.

5. Включение электрической цепи под напряжение производится только после проверки правильности соединений преподавателем и в его присутствии.

6. Любые изменения в собранной электрической цепи разрешается производить только при отключенном напряжении питания.

7. Запрещается прикасаться к оголенным токоведущим частям электрической цепи, находящимся под напряжением.

8. При работе с конденсаторами следует помнить, что на их зажимах, отключенных от сети, некоторое время сохраняется электрический заряд, могущий быть причиной поражения электрическим током.

9. При обнаружении неисправностей или повреждений электрического оборудования и измерительных приборов, а также при появлении дыма, специфического запаха или искрения необходимо немедленно выключить напряжение питания стенда и известить об этом преподавателя.

10. После выполнения лабораторной работы необходимо выключить напряжение питания стенда, разобрать исследуемую электрическую цепь и привести в порядок рабочее место.

# *В.2. Общие методические рекомендации и указания* по выполнению лабораторных работ

#### В. 2.1. Цель лабораторных занятий

Важнейшей составной частью всех электротехнических курсов является лабораторный практикум. Чтобы знать электротехнику, необходимо научиться самостоятельно решать разнообразные электротехнические задачи. Решение этих задач может быть получено, как известно, аналитическими или экспериментальными методами. Экспериментальные методы решения изучаются на лабораторных занятиях.

Лабораторные занятии дают возможность:

- закрепить на практике теоретические сведения о работе различных электротехнических устройств;

- подробно ознакомиться с устройством и характеристиками наиболее важных электротехнических приборов, аппаратов и машин, составляющих предмет лабораторного практикума;

- помочь овладеть практическими способами настройки электротехнических устройств;

- получить практические навыки в проведении измерений электрических величин, использования различных измерительных приборов, чтении электрических схем, построении графиков и получении экспериментальных характеристик,

- приобрести навыки проведения экспериментальных исследований физических моделей или промышленных образцов электротехнических устройств;

- изучить рабочие свойства и степень пригодности исследованных электротехнических устройств для решения задач, возникающих в практической деятельности инженера.

В соответствии с государственными образовательными стандартами по различным электротехническим курсам лабораторные работы должны выполняться по различным разделам. Данный лабораторный практикум посвящен изучению электрических цепей постоянного и переменного тока, трехфазных электрических цепей, переходных процессов, нелинейных цепей и цепей негармонического тока, а также однофазного трансформатора.

#### В.2.2. Подготовка к лабораторным работам

Для успешного выполнения лабораторных работ в отведенное для этого время студент должен руководствоваться следующими положениями:

- предварительно ознакомиться с графиком выполнения лабораторных работ, внимательно ознакомиться с целью и задачами очередной работы, с порядком ее выполнения;

- по учебникам, рекомендованным лектором, и настоящему учебному пособию изучить теоретическую часть, относящуюся к данной работе; - к началу работы студенты должны иметь подготовленные заранее протоколы с таблицами для записи экспериментальных данных и схемами проводимых в данной лабораторной работе экспериментов.

Студент, в первую очередь, должен твердо уяснить цель выполнения лабораторной работы и порядок её выполнения. Он должен четко представлять назначение изучаемого устройства, его условное обозначение на электрических схемах, принцип действия и основные характеристики. Одним из важнейших этапов подготовки к выполнению лабораторной работы является уяснение порядка и технологии проведения экспериментов, что требует тщательного изучения методических рекомендаций к выполнению рабочего задания.

Затем, по материалам данного методического пособия необходимо ознакомиться с основными параметрами объекта исследования, источников питания и других используемых в стенде преобразователей и пускорегулирующих аппаратов. Эти сведения нужны для определения диапазона возможного изменения величин и необходимого режима работы объекта исследования. Требуемые расчетные соотношения и формулы, отсутствующие в учебном пособии, следует найти и записать на основе самостоятельного изучения учебников по курсу.

Особое внимание следует уделить измерительным приборам. В соответствии с каждым этапом выполнения лабораторной работы необходимо проанализировать схему соединений, состоящую из элементов объекта исследования и электроизмерительных приборов. При этом обязательно подготовить протокол выполнения лабораторной работы, включающий электрические схемы проведения испытаний и таблицы для записи показаний приборов.

Завершает этап подготовки студентов к выполнению каждой лабораторной работы изучение контрольных вопросов, приведенных в методических указаниях. Это позволит студентам самостоятельно оценить свои знания, полученные ими в процессе подготовки к выполнению лабораторных работ, и поможет им успешно выполнить лабораторные работы.

Студенты, не подготовленные к лабораторной работе, не допускаются к ее выполнению.

#### В.2.3. Выполнение лабораторных работ

Выполнение лабораторных работ должно осуществляться в следующем порядке:

- перед сборкой электрической цепи студенты должны, как это было указано в предыдущем разделе, ознакомиться с электрическим оборудованием и его номинальными данными, а также с измерительными приборами, предназначенными для проведения соответствующей лабораторной работы;

- сборка электрической цепи производится в строгом соответствии со схемой, приведенной в учебном пособии по данной лабораторной работе;

- по окончании сборки электрическая цепь должна быть предъявлена для проверки; включение цепи под напряжение осуществляется только с разрешения преподавателя и в его присутствии;

- результаты измерений заносятся студентом в заранее подготовленные таблицы;

- после выполнения отдельного этапа лабораторной работы результаты опыта вместе с простейшими контрольными расчетами предъявляются для проверки преподавателю; разбирать электрическую цепь, а также переходить к сборке новой можно только по разрешению преподавателя;

- после выполнения лабораторной работы схема должна быть разобрана, а рабочее место приведено в порядок.

Получив разрешение преподавателя на проведение лабораторного исследования, следует немедленно приступить к сборке электрических цепей на рабочем месте. Рекомендуется придерживаться следующего порядка, значительно облегчающего работу по сборке и избавляющего от многих ошибок при соединениях. Общим правилом является соединение сначала участков цепи с последовательным соединением элементов и приборов, а затем параллельных ветвей, как объекта исследования, так и приборов.

Этот прием позволяет сознательно подойти к оценке назначения каждого элемента цепи тем самым правильно осуществить её сборку.

Во избежание возможного возникновения больших токов в собранной цепи элементы регулирования потенциометров необходимо устанавливать в положение, соответствующее минимуму напряжения на выходе.

Собранную цепь следует обязательно показать для проверки преподавателю. Только с его разрешения можно включить источник питания и произвести предварительное опробование работы цепи, чтобы убедиться в возможности проведения опыта при заданных пределах измерения величин. Нельзя приступать к измерениям, не будучи совершенно уверенным, что цепь собрана правильно.

Если при испытании цепи постоянного тока стрелка измерительного прибора уходит за пределы шкалы в обратном направлении, надо отключить цепь и переключить подходящие к прибору провода.

При снятии характеристик недопустимо превышать номинальные значения токов и напряжений испытываемого электротехнического устройства, если нет особых указаний в руководстве по лабораторному эксперименту. В случае, если стрелка какого-либо прибора выходит за пределы шкалы, надо немедленно от-ключить цепь от источника питания, доложить преподавателю или лаборанту и изменить условия эксперимента (уменьшить напряжение питания, увеличить диапазон изменения сопротивления и т.д.).

После предварительного опробования цепи, проверки или оценки диапазона изменения переменного параметра необходимо наметить последовательность отдельных манипуляций и отсчетов, а затем приступить к наблюдениям. Отсчеты рекомендуется проводить по возможности одновременно по всем приборам. Следует избегать перерыва начатой серии наблюдений и во всех случаях, когда возникает сомнение в правильности полученных наблюдений, их необходимо повторить несколько раз.

Результаты всех первичных наблюдений и отсчетов записывают в таблицу протокола испытаний. Запись отсчетов должна вестись в точном соответствии с показаниями измерительных приборов. Протоколы наблюдений являются единственным документальным следом, остающимся от измерений, поэтому от точной и своевременной фиксации в таблицах результатов отсчета в значительной степени зависит успех экспериментальной работы.

При переходе от одного этапа исследования к другому необходимо каждый раз обращаться к преподавателю за анализом полученных результатов, а также проверки собранной последующей схемы испытаний.

В течение всего времени занятий в лаборатории студенты обязаны находиться на своих рабочих местах. Выходить из помещения лаборатории во время занятий можно только с разрешения преподавателя.

# В.2.4. Обработка результатов и оформление отчета

Бригада студентов должна совместно обработать данные опытов и подготовить общий отчет бригады по каждой проделанной работе.

В отчете на титульном листе указываются название учебного заведения, кафедры, ФИО и должность преподавателя, принявшего работу, номер и наименование работы, фамилии и инициалы студентов, выполнивших работу, номер академической группы.

Отчет должен содержать, паспортные данные объекта исследования, схемы соединения элементов объекта исследования с включенными измерительными приборами, таблицы с записью результатов экспериментов и расчетов, обработанные осциллограммы, графики зависимостей и векторные диаграммы. В заключение отчета должны быть сделаны основные выводы, полученные в результате исследования. Студенты должны подготовиться к ответу на контрольные вопросы, примерный перечень которых приведен в конце каждой лабораторной работы. Конкретное содержание отчета указывается в методических указаниях по выполнению каждой лабораторной работы.

Каждая схема должна быть сопровождена соответствующей таблицей записей результатов измерений и графиком, иллюстрирующим изучаемые зависимости. В таблице обязательно следует указывать, в каких единицах измерены исследуемые величины. Все таблицы необходимо снабдить заготовками, характеризующими проводимый опыт.

На основании результатов измерений проводится их окончательная обработка. Измеренные и вычисленные величины заносятся в соответствующие колонки одной и той же таблицы.

Вычерчивание схем и таблиц рекомендуется производить карандашом обязательно с помощью линейки.

Особое внимание надо уделить графикам зависимостей между величинами, т.к. они являются наглядным результатом работы, графическим ответом на вопросы, поставленные в лабораторной работе.

При построении графиков по осям приводят стандартные буквенные обозначения величин и единиц их измерения, указывают деления с одинаковыми интервалами, соответствующие откладываемым величинам в принятых единицах измерения или в десятичных кратных либо дольных единицах. Числовые отметки у масштабных делений принято выбирать так, чтобы они составляли  $10^{\pm n}$ , 2  $10^{\pm n}$  или 5  $10^{\pm n}$  от тех единиц, в которых выражены величины, откладываемые по осям. Например, 10 мА; 0,02 Ом; 500 Вт.

При построении графиков вдоль оси абсцисс в выбранном масштабе откладывают независимую переменную. Условное буквенное обозначение этой величины рекомендуется ставить под осью, а наименование единиц измерения либо их десятичных кратных или дольных единиц - после обозначения величины. Вдоль оси ординат масштабные цифры ставят слева от оси, наименование или условное обозначение откладываемых величин - также слева от оси и под этим обозначением указывают единицу измерения. Если в одних координатных осях строят несколько графиков функций одной независимой переменной, то следует провести дополнительные шкалы параллельно основным, каждую со своим масштабом. Если величины по осям абсцисс и ординат отложены в определенном масштабе с числовыми отметками, то не следует ставить стрелок, указывающих направление роста численных значений величин. Наименование единиц измерения дается без скобок. При вычерчивании графиков надо учитывать, что всякое измерение имеет случайные погрешности (истинное значение измеряемой величины остается неизвестным, а вместо него принимают некоторое её значение, признаваемое за наиболее приближающееся к истинному). Поэтому не следует проводить кривые через все экспериментальные точки. На графике необходимо проводить плавные непрерывные кривые, которые проходят среди экспериментальных точек. Отступление некоторых точек от плавной кривой называют «разбросом точек». Величина разброса при наблюдении закономерных явлений определяет тщательность проведения эксперимента.

При наличии нескольких кривых на одном графике точки, соответствующие опытным данным и относящиеся к различным кривым, должны быть помечены условными значками (крестиками, кружками и т. п.).

Каждый график обязательно должен быть снабжен таким лаконичным текстом, чтобы любой достаточно подготовленный читатель мог легко понять, какую зависимость характеризует построенный график.

На последней странице отчета следует указать дату оформления и поставить подпись.

Отчет в целом должен быть составлен таким образом, чтобы для понимания содержания и результатов проведенной работы не требовалось дополнительных устных пояснений. Составление подобных отчетов - первый шаг к оформлению технических отчетов по экспериментальным исследованиям, которые предстоит проводить будущему инженеру.

Образец оформления отчета по выполненной лабораторной работе представлен в ауд. 14-06.

#### В.2.5. Назначение и состав стенда

Методические указания предназначены для студентов всех направлений и специальностей, учебные планы которых предполагают изучение курсов ТОЭ, ОТЦ, Электротехника, в рамках которых запланировано проведение лабораторно-

практических занятий по разделу «Электрические цепи». Элементы лабораторного комплекса, используемые при проведении лабораторных работ по разделу «Электрические цепи» [1]:

1) модуль питания, обеспечивающий ввод однофазного напряжения 220 В, получение низковольтного трехфазного переменного напряжения ~9 В (A, B, C) и напряжений питания  $\pm$  15 B, +5 В; а также защищающий стенд в режиме короткого замыкания;

2) измерительные приборы, позволяющие:

- выполнять стрелочными приборами измерения постоянного и переменного тока;

- выполнять с помощью мультиметров измерения значений тока и напряжения в цепях постоянного и переменного тока, а также величин сопротивлений;

- обеспечивать с помощью функционального генератора подачу измерительных сигналов различной амплитуды, частоты и формы к исследуемому устройству;

3) наборное поле, предназначенное для сборки электрических схем из минимодулей;

4) лабораторные минимодули, позволяющие набрать электрические схемы для проведения лабораторных работ по электрическим цепям, представлены в табл. В.1.

Таблица В.1.

N⁰	Наименование	Элемент	Кол-во
1.	1 Ом, 10 Ом, 22 Ом, 47 Ом, 68 Ом, 82 Ом, 100 Ом, 120 Ом, 330 Ом, 680 Ом, 1 кОм, 1.5 кОм 200 кОм		по 1
		150 Ом, 10 кОм	по 3
2.	Потенциометр ППБ-2А	0150 Ом, 02.2 кОм, 010 кОм	по 1
3.	Реостат переключаемый	10 460 кОм	1
4.	Конденсатор	10 нФ, 0.1 мкФ, 1 мкФ, 22 мкФ, 220 мкФ	по 1
5.	Конденсатор переключаемый	0.1 86 мкФ	1
6.	Дроссель линейный	0.28 Гн	1
7.	Катушка индуктивности без зазора	0.02 Гн	1
8.	Трансформатор	12,6/6,3B	1
9.	Нелинейный элемент	BXZ55c3v6+BXZ55c6v8	1
10.	Диод	IN4007S	2
11.	Тумблер	MT1-1	3
12.	Лампа накаливания	A12 - 1.2 W2·4,6d	1

Лабораторные минимодули

В.2.6.1. Модуль питания

Модуль питания предназначен для ввода в лабораторный стенд однофазного напряжения 220 В, защиты комплекса от токов короткого замыкания и подачи с помощью соединительных проводов на наборное поле низковольтных напряжений питания трехфазного переменного тока и постоянного тока.

Внешний вид лицевой панели представлен на рис. В.1. На лицевой панели модуля кроме ручки автоматического выключателя QF установлены выключатель SA1 для подачи на выходные гнезда постоянного напряжения ±15 В и +5 В и выключатель SA2 (при одновременном включении SA1) для подачи на выходные гнезда трехфазного переменного напряжения ~9 В. Источник трехфазного переменного напряжения от перегрузок и коротких замыканий и световую индикацию красного цвета срабатывания защиты.



Рис. В.1. Модуль питания

Рис. В.2. Модуль функционального генератора

В.2.6.2. Модуль функционального генератора

Модуль функционального генератора (рис. В.3) предназначен для получения измерительных сигналов синусоидальной или прямоугольной форм с плавно регулируемой амплитудой и частотой.

Форма выходного сигнала устанавливается с помощью тумблера «Форма». Установка поддиапазона генерируемой частоты выполняется с помощью переключателя «Множитель», плавная установка частоты в поддиапазоне - с помощью регулятора «Частота». Плавная регулировка величины выходного напряжения производится регулятором «Амплитуда». Индикация в модуле выполнена: - текущей частоты на 4-сегментном индикаторе;

- поддиапазона «Гц> и «кГц» с помощью светодиодов в левой части индикатора.

Технические характеристики генератора приведены в табл. В.2.

Таблица В.2

Наименование параметра	Значение
Напряжение питания	$\sim 220 \text{ B} \pm 10\%$
Максимальный ток нагрузки	0,3 A
Амплитуда выходного напряжения	0,111 B
Частотный диапазон	10100 000 Гц
Погрешность измерения частоты	$\pm 5\%$
Выходное сопротивление	2 Ом

#### Технические характеристики генератора

# В.2.6.3. Модуль мультиметров

Модуль предназначен для выполнения измерений напряжений, токов, сопротивлений. Внешний вид модуля приведен на рис. В.З. Подробное описание характеристик используемых мультиметров приведено в разделе 1.6.



Рис. В.З. Модуль мультиметров



Рис. В.4. Модуль измерителя мощности

# В.2.6.4. Модуль измерителя мощности

Модуль измерителя мощности (рис. В4) предназначен для измерения напряжения U, тока I, активной P, реактивной Q и полной S мощности, частоты f, величины угла  $\varphi$  сдвига фаз между напряжением и током, а также коэффициента мощности  $\cos\varphi$ . Кнопка "Сеть" на лицевой панели прибора служит для включения и выключения измерителя мощности. Подключение прибора к модулю питания стенда или модулю функционального генератора производится с помощью проводников, соединяемых с клеммами *A*, *N* ("Генератор"). Клеммы *A1*, *N1* ("Нагрузка") используются для подключения к исследуемой схеме.

Различные режимы измерения устанавливаются с помощью переключателей *U*, *I*, а также кнопок без фиксации P/Q/S и  $f/\varphi/\cos\varphi$ . Результаты измерений напряжения, тока и по одному выбранному параметру из групп P/Q/S и  $f/\varphi/\cos\varphi$  отображаются на жидкокристаллическом дисплее.

Последовательным нажатием на кнопку P/Q/S выбирается режим измерения одной из этих мощностей, а нажатием на кнопку  $f/\varphi/\cos\varphi$  – частоты, угла сдвига фаз между напряжением и током или коэффициента мощности. Максимальное значение измеряемой прибором частоты f=70 Гц.

Диапазон измеряемых напряжений может быть выбран 0..220 В или 0..30 В, токов – 0..2 или 0..0.2 А. Для повышения точности показаний прибора следует выбирать диапазон напряжений и токов, наиболее близкий к измеряемым значениям. Превышение уровня измеряемого напряжения или тока верхнего предела выбранного диапазона индицируется на дисплее символами  $U = \max$  (или  $I = \max$ ).

В.2.6.5. Наборное поле.

Наборное поле (рис. В.5) предназначено для размещения лабораторных минимодулей и сборки электрической схемы с помощью проводников. Минимодули увеличенных габаритов (например, дроссель) подключаются к трем специальным площадкам с белыми клеммами. Верхний и нижний горизонтальный ряд клемм красного цвета используют для подключения к наборному полю источников питания. Черные линии, соединяющие клеммы на наборном поле обозначают наличие электрического контакта между ними.



Рис. В.5. Наборное поле со стрелочными миллиамперметрами

# В.3. Условные графические обозначения элементов электрических схем и систем электроизмерительных приборов

Под электрической цепью понимают совокупность связанных друг с другом источников электрической энергии и нагрузок, по которым может протекать электрический ток. Изображение электрической цепи с помощью условных знаков называют электрической схемой.

Изображения различных элементов электрических схем приведены в табл. В.3, а обозначения некоторых систем электроизмерительных приборов – в табл. В.4.

Таблица В.3

Название	Обозначение	Название	Обозначение
Резистор	R	Переменный резистор	
Катушка индуктивности	<u>L R2,5</u>	Конденсатор	
Источник ЭДС		Источник тока	
Амперметр		Вольтметр	
Ваттметр		Фазометр	

#### Условные графические обозначения элементов электрических схем

# Таблица В.4

### Обозначения систем электроизмерительных приборов

Система	Обозначение	Система	Обозначение
Магнитоэлектрическая	$\bigcap$	Магнитоэлектрическая с выпрямителем	
Электромагнитная	$\checkmark$	Электродинамическая	ŧ

#### 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### 1.1. Краткие теоретические сведения

#### 1.1.1. Основные понятия и определения

Постоянным током называют ток, неизменный во времени. Источник электрической энергии характеризуется величиной и направлением электродвижущей силы (ЭДС) и величиной внутреннего сопротивления.

Напомним, что при расчете и анализе электрических цепей источник электрической энергии может быть представлен одной из моделей (рис.1.1) [2]:

- в виде идеального источника ЭДС E с последовательно включенным сопротивлением, равным внутреннему сопротивлению  $R_E$  реального источника,

- в виде идеального источника тока *J* с параллельно включенным с ним сопротивлением, равным внутреннему сопротивлению *R*<sub>J</sub> реального источника.



Рис.1.1. Источники: а – ЭДС, б – тока.

Известно правило эквивалентной замены одного источника другим [2]:

 $E=JR_J \quad \text{if } R_J=R_E,$ 

где E - ЭДС источника напряжения, J - ток источника тока,  $R_E$  и  $R_J$  - их внутренние сопротивления. Для электрической цепи не принципиально, какая модель принята, поскольку возможна эквивалентная замена одного источника другим. Поэтому в дальнейшем мы будем пользоваться источником ЭДС E с последовательно включенным внутренним сопротивлением  $R_E$ .

В условном изображении источника ЭДС стрелка указывает на направление возрастания потенциала внутри источника, т.е. на положительное направление ЭДС. Из курса физики известно, что потенциал, являясь энергетической характеристикой электрического поля, связан с работой по перемещению единичного заряда. Поэтому физически стрелка в обозначении ЭДС означает направление разделения зарядов внутри источника в результате работы по преодолению кулоновских сил и указывает на положительный полюс. То же самое можно сказать и об источнике тока.

Под напряжением U<sub>ab</sub> на некотором участке электрической цепи понимают разность потенциалов между крайними точками этого участка:

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$$

На схемах напряжение изображают стрелкой. За положительное направление принимают направление понижения потенциала, поэтому напряжение на зажимах источника  $U_E$  направлено встречно направлению ЭДС *E*, например, как на рис. 1.1. При этом численно  $U_E = E$ .

Напряжение на активном сопротивлении направлено так же, как и протекающий по нему ток, поскольку ток течет в направлении понижения потенциала. Напряжение на активном сопротивлении называют *падением напряжения*.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим рис.1.2 с участком цепи, содержащим активное сопротивление *R* и ЭДС *E*.



Рис.1.2. Участок цепи, содержащий ЭДС

Напряжение между точками *а* и *с* равно разности потенциалов в соответствующих точках:  $U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c$ . Падение напряжения на активном сопротивлении согласно закону Ома

$$U_R = \varphi_a - \varphi_b = IR. \tag{1.1}$$

Напряжение на источнике ЭДС

$$U_E = \varphi_c - \varphi_b = E. \tag{1.2}$$

Тогда очевидно равенство:

$$U_{ac} = U_R - U_E = IR - E = \varphi_a - \varphi_c.$$
(1.3)

Следует обратить внимание на то, что в (1.3) падение напряжения на сопротивлении R и ЭДС Е имеют разные знаки, хотя направлены одинаково, поскольку стрелка ЭДС указывает на повышение потенциала.

Если в данной цепи ЭДС *E* направлена в противоположную сторону, то последнее уравнение примет вид:

$$U_{ac} = U_R + U_E = IR + E = \varphi_a - \varphi_c.$$
(1.4)

С использованием полученных выражений находим формулу для расчета тока в цепи при известных величинах  $U_{ac}$ , *E* и *R*:

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_c \pm E}{R} = \frac{U_{ac} \pm E}{R}.$$
(1.5)

Если направления тока и ЭДС совпадают, то в числителе дроби (1.5) ставится знак "плюс", если не совпадают, то "минус". Выражение (1.5) может использоваться для расчета токов в ветвях методом узловых напряжений.

#### 1.1.2. Законы Кирхгофа

При расчете и анализе электрических цепей изначально необходимо задаться положительным направлением токов в ветвях. В соответствии с принятыми положительными направлениями токов определяются и положительные направления напряжений на элементах цепи. В общем случае положительные направления токов задаются произвольно. Если в результате расчета получается отрицательное значение тока, то это значит, что данный ток в ветви направлен в противоположную сторону по сравнению с принятым положительным направлением.

Электрические цепи подразделяются на неразветвленные и разветвленные. В неразветвленной цепи во всех элементах течет один и тот же ток. В разветвленной цепи по каждой ветви течет свой ток.

Все электрические цепи подчиняются законам Кирхгофа. Их два.

Первый закон - закон токов Кирхгофа (3ТК) устанавливает связь между токами в узле электрической схемы: алгебраическая сумма токов в любом узле равна нулю, т.е.

$$\sum I = 0. \tag{1.6}$$

При составлении уравнения (1.6) по первому закону Кирхгофа токи, направленные к узлу, следует брать со знаком, противоположным знаку токов, направленных от узла.

Второй закон - закон напряжений Кирхгофа (ЗНК) устанавливает связь между напряжениями в контуре электрической цепи: алгебраическая сумма напряжений на всех элементах вдоль любого контура равна нулю, т.е.

$$\sum U = 0. \tag{1.7}$$

В выражении (1.7) падения напряжения, совпадающие с направлением обхода контура, берутся со знаком "плюс", а ЭДС, совпадающие с направлением обхода контура, – со знаком "минус", например, как в выражении (1.3), поскольку напряжение на источнике ЭДС направлено встречно самой ЭДС (в соответствии с направлением стрелки *E*).

Для того, чтобы исключить возможные ошибки при определении знаков слагаемых в (1.7), все ЭДС из левой части уравнения целесообразно перенести в правую часть. Тогда второй закон Кирхгофа может быть сформулирован иначе: алгебраическая сумма падений напряжения в любом контуре равняется алгебраической сумме ЭДС, действующих в том же контуре, т.е.

$$\sum IR = \sum E.$$
 (1.8)

В этом случае в каждую из сумм в уравнении (1.8) соответствующие слагаемые (как падения напряжения в левой части, так и ЭДС в правой) входят со знаком "плюс", если совпадают с направлением обхода контура, и со знаком "минус", если не совпадают с ним.

#### 1.1.3. Потенциальная диаграмма

Для экспериментального подтверждения и наглядной иллюстрации второго закона Кирхгофа построим *потенциальную диаграмму*, которая представляет собой график распределения потенциалов вдоль какого-либо участка цепи или контура. По оси абсцисс на нем откладывают в масштабе отрезки, соответствующие сопротивлениям контура, начиная с какой-либо произвольной точки, а по оси ординат — потенциалы соответствующих точек контура относительно точки, потенциал которой принят за нулевой [1].

Рассмотрим контур электрической цепи, изображенный на рис. 1.3, и построим для него потенциальную диаграмму. Для этого зададим направление обхода контура по часовой стрелке и примем потенциал точки *а* равным нулю:  $\varphi_a=0$ .



Рис. 1.3. Контур электрической цепи

Для потенциалов соответствующих точек схемы согласно выражениям (1.1)..(1.4) справедливы следующие соотношения:

$$\begin{split} \phi_b &= \phi_a - I_1 R_1 = -I_1 R_1; \\ \phi_c &= \phi_b + E_1 = -I_1 R_1 + E_1; \\ \phi_d &= \phi_c + I_2 R_2 = -I_1 R_1 + E_1 + I_2 R_2; \\ \phi_e &= \phi_d - E_2 = -I_1 R_1 + E_1 + I_2 R_2 - E_2; \\ \phi_{a1} &= \phi_e - I_3 R_3 = -I_1 R_1 + E_1 + I_2 R_2 - E_2 - I_3 R_3, \end{split}$$

где  $\phi_{a1}$  - потенциал точки *a*, выраженный через напряжения на элементах контура.

Обходя контур по часовой стрелке, мы пришли в ту же точку a (a1), из которой начали движение. Разность потенциалов  $\varphi_a$  и  $\varphi_{a1}$ , очевидно, равна нулю, т.е.

$$\varphi_a - \varphi_{a1} = I_1 R_1 - E_1 - I_2 R_2 + E_2 + I_3 R_3 = 0.$$
(1.9)

В обозначениях напряжений на элементах контура выражение (1.9) принимает вид:

$$U_{R_1} - U_{E_1} - U_{R_2} + U_{E_2} + U_{R_3} = 0, (1.10)$$

что соответствует уравнению (1.7) для ЗНК.

Перенеся ЭДС в правую часть равенства (1.9), получим:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_1 - E_2, \tag{1.11}$$

что соответствует уравнению (1.8) для ЗНК.

Потенциальная диаграмма в виде зависимости  $\varphi(R)$  приведена на рис. 1.4. Пользуясь потенциальной диаграммой, можно найти разность потенциалов между любыми точками электрической цепи.



Рис.1.4. Потенциальная диаграмма

Правильность расчета электрической цепи можно проверить по балансу мощности, согласно которому суммарная мощность, генерируемая источниками, равна суммарной мощности, потребляемой в цепи:

$$\sum_{s=1}^{s=k} E_s I_s = \sum_{i=1}^{i=n} R_i I_i^2, \qquad (1.12)$$

где k – количество источников ЭДС в схеме; n – количество приемников (активных сопротивлений).

#### 1.1.4. Метод наложения

К свойствам линейных электрических цепей относится принцип независимости действия ЭДС, который лежит в основе метода расчета, получившего название *метода наложения*. Согласно ему в линейной электрической цепи действие, оказываемое каждой из ЭДС в отдельности, можно рассматривать независимо от действия других ЭДС. Другими словами, ток в k-й ветви равен алгебраической сумме токов, вызываемых каждой из ЭДС схемы в отдельности.

При расчете цепей по методу наложения поступают следующим образом: поочередно рассчитывают частичные токи, возникающие от действия каждого из источников, мысленно удаляя из схемы остальные, но оставляя их внутренние со-противления; затем находят токи в ветвях путем алгебраического сложения (с учетом направления) частичных токов.

Исключение источников означает следующее: источник ЭДС закорачивается, а ветвь с источником тока размыкается.

Заметим, что принципом наложения нельзя пользоваться для расчета баланса мощности, поскольку мощность - квадратичная функция тока.

#### 1.1.5. Преобразование линейных и нелинейных электрических цепей

Электрическая цепь, состоящая из элементов, вольтамперные характеристики которых являются прямыми линиями, называется линейной электрической цепью, а элементы, из которых состоит цепь, — линейными элементами.

Соединение в электрической цели, при котором через все элементы протекает один и тот же ток, называется последовательным соединением. Эквивалентное сопротивление  $R_{\mathcal{P}}$  последовательной цепи постоянного тока равно сумме сопротивлений отдельных участков:  $R_{\mathcal{P}} = R_1 + R_2 + ...$ .

Напряжение на отдельном участке в соответствии с законом Ома пропорционально сопротивлению этого участка:  $U_1 = IR_1$ ;  $U_2 = IR_2$ .

Напряжение *U* на входе последовательной цепи в соответствии с законом напряжений Кирхгофа равно сумме напряжений на отдельных участках:

$$U=U_1+U_2+\ldots$$

При параллельном соединении двух или нескольких элементов напряжение на них одно и тоже, так как выводы этих элементов подключены к одним и тем же узлам. Токи в отдельных элементах определяются по закону Ома:  $I_1 = U/R_1$ ;  $I_2 = U/R_2$ . В соответствии

с первым законом Кирхгофа ток I в неразветвленной цепи равен сумме токов всех параллельных ветвей:  $I = I_1 + I_2 + ...$ 

Проводимость параллельного соединения равна сумме проводимостей отдельных участков:

$$1/R_{\mathcal{P}} = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots$$

Анализ любой электрической цепи может быть проведен методом непосредственного применения законов Кирхгофа. Если электрическая цепь состоит только из параллельных ветвей, то есть имеет два узла (рис. 1.5), то её анализ целесообразно проводить методом узлового напряжения, применение которого является менее трудоемким и позволяет избежать решения системы уравнений.



Рис. 1.5. Цепь с параллельными ветвями

Метод узлового напряжения рекомендуется использовать и в тех случаях, когда сложную электрическую схему можно упростить, заменяя последовательно и параллельно соединенные резисторы эквивалентными, используя при необходимости преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду.

Применение данного метода состоит из двух этапов. На первом этапе определяется величина узлового напряжения  $U_{ab}$  (рис. 1.5):

$$U_{ab} = \frac{E_1g_1 - E_2g_2 + U_3g_3 - U_4g_4}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5}$$

где g<sub>1</sub> ... g<sub>5</sub>- проводимости соответствующих ветвей цепи.

При записи этого соотношения следует задаться положительным направлением узлового напряжения  $U_{ab}$ . Со знаком «+» берутся ЭДС, направленные между точками а и в *встречно* напряжению  $U_{ab}$ , и напряжения ветвей, направленные согласно  $U_{ab}$ .

При анализе электрических цепей методом узлового напряжения рекомендуется выбирать положительные направления токов после определения узлового напряжения. После определения величины напряжения  $U_{ab}$  находят значения токов в ветвях, составляя уравнения по второму закону Кирхгофа. При этом каждый контур должен включать в свой состав ветвь с искомым током и узловое напряжение. Например, уравнение по второму закону Кирхгофа для определения тока в первой ветви будет иметь вид:

$$E_1 = I_1(R_{01} + R_1) + U_{ab},$$

где  $R_{01}$  – внутреннее сопротивление источника напряжения  $E_1$ .

Ток в первой ветви определяется согласно следующего выражения:

$$I_{I} = \frac{E_{I} - U_{ab}}{R_{0I} + R_{I}} = (E_{I} - U_{ab})g_{I}$$

Под нелинейной электрической цепью понимают электрическую цепь, содержащую нелинейные элементы (нелинейные сопротивления, нелинейные индуктивности, нелинейные емкости). Нелинейным элементом называют такой элемент электрической цепи, параметры которого зависят от электрического напряжения, электрического заряда, электрического тока или магнитного потока. Схема замещения цепи постоянного тока содержит только нелинейные резистивные элементы. Нелинейные элементы в отличие от линейных обладают нелинейными вольтамперными характеристиками.

Основной характеристикой нелинейного элемента является его вольтамперная характеристика U=f(I) (рис. 1.6), из которой видно, что каждому значению постоянного тока (напряжения) соответствует определенное значение постоянного напряжения (тока).



Рис. 1.6. Вольтамперная характеристика нелинейного элемента

У нелинейных элементов различают статическое и дифференциальное сопротивления. По вольтамперной характеристике определяют статическое сопротивление нелинейного элемента в данной точке A, как  $R_{CT} = U/I$ , и его дифференциальное сопротивление, как отношение бесконечно малых приращений напряжения dU и тока dI в точке A:  $R_{II} = dU/dI$ .

Статическое сопротивление пропорционально тангенсу угла  $\alpha$  - наклона секущей в рабочей точке A, а дифференциальное сопротивление пропорционально тангенсу угла  $\beta$  - наклона касательной к вольтамперной характеристике в данной точке. Для экспериментального получения вольтамперной характеристики нелинейного элемента необходимо измерить ряд значений постоянного напряжения и постоянного тока в цепи с данным нелинейным элементом.

Математическая модель нелинейной цепи постоянного тока состоит из уравнений Кирхгофа и уравнений характеристик нелинейных резистивных элементов. Так как модель становится нелинейной, то она не может быть решена методами линейной алгебры. К нелинейным цепям применимы законы Кирхгофа, хотя методы анализа, основанные на методе наложения (на постоянстве параметров элементов цепи) чаще всего неприменимы. В таких цепях сопротивление и проводимость нелинейного элемента являются нелинейной функцией мгновенного значения тока (напряжения) на этом элементе. Следовательно, они представляют собой переменные значения тока, а поэтому для расчета малопригодны. Так как характеристики нелинейных элементов U=f(I) или I=f(U) часто определяются экспериментально и задаются обычно в виде таблиц или графиков, то широкое применение получили графические (графоаналитические) методы расчета. При этом последовательность операций сохраняется примерно той же, что и при расчетах линейных цепей, только вместо сложения и вычитания напряжений и токов в соответствии с законами Кирхгофа производится сложение или вычитание абсцисс или ординат соответствующих вольтамперных характеристик. Расчет сводится к построению эквивалентной вольтамперной характеристики цепи. В соответствии с законами Кирхгофа при последовательном соединении элементов характеристики складывают при одинаковых значениях тока, при параллельном соединении - при одинаковых значениях напряжения.

# 1.1.6. Основы измерений и электроизмерительные приборы

Контроль работы электрооборудования осуществляется с помощью разнообразных электроизмерительных приборов. Наиболее распространенными электроизмерительными приборами являются приборы непосредственного отсчета. По виду отсчетного устройства различают аналоговые (стрелочные) и цифровые измерительные приборы [1].

На лицевой стороне стрелочных приборов изображены условные обозначения, определяющие классификационную группу прибора. Они позволяют правильно выбрать приборы и дают некоторые указания по их эксплуатации.

В цепях постоянного тока для измерений токов и напряжений применяются в основном приборы магнитоэлектрической системы. Принцип действия таких приборов основан на взаимодействии магнитного поля постоянного магнита и измеряемого тока, протекающего по катушке. Угол поворота стрелки а прямо пропорционален измеряемому току  $I:\alpha = K \cdot I$ . Шкалы магнитоэлектрических приборов равномерные.

В измерительных механизмах электромагнитной системы, применяемых для измерений в цепях переменного и постоянного тока, вращающий момент обусловлен действием магнитного поля измеряемого тока в неподвижной катушке прибора на подвижный ферромагнитный якорь. Угол поворота стрелки  $\alpha$  при этом пропорционален квадрату тока:  $\alpha = K \cdot I^2$ . Поэтому шкала электромагнитных приборов обычно неравномерная, что является недостатком этих приборов. Начальная часть шкалы не используется для измерений.

Для практического использования измерительного прибора необходимо знать его предел измерений (номинальное значение) и цену деления (постоянную) прибора.

Предел измерений - это наибольшее значение электрической величины, которое может быть измерено данным прибором. Это значение обычно указано на лицевой стороне прибора. Один и тот же прибор может иметь несколько пределов измерений.

Ценой деления прибора называется значение измеряемой величины, соответствующее одному делению шкалы прибора. Цена деления прибора С легко определяется как отношение предела измерений  $A_{HOM}$ к числу делений шкалы N:

#### $C = A_{HOM}/N.$

На лицевой стороне стрелочных прибора указывается класс точности, который определяет приведенную относительную погрешность прибора  $\gamma_{\Pi P}$ .

Приведенная относительная погрешность прибора - это выраженное в процентах отношение максимальной для данного прибора абсолютной погрешности  $\Delta A$  к номинальному значению прибора (пределу измерений)  $A_{HOM}$  :  $\gamma_{\Pi P} = 100 \cdot \Delta A / A_{HOM}$ %.

Зная класс точности прибора, можно определить абсолютную  $\Delta A$  и относительную погрешности измерения  $\gamma_{\text{ИЗМ}}$ , а также действительное значение измеряемой величины  $A_{\pi}$ :

 $\Delta A = \gamma_{\Pi P} A_{HOM} / 100; \quad \gamma_{H3M} = 100 \cdot \Delta A / A; \quad A_{\Pi} = A \pm \Delta A.$ 

Нетрудно сделать вывод, что относительная погрешность измерения тем больше, чем меньше измеряемая величина по сравнению с номинальным значением прибора. Поэтому желательно не пользоваться при измерении начальной частью шкалы стрелочного прибора.

Для обеспечения малой методической погрешности измерения необходимо, чтобы сопротивление амперметра было значительно меньше сопротивления нагрузки, а сопротивление вольтметра было значительно больше сопротивления исследуемого участка.

При проведении измерений в электрических цепях широкое применение получили цифровые мультиметры — комбинированные цифровые измерительные приборы, позволяющие измерять постоянное и переменное напряжение, постоянный и переменный ток, сопротивления, проверять диоды и транзисторы. Для проведения конкретного измерения необходимо установить переключателем предполагаемый предел измерений измеряемой величины (ток, напряжение, сопротивление) с учетом рода тока (постоянный или переменный).

Представление результата измерения происходит на цифровом отсчетном устройстве в виде обычных удобных для считывания десятичных чисел. Наибольшее распространение в цифровых отсчетных устройствах мультиметров получили жидкокристаллические, газоразрядные и светодиодные индикаторы. На передней панели такого прибора находится переключатель функций и диапазонов. Этот переключатель используется как для выбора функций и желаемого предела измерений, так и (в некоторых мультиметрах) для выключения прибора. Для продления срока службы батарей, когда прибор не используется, переключатель должен находиться в положении «OFF».

К основным техническим характеристикам цифровых приборов, которые необходимо учитывать при выборе относятся:

— диапазон измерений (обычно прибор имеет несколько поддиапазонов);

— разрешающая способность, под которой часто понимают значение измеряемой величины, приходящееся на единицу дискретности, то есть один квант;

— входное сопротивление, характеризующее собственное потребление прибором энергии от источника измерительной информации;

— погрешность измерения, часто определяемая как  $\pm$ (% от считываемых данных + количество единиц младшего разряда) или  $\pm$  (% of rdg + D).

Мультиметр часто имеет батарейное питание 9 В, поэтому перед использованием прибора необходимо проверить батарею электропитания путем включения прибора. Если батарея разряжена, то на дисплее возникнет условное изображение батареи. Используемые в стенде «Электротехника» мультиметры питаются от выпрямительного устройства, вмонтированного в модуль. Для использования приборов необходимо подключить с тыльной стороны кабель питания к источнику переменного напряжения 220 В.

Перед проведением измерения необходимо переключатель пределов установить на требуемый диапазон измерений. Для предотвращения повреждения схемы прибора входные токи и напряжения не должны превышать указанных величин. Если предел измеряемого тока или напряжения заранее неизвестен, следует устанавливать переключатель пределов на максимум и затем переключать его вниз по мере необходимости. При возникновении на дисплее символов «OL» или «1» (перегрузка) необходимо переключиться на верхний предел измерений.

В лабораторных стендах используется мультиметр MS8221A, некоторые характеристики которого представлены в табл. 1.1.

Мультиметр MS8221А имеет ручной выбор поддиапазона измерений.

Для измерения *напряжения* подключите один щуп к разъему COM, а второй — к разъему «V $\Omega$ », установите переключатель функций в положение «V=» или «V~», что означает режим измерения постоянного (DC) или переменного (AC) напряжения, соответственно. Подсоедините концы щупов к измеряемому источнику напряжения. При измерении постоянного напряжения полярность напряжения на дисплее будет соответствовать полярности напряжения на втором щупе.

Для измерения сопротивлений подключите один щуп к разъему «COM», а второй — к разъему «V $\Omega$ », установите переключатель функций на « $\Omega$ » и подсоедините концы щупов к измеряемому сопротивлению. Когда цепь разомкнута, на индикаторе будет индицироваться «O.L» или «1». Перед измерением сопротивлений в схеме убедитесь, что схема обесточена и все конденсаторы разряжены.

Таблица 1.1

Измеряемая величина	Диапазон измерений	Погрешность измерения					
Напряжение постоянного	200 мВ; 2В; 20 В; 200 В	$\pm$ (0.5% of rdg +2D);					
тока	1000 B	±( 0.8% of rdg +2D)					
Напряжение переменного	2 B; 20 B; 200 B	±( 0.8% of rdg +3D)					
тока	750 B	±( 1.2% of rdg +3D)					
Постоянный ток	200 мкА; 2 мА; 20 мА	±(0.8% of rdg +1D)					
	200 мА	$\pm$ (1.2% of rdg+1D)					
	10 A	$\pm$ (2.0% of rdg+5D)					
Переменный ток	2 мА; 20 мА	$\pm$ (1,2% of rdg+3D)					
	200 мА	$\pm$ (2.0% of rdg+3D)					
	10 A	$\pm$ (3.0% of rdg+7D)					
Сопротивление	20 МОм	$\pm$ (1.0% of rdg+2D)					

Характеристики мультиметра MS8221A

1.2. Лабораторные работы по электрическим цепям постоянного тока

# Лабораторная работа №1

# ИЗУЧЕНИЕ ПРАВИЛ И ПОРЯДКА ПРОВЕДЕНИЯ ОПЫТНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

# 1. Цель работы

Ознакомление с устройством стенда, изучение принципа действия, назначения и характеристик электроизмерительных приборов, а также методики проведения измерений.

Обучение правилам сборки схемы, оформления записи результатов измерений, построения графиков, составления отчёта по лабораторной работе.

Закрепление полученных знаний на примере исследования простейших электрических цепей постоянного тока.

Перечень источников, приборов и минимодулей					
Наименование	Количество				
Источник питания (ИП) постоянным и переменным током часто-	1				
той 50 Гц	1				
Амперметры постоянного тока А1, А2, А3	3				
Амперметры переменного тока А4, А5, А6	3				
Мультиметры	2				
Резисторы <i>R1</i> = 22 Ом, <i>R2</i> = 47 Ом, <i>R3</i> = 82 Ом, <i>R4</i> = 100 Ом	4				

#### 2. Порядок выполнения первой части работы

2.1. Рассмотреть лицевые панели стрелочных приборов и заполнить табл. 1.

Таблица 1

#### Характеристики приборов

Ν	Vapartapuatura	Наи	менование пр	рибора
п/п	Характеристика			
1	Род тока			
2	Система измерительного механизма			
3	Предел измерения, А <sub>НОМ</sub> , мА			
4	Число делений шкалы, N			
5	Цена деления, С=А <sub>НОМ</sub> /N, мА			
6	Класс точности, $\gamma_{\Pi P} = 100 * \Delta A / A_{HOM} \%$			
7	Допускаемая максимальная абсолютная			
/	погрешность, $\Delta A$ , м $A$			

2.2. Подготовить мультиметр для измерения постоянного напряжения ИП. Показать его преподавателю. Включить ИП постоянного напряжения и измерить значения выходных напряжений на клеммах «+5», «+15», «-15» относительно общей клеммы. Занести результаты в табл. 2 и выключить источник питания.

2.3. Подготовить мультиметр для измерения переменного напряжения ИП. Показать его преподавателю. Включить ИП постоянного напряжения, затем включить источник переменного трёхфазного напряжения. Измерить значения выходных напряжений, занести полученные данные в табл. 2. Выключить источники питания.

Таблица 2

Клеммы	+5B	+15B	-15B	Α	В	C	A-B	B-C	C-A
Измерено									

Результаты измерения напряжений источников

2.4. Подготовить мультиметр для измерений сопротивлений резисторов. Измерить величину сопротивлений резисторов, указанных преподавателем. Занести результаты в табл. 3.

Таблица 3

Результаты измерения сопротивлении								
Резистор	<i>R1</i>	<i>R2</i>	<i>R3</i>	<i>R4</i>				
Номинальное значение сопротивления, Ом								
Измерено, Ом								

#### 3. Порядок выполнения второй части работы

3.1. Собрать электрическую цепь с последовательным соединением резисторов, указанных преподавателем (рис. 1). В качестве амперметров использовать амперметры A2 и A3 магнитоэлектрической системы. В качестве вольтметров V1 и V2 использовать мультиметры в режиме измерения напряжения постоянного тока на пределе 20 В. Представить схему для проверки преподавателю.



Рис. 1. Схема с последовательным соединением резисторов

3.2. Включить ИП постоянного напряжения. Измерить токи в цепи, величину напряжения на входе и на резисторе *R1*. Занести результаты в табл.4. Выключить источник.

Таблица 4

	Pa	счёт			
$I_{A2}$ , MA $I_{A3}$ , MA $U_{BX}$ , B $U_{RI}$				$U_{R2}, \mathbf{B}$	<i>R2</i> , Ом

Данные опыта при последовательном включении резисторов

3.3. Собрать электрическую цепь с параллельным соединением резисторов, указанных преподавателем (рис. 2). В качестве амперметра *A* использовать мультиметр в режиме измерения постоянного тока. Установить предел измерения тока 200 мА. Второй мультиметр использовать в качестве вольтметра *V* на пределе 20 В постоянного напряжения. Представить схему преподавателю для проверки.

3.4. Включить ИП постоянного напряжения. Измерить напряжение и три тока, занести данные в табл. 5.



Рис.2. Схема с параллельным соединением резисторов

Таблица 5

Данные опыта при параллельном включении резисторов									
Данные измерений Расчёт									
U, B	<i>I</i> <sub>A</sub> , мА	<i>I</i> <sub>A2</sub> , мА	<i>I<sub>А3</sub></i> , мА	$I_{A3}$					

#### 4. Расчёты и построения

4.1. Заполнить табл. 1 указанными паспортными данными приборов. Привести расчёты максимальных абсолютных погрешностей. Занести результаты в табл. 1, п. 7.

4.2. Рассчитать и построить график зависимости относительной погрешности измерения от измеряемой величины  $\gamma_{u_{3M}} = f(A_{u_{3M}})$  для прибора, указанного преподавателем по формуле  $\gamma_{u_{3M}} = \gamma_{np} \cdot A_{nom} / A_{u_{3M}}$ .

4.3. Определить для табл. 4 расчётным путём напряжение *U*<sub>R2</sub> и величину сопротивления резистора *R2*, используя законы Ома и Кирхгофа.

- 4.4. Определить расчётным путём ток  $I_{A3}$  и занести результат в табл. 5.
- 4.5. Рассчитать мощность, потребляемую сопротивлениями обеих схем.
- 4.6. Проверить выполнение баланса мощностей в обеих схемах.

#### 5. Содержание отчёта

- 5.1. Титульный лист.
- 5.2. Наименование и цель работы.
- 5.3. Перечень использованного оборудования.
- 5.4. Схемы экспериментов.
- 5.5. Таблицы с данными экспериментов и расчётов.
- 5.6. Проделанные расчёты и построенные графики.
- 5.7. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

6. Контрольные вопросы к первой части работы

6.1. В чём отличие шкал стрелочных приборов магнитоэлектрической и электромагнитной систем и чем это объясняется?

6.2. Что такое предел измерения и цена деления?

- 6.3. Что такое абсолютная и относительная погрешность измерения?
- 6.4. Что такое класс точности прибора?

6.5. На каком пределе измерения многопредельного прибора точность измерения выше и почему?

6.6. Каковы основные достоинства цифровых измерительных приборов?

6.7. Какие отличительные знаки используются для обозначения стрелочных приборов магнитоэлектрической и электромагнитной систем?

#### 7. Контрольные вопросы ко второй части работы

7.1. Как правильно сформулировать законы Ома, Кирхгофа и Джоуля-Ленца? Приведите примеры применения их в работе.

7.2. Что называется «последовательным» и «параллельным» соединением элементов электрической цепи?

7.3. Как по показаниям амперметра и вольтметра можно определить величину сопротивления участка электрической цепи и потребляемую им мощность?

7.4. Как и почему целесообразно по-разному подключать амперметр и вольтметр для измерения больших и малых сопротивлений?

7.5. Что такое «эквивалентное сопротивление» участка цепи и как его рассчитать для последовательного и параллельного соединения сопротивлений?

7.6. Для исследуемых электрических цепей запишите уравнения по законам Кирхгофа.

# РАЗВЕТВЛЕННАЯ ЛИНЕЙНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### 1. Цель работы

Получение навыков сборки электрических цепей, измерений токов и напряжений на отдельных участках электрической цепи, экспериментальное подтверждение выполнения законов Кирхгофа в разветвленной линейной электрической цепи.

Наименование	Количество
Источник питания (ИП)	1
Амперметры постоянного тока А2 и А3	2
Мультиметры A и V	2
Резисторы <i>R1</i> = 22 Ом, <i>R2</i> = 47 Ом, <i>R3</i> = 82 Ом	3
Потенциометр <i>R4</i> =0150 Ом	1

#### Перечень источников, приборов и минимодулей

#### 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (источник питания, амперметры, мультиметры, комплект минимодулей, наборное поле).

2.2. Собрать линейную цепь со смешанным соединением резисторов (рис. 1). В качестве амперметра A использовать мультиметр в режиме измерения постоянного тока на пределе 200 мА. В качестве вольтметра V использовать мультиметр в режиме измерения постоянного напряжения на пределе 20 В. Представить схему для проверки преподавателю.



Рис.1. Схема со смешанным соединением резисторов

2.3. Установить ручку потенциометра *R4* в среднее положение. Включить электропитание. Установив с помощью потенциометра *R4* первое из трех значений входного напряжения, заданных преподавателем, измерить поочерёдно вели-

чины напряжений  $U_{BX}$ ,  $U_{R1}$ ,  $U_{R23}$  вольтметром V и токов амперметрами A, A2 и A3 на всех участках цепи. Повторить измерения для двух других заданных преподавателем значений входного напряжения. Результаты измерений занести в табл. 1. Выключить электропитание.

Таблица 1

т суультаты измеренин										
№ опыта	$U_{BX},$ B	$U_{RI},$ B	<i>U<sub>R23</sub></i> , B	$U_{BX} = U_{R1} + U_{R23},$ B	<i>I<sub>R1</sub></i> , мА	<i>I</i> <sub><i>R</i>2</sub> , мА	<i>I<sub>R3</sub></i> , мА	$I_{BX} = I_{R2} + I_{R3},$ MA		
1										
2										
3										

Ρουνηι τοτι ι μυνοροιιμά

#### 3. Расчёты и построения

3.1. По результатам измерений, представленных в табл. 1, (№ опыта задаётся преподавателем) вычислить значения сопротивлений последовательного (R1) и параллельного (R23) участков исследуемой цепи, а также величину эквивалентного сопротивления всей цепи. Рассчитать входной ток схемы I<sub>BX</sub>, сравнить его с опытным  $I_{Rl}$ . Результаты расчетов занести в табл. 2

Таблица 2

Результаты расчетов									
	Токи, мА								
<i>R1</i>	<i>R2</i>	<i>R3</i>	R23	<i>R</i> <sub>ЭКВ</sub>	$I_{RI}$	$I_{BX}$			

Desure more a posteror

3.2. Начертить расчётную схему исследуемой цепи. Составить по законам Кирхгофа необходимое число уравнений для определения токов ветвей (для известных значений входного напряжения и сопротивлений ветвей).

3.3. Составить для исследуемой расчётной схемы уравнения методами контурных токов и узловых напряжений. По указанию преподавателя решить одну из этих систем уравнений, рассчитанные токи сравнить с опытными данными.

4. Содержание отчёта

- 4.1. Титульный лист.
- 4.2. Наименование и цель работы.
- 4.3. Перечень использованного оборудования.
- 4.4. Схема эксперимента.
- 4.5. Таблицы с данными экспериментов и расчётов.
- 4.6. Проделанные расчёты и построенные графики.

4.7. Расчётные уравнения методами токов ветвей и узловых напряжений.

4.8. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

# 5. Контрольные вопросы

5.1. Как выглядит вольтамперная характеристика (ВАХ) линейного сопротивления и почему?

5.2. Чем определяется наклон ВАХ?

5.3. Как по ВАХ определить величину сопротивления цепи?

5.4. Как по показаниям амперметра и вольтметра можно определить величину сопротивления участка электрической цепи постоянного тока и потребляемую им мощность?

5.5. Как составить необходимое число уравнений Кирхгофа для исследуемой схемы, чтобы рассчитать токи в ветвях?

5.6. Как определить величину эквивалентного сопротивления для исследуемой цепи?

5.7. Назовите и примените для исследуемой схемы два способа расчёта сложных электрических цепей, основанных на уменьшении необходимого числа уравнений.

# НЕЛИНЕЙНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА

# 1. Цель работы

Экспериментальное снятие вольтамперных характеристик нелинейных резистивных элементов, проведение графического расчета разветвленной нелинейной электрической цепи постоянного тока и экспериментальная проверка результатов расчета.

Перечень источников, приборов и минимодулей							
Наименование	Количество						
Источник питания (ИП) постоянным током +15 В	1						
Мультиметры A и V	2						
Амперметры постоянного тока А2 и А3	2						
Потенциометр <i>R</i> 2=0150 Ом	1						
Нелинейный элемент <i>R</i>	1						
Лампа накаливания Л	1						
Линейный резистор <i>R1</i> =120 Ом	1						

#### 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (источник питания, амперметры, мультиметры, комплект минимодулей, наборное поле).

2.2. Собрать электрическую цепь для снятия вольтамперных характеристик элементов цепи (рис. 1) и предъявить её для проверки преподавателю. В качестве регулируемого источника постоянного напряжения использовать потенциометр R2. В качестве амперметра использовать стрелочный миллиамперметр магнитоэлектрической системы с пределом измерения 100 мА. В качестве вольтметра использовать мультиметр в режиме измерения постоянного напряжения.

Обратить внимание на полярность напряжения на нелинейном элементе R.



Рис.1. Схема для снятия ВАХ элемента

2.3. Снять вольтамперную характеристику нелинейного элемента *R*. Для этого установить ручку потенциометра *R2* в такое крайнее положение, чтобы иметь на выходе напряжение равное нулю. Включить питание источника постоянного напряжения. Увеличивая плавно выходное напряжение потенциометра, провести необходимые измерения при изменении тока от 0 до 60...80 мА. Результаты измерений занести в табл. 1. Выключить электропитание стенда. Построить вольтамперную характеристику нелинейного элемента.

Таблица 1

Данные снятия ВАХ нелинейного элемента <i>R</i>										
U B	0									
0,2	Ŭ									
<i>I</i> , A	0									

2.4. Снять вольтамперные характеристики лампы накаливания и линейного резистора. Для этого собрать цепь с последовательным соединением лампы накаливания  $\Lambda$  и резистора *R1* (рис. 2). Предъявить схему для проверки преподавателю.



Рис.2. Схема с последовательным соединением лампы накаливания и резистора

2.5. Установить ручку потенциометра R2 в крайнее левое положение. Включить питание источника постоянного напряжения. Увеличивая плавно выходное напряжение потенциометра, измерить напряжения на входе цепи U, на лампе накаливания  $U_{\Lambda}$  и на резисторе  $U_{R1}$ , а также ток I. Результаты измерений занести в табл. 2. Выключить электропитание стенда. Построить вольтамперные характеристики цепи, лампы накаливания  $\Lambda$  и резистора R1.

Таблица 2

Данные снятия ВАХ лампы Л и резистора <i>R1</i>										
<i>I</i> , A	0									
<i>U</i> , B	0									
$U_{\varPi}, \mathbf{B}$	0									
$U_{RI}$ , B	0									

Ланные снятия ВАХ лампы Л и резистора R1

2.6. Опытное определение токов и напряжений цепи со смешанным соединением элементов. Для этого собрать электрическую цепь, представленную на рис.3, и предъявить её для проверки преподавателю. В качестве амперметра A использовать мультиметр на пределе 200 мА постоянного тока, а в качестве вольтметра V - мультиметр на пределе 20 В постоянного напряжения. Включить электропитание стенда. Установить ручку потенциометра R2 в среднее положение. Включить источник постоянного напряжения +15 В. С помощью потенциометра R2 установить заданное преподавателем входное напряжение  $U_{BX}$ . Снять показания всех параметров, которые указаны в табл. 3. Результаты измерений занести в таблицу. Выключить электропитание стенда.

Таблица 3

Токи и напряжения разветвлённой цепи										
	<i>I</i> <sub>A</sub> , мА	<i>I</i> <sub>A2</sub> , мА	<i>I<sub>А3</sub></i> , мА	$U_{BX}$ , B	$U_R$ , B	$U_{\Pi RI}, \mathbf{B}$				
Опыт										
	Заданный ток	Or	пределены и	з графиков	диаграмм	ИЫ				
Расчет										





#### 3. Расчёты и построения

3.1. По данным табл. 1 и табл. 2 построить на графике № 1 вольтамперные характеристики  $U_R = f(I)$ ,  $U_{RI} = f(I)$ ,  $U_{JI} = f(I)$ . Используя ВАХ в п. 3.1. построить на графике зависимость общего напряжения на лампе J и резисторе R1  $U_{JRI} = f(I_J + I_{RI})$  путём суммирования абсцисс графика. Построить на этом же графике ВАХ входного напряжения  $U_{BX}$  путём суммирования ординат ВАХ  $U_R$  и  $U_{JRI}$ , которые были ранее построены в п. 3.1.

3.2. Для заданного в табл. З входного тока  $I_A$  определить из построенных графиков величины напряжений  $U_{ЛRI}$ ,  $U_R$  и  $U_{BX}$ , а также токи  $I_{A2}$  и  $I_{A3}$ . Полученные данные занести в табл. З для сравнения с опытными данными.

3.3. Построить на графиках №2 и №3 ВАХ напряжений  $U_R$  и  $U_{J}$ . Рассчитать статические  $R_{CT}$  и дифференциальные  $R_{JU\Phi}$  сопротивления обоих элементов для
разных токов. Привести примеры расчётов, которые следует занести в табл. 4. Эти данные использовать для построения на графиках №2 и №3 зависимости  $R_{CT}$  и  $R_{ДИ\Phi}$  от тока.

Таблица 4

<i>I</i> , мА											
<i>R</i> <sub><i>CT</i></sub> , Ом											
$R_{\Pi U \Phi}$ , Ом											

# Данные расчётов для построения графиков *R<sub>CT</sub> и R<sub>ДИФ</sub>*

4. Содержание отчёта

- 4.1. Титульный лист.
- 4.2. Наименование и цель работы.
- 4.3. Перечень использованного оборудования.
- 4.4. Схемы экспериментов.
- 4.5. Таблицы с данными экспериментов и расчётов.
- 4.6. Результаты расчётов и построенные графики.
- 4.7. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

5. Контрольные вопросы

5.1. Что такое нелинейный элемент в электрической цепи?

- 5.2. Что такое вольтамперная характеристика (ВАХ)?
- 5.3. Приведите примеры нелинейных элементов и их ВАХ.
- 5.4. Справедливы ли для нелинейных цепей законы Кирхгофа?

5.5. Как построить ВАХ последовательного соединения нелинейных элементов?

5.6. Как построить ВАХ параллельного соединения нелинейных элементов?

5.7. В чём заключается графический метод анализа цепей с нелинейными элементами?

5.8. Как определяется статическое сопротивление нелинейного элемента?

5.9. Как определяется дифференциальное сопротивление нелинейного элемента?

5.10. Можно ли составить уравнения по законам Кирхгофа и рассчитать по ним токи нелинейной цепи? Поясните ответ.

# СЛОЖНАЯ ЛИНЕЙНАЯ ЦЕПЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА

# 1. Цель работы

Экспериментальная проверка результатов аналитического расчета линеной электрической цепи с двумя источниками электропитания.

Перечень источников, приборов и минимодулей	
Наименование	Количество
Источник питания (ИП) постоянного напряжения +5 В и +15 В	2
Амперметры постоянного тока: А2 и А3	2
Мультиметры A и V	2
Резисторы R1, 10 Ом, R3, 47 Ом, R2, 150 Ом	3
Тумблеры Т1 и Т2	2

### 2. Порядок выполнения работы

2.1. Собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 1. Для измерения тока использовать два стрелочных амперметра магнитоэлектрической системы А2 и А3. Мультиметр А использовать в режиме измерения постоянного тока на пределе 200 мА. Для измерения напряжения использовать мультиметр V в режиме измерения постоянного напряжения на пределе 20 В. В качестве источников питания  $E_1$  и  $E_2$  использовать источники постоянного напряжения +5 В и +15 В, соответственно. Предъявить цепь для проверки преподавателю.



Рис.1. Схема сложной линейной цепи постоянного тока

2.2. Включить электропитание стенда и при разомкнутых тумблерах T1 и T2 измерить ЭДС источников питания  $E_1$  и  $E_2$ . Результаты измерений занести в табл.1.

2.3. Замкнуть тумблеры T1 и T2. Измерить токи  $I_1, I_2, I_3$ . Результаты измерений занести в табл. 1.

2.4. Полагая потенциал точки «а» равным нулю ( $\varphi_a = 0$ ), измерить мультиметром V в режиме измерения постоянного напряжения потенциалы точек «b», «с» и «d» ( $\varphi_b$ ,  $\varphi_c$ ,  $\varphi_d$ ). Результаты измерений занести в табл. 1. Выключить электропитание стенда.

Таблица 1

	Данные измерении											
$E_1$ , B	$E_2$ , B	$I_l$ , A	$I_2$ , A	$I_3$ , A	$\varphi_b$ , B	$\varphi_c$ , B	$\varphi_d$ , B					

Πουμιιο μοιορομιμ

3. Расчёты и построения

3.1. По результатам измерений вычислить:

- напряжения  $U_1$  и  $U_2$  на зажимах источников электропитания при замкнутых тумблерах *T1* и *T2*;

- внутренние сопротивления  $R_{01}$  и  $R_{02}$  источников электропитания;

- сопротивления *R*<sub>1</sub>, *R*<sub>2</sub> *u R*<sub>3</sub> ветвей цепи. Результаты вычислений занести в табл. 2.

Таблица 2

r cojuditardi ddi menemini											
$U_l$ ,	$U_2$ ,	$U_{ca}$ ,	$R_{01}$ ,	$R_{02}$ ,	$R_{l}$ ,	$R_2$ ,	$R_{3}$ ,	$I_{l}$ ,	$I_2$ ,	$I_3$ ,	
В	В	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	мА	мА	мА	

Результаты вычислений

3.2. Используя метод узлового напряжения, рассчитать величину узлового напряжения U<sub>ca</sub> и токи I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub>, I<sub>3</sub>. Результаты вычислений занести в табл. 2. Сравнить расчетные значения токов с их экспериментальными значениями.

3.3. Для внешнего контура построить потенциальную диаграмму.

3.4. Построить внешние характеристики источников питания  $U_l = f(I_l)$  и  $U_2 = f(I_2).$ 

4. Содержание отчета

4.1. Титульный лист.

4.2. Наименование и цель работы.

4.3. Схема эксперимента и таблицы с результатами измерений и вычислений.

4.4. Примеры расчетов.

4.5. Экспериментальные характеристики.

4.6. Потенциальная диаграмма.

4.7. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными.

4.8. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

#### 5. Контрольные вопросы

5.1. Какие методы расчета цепей постоянного тока могут быть использованы для анализа исследуемой цепи?

5.2. Сформулируйте законы Кирхгофа и поясните их физический смысл.

5.3. Сколько уравнений по законам Кирхгофа необходимо записать для расчета сложной цепи? Сколько из них надо записать по ЗНК (второму закону Кирхгофа)?

5.4. Запишите для исследуемой цепи необходимые для анализа исследуемой цепи уравнения по законам Кирхгофа.

5.5. В каких случаях целесообразно применять метод узловых напряжений?

5.6. В чем состоит основное достоинство метода узловых напряжений?

5.7. Запишите соотношение для определения величины узлового напряжения в исследуемой цепи.

5.8. Как в исследуемой цепи при использовании метода узловых напряжений определить токи в ветвях? Запишите эти соотношения.

5.9. Что такое «внешняя характеристика» источника питания? Запишите уравнение внешней характеристики.

5.10. Что такое «потенциальная диаграмма» и как она связана с ЗНК?

#### 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### 2.1. Краткие теоретические сведения

#### 2.1.1. Основные понятия и определения

Электрический ток, меняющийся во времени, называют переменным током. Если изменения напряжений и токов в цепях происходят по гармоническому закону, то такие цепи называются цепями гармонического (синусоидального) тока. Вид кривой синусоидального тока показан на рис. 2.1.



Рис. 2.1. Кривая синусоидального тока

Ток записывается в виде синусоидальной функции:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = I_m \sin(\frac{2\pi}{T} + \psi_i)$$

Максимальное значение функции  $I_m$  называют амплитудой тока; T – период изменения тока;  $\psi_i$  – начальная фаза тока. Частота тока – число колебаний за одну секунду: f=1/T, 1/с (Гц). Величину  $\omega = 2\pi/T$  называют угловой частотой и измеряют в рад./с. Аргумент синусоидальной функции ( $\omega t + \psi_i$ ) называют фазой. Текущее значение *i* называют мгновенным значением тока.

То же самое можно сказать и о синусоидальном напряжении:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} + \psi_u\right).$$

Очевидно, что в цепях гармонического тока частота тока и напряжения одинаковы, а вот начальные фазы могут отличаться. Рассмотрим рис. 2.2, где изображены кривые тока и напряжения.



Рис. 2.2. Кривые синусоидального тока и напряжения

В зависимости от того, в какой точке принято начало отсчета времени (начало координат на рис. 2.2), будут изменяться и начальные фазы тока и напряжения. Но разность фаз останется неизменной и равной ф. Поэтому при рассмотрении процессов в цепях гармонического тока начало координат при изображении кривых тока и напряжения совмещают с точкой перехода через ноль либо кривой напряжения, либо тока. Тогда начальная фаза одной из функций будет равна нулю, а другой ф. Так, если совместить на рис. 2.2 начало координат с точкой перехода через ноль тока, то выражения для тока и напряжения примут вид:

 $i=I_m \sin \omega t$ ;  $u=U_m \sin (\omega t + \varphi)$ .

Если совместить начало координат с точкой перехода через ноль напряжения, то выражения для тока и напряжения примут вид:

 $i=I_m \sin(\omega t - \varphi)$ ;  $u=U_m \sin \omega t$ .

Для характеристики гармонического тока применяется понятие действующего значения (его называют также эффективным или среднеквадратичным). Под действующим значением тока *I* понимается постоянный ток, который оказывает такое же тепловое действие при прохождении через активное сопротивление, что и переменный ток:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} i^{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} I_{m}^{2} \sin^{2} \omega t \, dt} = \frac{I_{m}}{\sqrt{2}} = 0,707I_{m}.$$

Аналогично определяют и действующее значение гармонического напряжения:  $U = U_m / \sqrt{2}$ .

Отметим, что именно действующее значение измеряют приборы электромагнитной и электродинамической систем, которые используются при снятии показаний в лабораторных работах.

Рассмотрим, как ведут себя в цепях гармонического тока пассивные двухполюсники – элементы электрической цепи: активное сопротивление R, индуктивность L и емкость C.

При протекании тока по активному сопротивлению возникает падение напряжения, которое связано с мгновенным значением тока законом Ома:

u = Ri.

Отсюда следует, что начальные фазы тока и напряжения совпадают, т.е. сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю.

Индуктивность в цепи гармонического тока ведет себя иначе. При протекании тока по индуктивности возникает магнитное поле. Если ток переменный, то и магнитное поле (а, следовательно, и магнитный поток) также изменяется во времени. На основании закона электромагнитной индукции переменный магнитный поток вызывает появление в индуктивности ЭДС самоиндукции, направленной против причины, вызвавшей ее появление. Математически данное утверждение выражается соотношением:  $e_L = -\frac{d\Psi}{dt}$ , где  $\Psi$  – потокосцепление, связанное с током  $i_L$ , протекающим по индуктивности, формулой  $\Psi = Li_L$ . Величина L носит название индуктивности и имеет размерность Гн (Генри). Для линейных цепей L = const, поэтому выражение для ЭДС самоиндукции примет вид

$$e_L = -\frac{\mathrm{d}Li_L}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}.$$

Этой ЭДС соответствует падение напряжения  $u_L$ , направленное в противоположную сторону, поэтому

$$u_L = -e_L = L \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$$

Для гармонического тока  $i_L = I_m \sin \omega t$ , тогда

$$u_L = L\omega I_m \cos \omega t = L\omega I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

откуда следует, что разность фаз между напряжением и током составляет  $\pi/2$ , т.е. напряжение в индуктивности опережает по фазе ток на 90°. Величина  $L\omega$  обозначается  $X_L$ , имеет размерность Ом и называется реактивным сопротивлением индуктивности.

Емкость представляет собой элемент электрической цепи, способный накапливать электрический заряд Q. При этом соотношение между величиной заряда и напряжением  $u_C$  на емкости имеет вид

$$Q = C \cdot u_C$$
.

Величина C носит название емкости и имеет размерность  $\Phi$  (Фарад). Для линейных цепей C=const.

Если напряжение, приложенное к емкости, изменяется, то изменяется и накопленный в ней заряд. Как известно, изменение заряда означает протекание электрического тока. Тогда величину тока, протекающего через емкость, найдем из выражения

$$i_C = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Cu_C}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}.$$

Для гармонического напряжения  $u_C = U_m \sin \omega t$ , тогда получим

$$i_{c} = C\omega U_{m} \cos \omega t = \frac{1}{1/C\omega} U_{m} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

откуда следует, что разность фаз между напряжением и током составляет  $\pi/2$ , т.е. ток в емкости опережает по фазе напряжение на 90°. Величина  $1/C\omega$  обозначается  $X_C$ , имеет размерность Ом и называется реактивным сопротивлением емкости.

#### 2.1.2. Основы символического метода

В цепях гармонического тока напряжения и ток в реактивных элементах связаны через операции дифференцирования и интегрирования. Поэтому расчеты установившихся режимов во временной области должны вестись путем решения дифференциальных уравнений, что в случае расчета сложных цепей приводит к трудно разрешимым проблемам. Переход в комплексную область позволяет свести расчеты цепей гармонического тока к решению алгебраических уравнений с использованием методов расчета цепей постоянного тока. Рассмотрим основы символического метода, который основан на символическом изображении действительных синусоидальных функций времени комплексными числами (этот метод иногда называют методом комплексных амплитуд) [2].

Из курса математики известна формула Эйлера

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j\sin \alpha$$

Угол α в этой формуле может принимать любые значения. Положим α=ωt+ψ, тогда на основании формулы Эйлера запишем

 $e^{j(\omega t+t)} = \cos(\omega t+\psi) + j\sin(\omega t+\psi).$ 

Согласно теории комплексных чисел последнее выражение представляет собой комплексное число, модуль которого равен единице, а аргумент является функцией времени. Умножим данное уравнение на  $I_m$ , тогда получим

 $I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m \cos(\omega t + \psi) + j I_m \sin(\omega t + \psi).$ 

Полученное выражение представляет собой комплексное число с модулем  $I_m$  и аргументом ( $\omega t + \psi$ ). На комплексной плоскости оно изображается в виде вектора длиной  $I_m$ , вращающегося против часовой стрелки с угловой частотой  $\omega$  (рис. 2.3). Тогда проекции вектора на оси координат представляют собой гармонические функции.



Рис. 2.3. Изображение числа  $I_m e^{j(\omega t + \psi)}$  на комплексной плоскости

Как видно из рисунка, синусоидальный ток  $I_m \sin(\omega t + \psi)$  может рассматриваться как проекция вектора  $I_m e^{j(\omega t + \psi)}$  на мнимую ось. Данное обстоятельство позволяет сделать вывод о взаимно-однозначном соответствии между гармонической функцией и комплексным числом, т.е.

$$I_m \sin(\omega t + \psi) = \operatorname{Im}(I_m e^{j(\omega t + \psi)}).$$

Отметим, что в радиотехнической литературе данное взаимно-однозначное соответствие устанавливается между косинусоидальной функцией и соответствующим комплексным числом, т.е.

$$I_m \cos(\omega t + \psi) = \operatorname{Re}(I_m e^{j(\omega t + \Psi)}).$$

Если на комплексной плоскости изобразить другой вектор, например,

 $I_{m1}e^{j(\omega t+\psi_1)}$ , то он будет также вращаться с угловой частотой  $\omega$  против часовой стрелки, но угол между этими векторами будет неизменным и равным разности начальных фаз  $\psi$  и  $\psi_1$ .

Представим число  $I_m e^{j(\omega t+\psi)}$  в виде произведения  $I_m e^{j\psi} e^{j\omega t}$ . Комплексное число  $I_m e^{j\psi}$  будет представлять собой вектор длиной  $I_m$  с аргументом  $\psi$ , неподвижный относительно координатной плоскости. Сомножитель  $e^{j\omega t}$  носит название

оператора вращения, поскольку умножение комплексного числа на него приводит к вращению вектора с частотой  $\omega$ . Комплексное число  $I_m e^{j\psi}$  называют комплексной амплитудой.

То же самое можно сказать и для числа  $I_{ml}e^{j(\omega t + \psi_1)}$ . Тогда векторы, изображающие комплексные амплитуды  $I_m e^{j\psi}$  и  $I_{m1} e^{j\psi_1}$ , на комплексной плоскости будут неподвижны, а угол между ними будет равен разности начальных фаз  $\psi$  и  $\psi_1$ .

В цепях гармонического тока все напряжения и токи имеют одинаковую частоту, равную частоте источника, поэтому в уравнениях, описывающих процессы в электрических цепях в комплексном виде, сомножитель е <sup>*j*ωt</sup> будет общим для всех членов соответствующих уравнений. Очевидно, его можно сократить. Тогда формальное взаимно-однозначное соответствие устанавливают между гармоническими функциями и их комплексными амплитудами. Комплексная амплитуда обозначается точкой вверху индекса:  $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}$ .

Математические действия над гармоническими функциями во временной области имеют свои соответствия в комплексной области. Не приводя строгих математических доказательств, дадим связь основных математических действий над гармоническими функциями во временной области с соответствующими им действиями в комплексной области над комплексными амплитудами.

Если  $x=X_m\sin(\omega t+\psi_x)$  и  $y=Y_m\sin(\omega t+\psi_y)$ , то им соответствуют комплексные амплитуды  $\dot{X}_m = X_m e^{j\psi_x}$  è  $\dot{Y}_m = Y_m e^{j\psi_y}$ . Соответствующие действия над ними отражены в табл. 2.1.

Соответствие деиствии во	) временнои и комплекснои областях
Действие во временной области	Действие в комплексной области
kx, k - постоянное число	$k\dot{X}_m$
x±y	$\dot{X}_m \pm \dot{Y}_m$
ху	$\dot{X}_{m}\dot{Y}_{m}$
x/y	$\dot{X}_m$ / $\dot{Y}_m$
$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$	$j\omega\dot{X}_m$
$\int x \mathrm{d}t$	$\frac{1}{j\omega}\dot{X}_m = -j\frac{1}{\omega}\dot{X}_m$

Действия над комплексными амплитудами производятся в соответствии с правилами действий над комплексными числами. Таким образом, дифференцирование и интегрирование во временной области в комплексной области заменяются алгебраическими операциями умножения и деления на комплексное число  $i\omega$ .

Таблица 2.1

#### 2.1.3. Комплексное представление элементов электрической цепи

Связь между током и напряжением в элементах электрической цепи определяется соотношениями (2.1)...(2.3). В соответствии с табл. 2.1 можно установить связь между ними на основании правил действий над комплексными амплитудами. Соответствующие формулы сведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Элемент цепи	Временная область	Комплексная область
R	u=Ri	$\dot{U}_{Rm} = R\dot{I}_{Rm}$
	$u_L = L \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$	$\dot{U}_{Lm} = j\omega L\dot{I}_{Lm} = jX_L\dot{I}_{Lm}$
L	ИЛИ	ИЛИ
	$i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt$	$\dot{I}_{Lm} = \frac{1}{j\omega L} \dot{U}_{Lm} = \frac{1}{jX_L} \dot{U}_{Lm}$
C	$i_C = C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$	$\dot{I}_{Cm} = j\omega C \dot{U}_{Cm} = -\frac{1}{jX_C} \dot{U}_{Cm}$
C	ИЛИ	ИЛИ
	$u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$	$\dot{U}_{Cm} = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_{Cm} = -jX_C \dot{I}_{Cm}$

Описание элементов электрической цепи

При переходе в комплексную область элементы электрической цепи заменяются на соответствующие комплексные сопротивления:

 $R \rightarrow \underline{Z}_{R} = R = R e^{j0};$   $L \rightarrow \underline{Z}_{L} = j\omega L = jX_{L} = X_{L} e^{j\frac{\pi}{2}};$   $C \rightarrow \underline{Z}_{C} = \frac{1}{j\omega C} = -jX_{C} = X_{C} e^{-j\frac{\pi}{2}}.$  (2.1)

Тогда соотношения между комплексными амплитудами напряжений и токов на соответствующих элементах принимают формальный вид закона Ома в комплексной области:

$$\dot{U}_{Rm} = \underline{Z}_R \dot{I}_{Rm}; \qquad \dot{U}_{Lm} = \underline{Z}_L \dot{I}_{Lm}; \qquad \dot{U}_{Cm} = \underline{Z}_C \dot{I}_{Cm}.$$
(2.2)

Рассмотрим, каковы фазовые соотношения между током и напряжением на каждом из двухполюсников.

Пусть ток, протекающий по каждому из двухполюсников, имеет вид:  $i=I_m \sin \omega t$ , тогда комплексная амплитуда тока:  $\dot{I}_m = I_m e^{j0}$ . В соответствии с выражениями (2.1) и (2.2) запишем

$$\dot{U}_{Rm} = R \ e^{j0} \dot{I}_{m} = R I_{m} e^{j0} = U_{Rm} e^{j0};$$
  
$$\dot{U}_{Lm} = X_{L} e^{j\frac{\pi}{2}} \dot{I}_{m} = X_{L} I_{m} e^{j\frac{\pi}{2}} = U_{Lm} e^{j\frac{\pi}{2}};$$
(2.3)

46

$$\dot{U}_{Cm} = X_C e^{-j\frac{\pi}{2}} \dot{I}_m = X_C I_m e^{-j\frac{\pi}{2}} = U_{Cm} e^{-j\frac{\pi}{2}}.$$

Векторы тока и напряжений двухполюсников на комплексной плоскости представлены на рис. 2.4.



Рис. 2.4. Векторные диаграммы токов и напряжений двухполюсников: а) для активного сопротивления; б) для индуктивности; с) для емкости

Диаграммы показывают наглядно фазовые соотношения между напряжениями и токами в пассивных двухполюсниках: в активном сопротивлении ток и напряжение совпадают по фазе, в индуктивности ток отстает от напряжения на 90°, а в емкости ток опережает приложенное напряжение на 90°.

Заметим, что при описании двухполюсников можно вместо амплитудных значений токов и напряжений использовать их действующие значения. Все формулы сохраняют свой вид, только вместо амплитудных значений токов и напряжений в них подставляют действующие значения. При проведении лабораторного практикума измеряемые приборами значения токов и напряжений являются действующими значениями, поэтому при использовании формул (2.1)...(2.3) и табл.2.2 следует использовать действующие значения.

#### 2.1.4. Расчет цепей гармонического тока

Как указывалось выше, с использованием символического метода можно существенно упростить расчет цепей гармонического тока. Для иллюстрации сказанного рассмотрим методику расчета цепи с последовательным и параллельным соединением R, L, C и входным гармоническим напряжением  $u=U_m \sin \omega t$ .

1. Последовательное соединение R, L, C (рис. 2,5,а).



Рис. 2.5. Расчетная схема: а) во временной области; б) в комплексной области

Вначале осуществляют переход в комплексную область, изображая исходную схему с заменой всех величин их комплексными изображениями (рис. 2.5,б). Положительные направления тока и напряжений при этом на элементах цепи сохраняют во всех ветвях схемы.

По своему виду схема рис. 2.5,6 напоминает резистивную цепь постоянного тока. Ее расчет можно вести любым известным методом расчета цепей постоянного тока, только с использованием комплексных изображений элементов и комплексных амплитуд напряжений и токов.

Для данной схемы с последовательным соединением элементов вначале найдем входное сопротивление  $\underline{Z}_{\text{вх}}$ , которое равно сумме комплексных сопротивлений цепи

$$\underline{Z}_{\rm BX} = \underline{Z}_{R} + \underline{Z}_{L} + \underline{Z}_{C}.$$

Тогда комплекс тока найдем из очевидного соотношения

$$\dot{I}_m = \frac{U_m}{\underline{Z}_{\text{BX}}},$$

где  $\dot{U}_{m} = U_{m}e^{j0}$  – комплексная амплитуда входного напряжения.

С учетом (2.4) получим

$$\dot{I}_m = \frac{U_m}{R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

Для получения комплекса тока  $\dot{I}_m$  произведем деление, переведя комплексное число в знаменателе в показательную форму,

$$\begin{split} \dot{I}_{m} &= \frac{U_{m}}{R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{U_{m} e^{j0}}{\sqrt{R^{2} + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^{2}} e^{j arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}} = \\ &= \frac{U_{m}}{Z_{\tilde{a}\tilde{o}}} e^{-j arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}} = I_{m} e^{j\varphi}, \end{split}$$

где  $Z_{\hat{a}\tilde{o}} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$  – модуль комплексного входного сопротивления;

$$I_m = \frac{U_m}{Z_{_{BX}}} - -$$
амплитуда тока в цепи,  $\varphi = -\arctan{\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}} - \phi$ аза тока.

Комплекс входного сопротивления

$$\underline{Z}_{\hat{a}\tilde{o}} = Z_{\hat{a}\tilde{o}} e^{j \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}} = Z_{\hat{a}\tilde{o}} \cos \varphi_{Z} + j Z_{\hat{a}\tilde{o}} \sin \varphi_{Z} = R_{\hat{a}\tilde{o}} + j X_{\hat{a}\tilde{o}}, \qquad (2.4)$$

48

где  $\varphi_Z = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = -\varphi; R_{\hat{a}\hat{o}} = Z_{\hat{a}\hat{o}} \cos \varphi_Z, X_{\hat{a}\hat{o}} = Z_{\hat{a}\hat{o}} \sin \varphi_Z - \text{соответственно актив-}$ 

ная и реактивная составляющие входного сопротивления.

Падение напряжения на каждом двухполюснике найдем с использованием выражения (2.3):

$$\dot{U}_{Rm} = Re^{j0}\dot{I}_{m} = Re^{j0}I_{m}e^{j\varphi} = RI_{m}e^{j\varphi} = U_{Rm}e^{j\varphi};$$
  
$$\dot{U}_{Lm} = X_{L}e^{j\frac{\pi}{2}}\dot{I}_{m} = \omega Le^{j\frac{\pi}{2}}I_{m}e^{j\varphi} = \omega LI_{m}e^{j(\varphi + \frac{\pi}{2})} = U_{Lm}e^{j(\varphi + \frac{\pi}{2})};$$
  
$$\dot{U}_{Cm} = X_{C}e^{-j\frac{\pi}{2}}\dot{I}_{m} = \frac{1}{\omega C}e^{-j\frac{\pi}{2}}I_{m}e^{j\varphi} = \frac{1}{\omega C}I_{m}e^{j(\varphi - \frac{\pi}{2})} = U_{Cm}e^{j(\varphi - \frac{\pi}{2})}.$$

Переходя во временную область, найдем ток и падения напряжений на каждом элементе цепи при нулевой фазе входного напряжения  $\dot{U}_m$ :

$$\begin{split} \dot{U}_{m} &= U_{m}e^{j0} & \longrightarrow & u = U_{m}\sin\omega t; \\ \dot{I}_{m} &= I_{m}e^{j\varphi} & \longrightarrow & i = I_{m}\sin(\omega t + \varphi); \\ \dot{U}_{Rm} &= U_{Rm}e^{j\varphi} & \longrightarrow & u_{R} = U_{Rm}\sin(\omega t + \varphi); \\ \dot{U}_{Lm} &= U_{Lm}e^{j(\varphi + \frac{\pi}{2})} & \longrightarrow & u_{L} = U_{Lm}\sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \\ \dot{U}_{Cm} &= U_{Cm}e^{j(\varphi - \frac{\pi}{2})} & \longrightarrow & u_{C} = U_{Cm}\sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right). \end{split}$$

Таким образом, цепь гармонического тока рассчитана без применения операций дифференцирования, а лишь с использованием алгебраических действий в комплексной области.

Изображая на комплексной плоскости вектора, соответствующие комплексам тока и напряжений, наглядно можно оценить фазовые сдвиги (рис. 2.6).



Рис. 2.6. Векторная диаграмма для последовательной цепи: а) фазовые соотношения между векторами; б) сложение векторов напряжений в контуре цепи

Поскольку задача решалась в общем виде, для определенности примем, что напряжение  $\dot{U}_{Cm}$  (соответственно и реактивное сопротивление  $X_C$ ) на емкости

больше напряжения  $\dot{U}_{Lm}$  (и реактивного сопротивления  $X_L$ ) на индуктивности. Поэтому цепь по отношению к источнику носит активно-емкостной характер, и ток по фазе опережает напряжение источника на угол  $\varphi$ .

На векторной диаграмме (рис. 2.6,б) произведено сложение векторов напряжений двухполюсников в соответствии с ЗНК. При этом учитываются принятые в исходной схеме (рис. 2.5) положительные направления тока и напряжений на элементах цепи. Согласно ЗНК алгебраическая сумма падений напряжения в контуре равна нулю:

 $\dot{U}_{Rm} + \dot{U}_{Lm} + \dot{U}_{Cm} - \dot{U}_{m} = 0$ , или  $\dot{U}_{m} = \dot{U}_{Rm} + \dot{U}_{Lm} + \dot{U}_{Cm}$ .

Таким образом, в комплексной форме законы Кирхгофа выполняются при условии учета фазовых сдвигов между напряжениями, которые должны складываться в векторной форме. Уместно отметить, что во временной области законы Кирхгофа выполняются для мгновенных значений:

 $u_R+u_L+u_C-u=0$ , или  $u=u_R+u_L+u_C$ .

2. Параллельное соединение R,L,C (рис. 2.7,а)



Рис. 2.7. Расчетная схема: а) во временной области; б) в комплексной области

Переход в комплексную область осуществляется заменой всех величин их комплексными изображениями (рис. 2.7,б).

Ток в каждом двухполюснике определится по закону Ома:

$$\dot{I}_{Rm} = \frac{U_m}{\underline{Z}_R} = \underline{Y}_R \dot{U}_m; \quad \dot{I}_{Lm} = \frac{U_m}{\underline{Z}_L} = \underline{Y}_L \dot{U}_m; \quad \dot{I}_{Cm} = \frac{U_m}{\underline{Z}_C} = \underline{Y}_C \dot{U}_m, \quad (2.5)$$

где  $\dot{U}_m = U_m e^{j0}$  – комплексная амплитуда входного напряжения;

$$\underline{Y}_{R} = \frac{1}{\underline{Z}_{R}} = \frac{1}{R}e^{j0} = Ge^{j0};$$
  

$$\underline{Y}_{L} = \frac{1}{\underline{Z}_{L}} = \frac{1}{j\omega L} = -j\frac{1}{\omega L} = \frac{1}{\omega L}e^{-j\frac{\pi}{2}} = B_{L}e^{-j\frac{\pi}{2}}$$
  

$$\underline{Y}_{C} = \frac{1}{\underline{Z}_{C}} = \frac{1}{-j/\omega C} = j\omega C = \omega Ce^{j\frac{\pi}{2}} = B_{C}e^{j\frac{\pi}{2}}.$$

Здесь обозначено: <u>Y</u><sub>R</sub>, <u>Y</u><sub>L</sub>, <u>Y</u><sub>C</sub> – комплексные проводимости сопротивления, индуктивности и емкости соответственно;  $G = \frac{1}{R}$  – активная проводимость;  $B_{L} = \frac{1}{\omega L}$  – реактивная проводимость индуктивности;  $B_{C} = \omega C$  – реактивная проводимость емкости.

Ток  $\dot{I}_m$ , потребляемый цепью, на основании ЗТК будет равен сумме токов двухполюсников:

 $\dot{I}_{m} = \dot{I}_{Rm} + \dot{I}_{Lm} + \dot{I}_{Cm} = \underline{Y}_{R}\dot{U}_{m} + \underline{Y}_{L}\dot{U}_{m} + \underline{Y}_{C}\dot{U}_{m} = (\underline{Y}_{R} + \underline{Y}_{L} + \underline{Y}_{C})\dot{U}_{m} = \underline{Y}_{BX}\dot{U}_{m},$ откуда следует, что комплексная входная проводимость цепи  $\underline{Y}_{BX}$  равна сумме комплексных проводимостей параллельно соединенных элементов.

Подставляя в последнее выражение значения комплексных проводимостей, запишем

$$\begin{split} \dot{I}_{m} &= (Ge^{j0} + B_{L}e^{-j\frac{\pi}{2}} + B_{C}e^{j\frac{\pi}{2}})\dot{U}_{m} = \left(R - \frac{j}{\omega L} + j\omega C\right)\dot{U}_{m} = \\ &= \sqrt{R^{2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^{2}}e^{j\operatorname{arctg}\frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{R}}U_{m}e^{j0} = U_{m}Y_{\hat{a}\hat{o}}e^{j\operatorname{arctg}\varphi} = I_{m}e^{j\operatorname{arctg}\varphi}, \end{split}$$
 где  $Y_{\hat{a}\hat{o}} = \sqrt{R^{2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^{2}} -$  модуль комплексной входной проводимости;

 $I_m = U_m Y_{\text{вх}}$  – амплитуда входного тока;  $\varphi = \arctan \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{R}$  – фаза тока.

В соответствии с (2.8) запишем выражения для токов в ветвях:

$$\dot{I}_{Rm} = Ge^{j0}\dot{U}_{m} = Ge^{j0}U_{m}e^{j0} = GU_{m}e^{j0} = I_{Rm}e^{j0};$$
  
$$\dot{I}_{Lm} = B_{L}e^{-j\frac{\pi}{2}}\dot{U}_{m} = B_{L}e^{-j\frac{\pi}{2}}U_{m}e^{j0} = B_{L}U_{m}e^{-j\frac{\pi}{2}} = I_{Lm}e^{-j\frac{\pi}{2}};$$
  
$$\dot{I}_{Cm} = B_{C}e^{j\frac{\pi}{2}}\dot{U}_{m} = B_{C}e^{j\frac{\pi}{2}}U_{m}e^{j0} = B_{C}U_{m}e^{j\frac{\pi}{2}} = I_{Cm}e^{j\frac{\pi}{2}}.$$

Переходя во временную область, найдем токи в ветвях цепи при нулевой фазе входного напряжения  $\dot{U}_m$ :

$$\begin{split} \dot{U}_{m} &= U_{m}e^{j0} & \longrightarrow & u = U_{m}\sin\omega t; \\ \dot{I}_{Rm} &= I_{Rm}e^{j0} & \longrightarrow & i_{R} = I_{Rm}\sin\omega t; \\ \dot{I}_{Lm} &= I_{Lm}e^{-j\frac{\pi}{2}} & \longrightarrow & i_{L} = I_{Lm}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right); \\ \dot{I}_{Cm} &= I_{Cm}e^{j\frac{\pi}{2}} & \longrightarrow & i_{C} = I_{Cm}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right); \\ \dot{I}_{m} &= I_{m}e^{j\operatorname{arctg}\varphi} & \longrightarrow & i = I_{m}\sin(\omega t + \varphi). \end{split}$$

Изображая на комплексной плоскости векторы, соответствующие комплексам входного напряжения и токов в ветвях цепи, наглядно можно оценить фазовые сдвиги (рис. 2.8). Поскольку задача решалась в общем виде, то здесь принято, что ток в емкости  $\dot{I}_{Cm}$  (соответственно и реактивная проводимость  $B_C$ ), больше тока  $\dot{I}_{Lm}$  (и реактивной проводимости  $B_L$ ) в индуктивности. Поэтому цепь по отношению к источнику носит активно-емкостной характер, и ток по фазе опережает напряжение источника на угол  $\varphi$ .



Рис. 2.8. Векторная диаграмма для параллельной цепи: а) фазовые соотношения между векторами; б) сложение векторов токов в ветвях цепи

На векторной диаграмме (рис. 2.8,б) произведено сложение векторов токов двухполюсников в соответствии с ЗТК. При этом учитываются принятые в исходной схеме (рис. 2.7) положительные направления токов в ветвях. Согласно ЗТК алгебраическая сумма токов в узле равна нулю:

 $\dot{I}_{Rm} + \dot{I}_{Lm} + \dot{I}_{Cm} - \dot{I}_{m} = 0,$  или  $\dot{I}_{m} = \dot{I}_{Rm} + \dot{I}_{Lm} + \dot{I}_{Cm}.$ 

Таким образом, в комплексной форме ЗТК выполняется при условии учета фазовых сдвигов между токами, которые должны складываться в векторной форме. Уместно отметить, что во временной области ЗТК выполняется для мгновенных значений:

$$i_R + i_L + i_C - i = 0$$
 или  $i = i_R + i_L + i_C$ .

#### 2.1.5. Мощность в цепи гармонического тока

Мгновенное значение мощности *р* в цепи переменного тока определяется формулой

где *и*,*i* – мгновенные значения напряжения и тока соответственно.

Среднее значение мощности *P* за период *T* переменного тока определяется выражением

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u i \, \mathrm{d}t.$$

Для синусоидальных напряжения и тока  $u=U_m \sin \omega t$  и  $i=I_m \sin (\omega t + \varphi)$  можно записать:

$$p = ui = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin (\omega t + \varphi) =$$

$$= \frac{U_m I_m}{2} \left[ \cos \varphi - \cos (2\omega t + \varphi) \right] =$$

$$= UI \left[ \cos \varphi - \cos (2\omega t + \varphi) \right],$$
(2.6)

где *U*,*I* – действующие значения напряжения и тока.

Среднее значение мощности в цепи гармонического тока

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u t \, dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} U I \Big[ \cos \varphi - \cos \Big( 2\omega t + \varphi \Big) \Big] \, dt = U I \cos \varphi.$$
(2.7)

Данная мощность определяет энергию, подводимую к цепи за определенный промежуток времени, называется активной мощностью и измеряется в ваттах (Вт). Множитель соsф называют коэффициентом мощности.

Прибор, осуществляющий измерение мощности в цепях переменного тока, называется ваттметром. Он измеряет активную мощность в соответствии с выражением (2.7).

Перепишем выражение (2.6) в ином виде:

$$p = UI \cos\varphi - UI(\cos\varphi \cos2\omega t - \sin\varphi \sin2\omega t) =$$
  
=  $UI \cos\varphi(1 - \cos2\omega t) + UI \sin\varphi \sin2\omega t = p_a + p_p.$  (2.8)

Первое слагаемое в (2.8) представляет собой мгновенную активную мощность  $p_a$ , изменяющуюся с двойной частотой от нуля до удвоенного среднего значения. Это мощность, выделяющаяся в активном сопротивлении в виде тепла.

Мощность  $p_p$  является мгновенной реактивной мощностью, изменяющейся с двойной частотой с амплитудой *UI* sin $\varphi$ . Среднее значение мгновенной реактивной мощности  $p_p$ , очевидно, равно нулю.

Реактивная мощность характеризует непрерывный обмен энергией между источником и цепью, содержащей реактивные элементы, где энергия источника преобразуется в энергию магнитного поля индуктивности и электрического поля емкости и затем возвращается обратно в источник. Амплитуда  $UI \sin \varphi$  мгновенной реактивной мощности  $p_p$  обозначается Q, называется реактивной мощностью и измеряется в вольт-амперах (BAp).

Амплитуда мгновенной мощности UI в (2.6) и (2.8) носит название полной или кажущейся мощности, обозначается латинской буквой S и измеряется в вольт-амперах (BA).

Полная мощность через активную и реактивную мощности выражается соотношением  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ . Графически эту связь можно представить в виде прямоугольного треугольника - треугольника мощности, один катет которого численно равен P, другой катет равен Q, а гипотенуза S.

В символической форме комплекс полной мощности  $\dot{S}$  определяется через комплекс напряжения и сопряженный комплекс тока. Так, если напряжение на некотором участке цепи обозначить  $\dot{U} = Ue^{j\varphi_u}$ , а ток  $\dot{I} = Ie^{j\varphi_i}$ , то, умножая комплекс напряжения  $\dot{U}$  на сопряженный комплекс тока  $\tilde{I} = Ie^{-j\varphi_i}$ , получим

$$\dot{U}\tilde{I} = Ue^{j\varphi_u}Ie^{-j\varphi_i} = UIe^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UIe^{j\varphi},$$

где  $\phi = (\phi_u - \phi_i) -$ угол сдвига фаз между напряжением и током.

Тогда

$$\tilde{S} = \dot{U}\tilde{I} = UIe^{j\varphi} = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ = S\cos\varphi + jS\sin\varphi.$$

Связь между полной *S* и активной *P* мощностью дает простой способ опытного определения коэффициента мощности:

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI},\tag{2.9}$$

где *U*, *I* – измеренные приборами действующие значения напряжения и тока, *P* – активная мощность в цепи, измеренная ваттметром.

На щитке любого источника электрической энергии переменного тока (генератора, трансформатора и т.д.) указывается величина *S*. Она характеризует ту мощность, которую этот источник может отдавать потребителю, если потребитель будет работать при  $cos\phi=1$ , т.е. будет представлять чисто активное сопротивление.

Измеренные значения тока I, напряжения U и активной мощности P в цепи позволяют определить параметры самой цепи – полное, активное и реактивное сопротивление (соответственно Z, R, X). Действительно, величина полного сопротивления равна:

Z=U/I;

а в соответствии с (2.6) активное сопротивление  $R = Z \cos \varphi_Z = Z \cos \varphi$ , а реактивное сопротивление  $X = \sqrt{Z^2 - R^2}$ .

#### 2.1.6. Резонанс в цепи гармонического тока

В общем случае двухполюсник в цепи гармонического тока содержит индуктивности, емкости и активные сопротивления. По отношению к внешней цепи такой двухполюсник ведет себя как активно-индуктивная цепь, или активноемкостная, в зависимости от того, какое из реактивных сопротивлений преобладает. Под резонансным режимом работы двухполюсника понимают режим, при котором его входное сопротивление является чисто активным, не смотря на наличие реактивных элементов. Отсюда следует, что условием возникновения режима резонанса является равенство нулю мнимой части входного сопротивления. В этом случае напряжение и ток на входе двухполюсника совпадают по фазе ( $cos \varphi = I$ ), а реактивная мощность двухполюсника равна нулю ( $sin \varphi = 0$ ). При рассмотрении резонанса будем оперировать с комплексами действующих значений напряжений и токов.

Различают резонанс напряжений и резонанс токов.

*Резонанс напряжений* имеет место в цепи с последовательным соединением *R*, *L*, *C* (рис. 2.9,а).

Комплекс входного сопротивления последовательной цепи

$$\underline{Z} = R + j \bigg( \omega L - \frac{1}{\omega C} \bigg).$$

Условием резонанса является равенство нулю мнимой части <u>Z</u>, т.е.

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0,$$

откуда определяем резонансную частоту  $\omega_0$ 

a)

$$\omega_{0} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

$$(2.10)$$

$$\dot{I}_{0}$$

$$\dot{U}_{R0} = \dot{U}$$

$$\dot{U}_{C0}$$

б)

Рис. 2.9. Схема с последовательным соединением элементов: а) схема цепи; б) векторная диаграмма при резонансе напряжений

Таким образом, режим резонанса можно достичь либо изменением частоты напряжения источника  $\omega$ , либо изменением величины индуктивности *L*, либо изменением величины емкости *C*.

При резонансе входное сопротивление цепи <u>Z</u> минимально и равно активному сопротивлению *R*, а ток достигает максимальной величины. Напряжения на реактивных элементах при резонансе  $\dot{U}_{L0}$  и  $\dot{U}_{C0}$  одинаковы по величине и противоположны по фазе, поэтому на векторной диаграмме, изображающей напряжения на элементах (рис. 2.7,б), они компенсируют друг друга, а входное напряжение  $\dot{U}$  равно падению напряжения на активном сопротивлении:  $\dot{U} = \dot{U}_{R0} = R\dot{I}_{0}$ . При этом напряжения на индуктивности и емкости могут быть достаточно велики и превосходить входное напряжение.

Сопротивления реактивных элементов при резонансной частоте называют волновым сопротивлением р

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Отношение напряжения на реактивном сопротивлении при резонансе к приложенному напряжению называется добротностью Q

 $Q = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{\rho I}{RI} = \frac{\rho}{R}.$ 

Обратное отношение называется затуханием цепи d

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho}.$$

Добротность показывает, во сколько раз напряжение на индуктивности или на емкости превышает напряжение на входе схемы при резонансе. В радиотехнических устройствах Q может доходить до 300 и больше.

Поскольку при резонансе цепь ведет себя как чисто активная, энергия, поступающая от источника, покрывает только потери энергии в активном сопротивлении. При этом происходит обмен запасенной энергией между емкостью и индуктивностью без возврата ее в источник.

Входное сопротивление последовательного контура является функцией частоты. Зависимости действительной и мнимой части входного сопротивления от частоты называют частотными характеристиками контура. Они позволяют определить поведение резонансного контура в окрестности резонансной частоты и оценить влияние добротности на его свойства. С частотными характеристиками можно ознакомиться в любом учебнике по ТОЭ или учебном пособии. В настоящем лабораторном практикуме для исследования резонанса используют источник с изменяющейся частотой, при котором резонанс достигается ее изменением. Поэтому рассмотрим, как изменяются входное сопротивление, напряжения на элементах и ток в цепи при изменении частоты.

Входное сопротивление двухполюсника

$$Z = \sqrt{R^{2} + (X_{L} - X_{C})^{2}} = \sqrt{R^{2} + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^{2}}, \qquad (2.11)$$

а действующее значение тока в цепи

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Здесь переменной величиной является частота  $\omega$ . При резонансной частоте  $\omega_0$  входное сопротивление равно минимальному значению (активному сопротивлению  $Z_0=R$ ). Очевидно, что кривая тока *I* будет иметь выраженный максимум в этой же точке (рис. 2.10).

Напряжение на активном сопротивлении  $U_R$  будет иметь максимум при резонансе.

Напряжение на емкости  $U_C$  будет изменяться от величины напряжения источника U при  $\omega=0$ , как на рис. 2.10, через максимум до нуля при  $\omega \rightarrow \infty$ .

Напряжение на индуктивности  $U_L$  будет меняться от нуля при  $\omega=0$  через максимум при резонансе до величины напряжения источника при  $\omega \rightarrow \infty$ .

Форма кривой тока будет зависеть от добротности, т.е. от величины активного сопротивления. При меньшей добротности (Q1 < Q) кривая тока  $I_{Q1}$  (на рис. 2.10 изображена пунктиром) идет более полого, а ток при резонансной частоте меньше, чем при высокой добротности. Таким образом, чем больше добротность контура, тем более острой (пикообразной) становится зависимость кривой тока от частоты.



Рис. 2.10. Резонансные кривые последовательного контура

*Резонанс токов* имеет место в цепи с параллельным соединением *R*, *L*, *C* (рис. 2.11,а).



Рис. 2.11. Схема с параллельным соединением элементов: а) схема цепи; б) векторная диаграмма при резонансе токов

Комплекс входной проводимости  $\underline{Y} = G + j(B_C - B_L) = \frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$ . Услови-

ем резонанса является равенство нулю мнимой части  $\underline{Y}$ , т.е.

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0,$$

откуда определяем резонансную частоту ω<sub>0</sub>

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Таким образом, режим резонанса можно достичь либо изменением частоты напряжения источника  $\omega$ , либо изменением величины индуктивности *L*, либо изменением величины емкости *C*.

При резонансе входная проводимость цепи минимальна и равна активной проводимости *G*, а ток *I* достигает минимального значения. Токи в реактивных элементах при резонансе  $\dot{I}_{L0}$  и  $\dot{I}_{C0}$  одинаковы по величине и противоположны по фазе, поэтому на векторной диаграмме, изображающей токи в элементах (рис. 2.11,б), они компенсируют друг друга, а входной ток  $\dot{I}_0$  равен току в активной проводимости  $\dot{I}_0 = \dot{I}_{G0} = G\dot{U}$ . При этом токи в реактивных элементах могут превосходить ток в неразветвленной части цепи.

Проводимости реактивных элементов при резонансной частоте называют волновой проводимостью у

$$\gamma = \omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} = \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1}{\rho}.$$

Отношение активной проводимости к волновой называется затуханием цепи  $d=g/\gamma$ . Затухание цепи с параллельным соединением равно также отношению тока  $I_0$  в неразветвленной части цепи к току в индуктивности или емкости:

$$d = \frac{I_0}{I_{L0}} = \frac{I_0}{I_{C0}}.$$

Чем меньше затухание контура, тем больше ток при резонансе в реактивных элементах по сравнению с током в неразветвленной цепи (входным током).

Резонансная кривая тока в параллельном контуре приведена на рис. 2.12. Такой же вид кривая тока имеет и в случае изменения величины емкости или индуктивности при неизменной частоте.

При резонансе токов также происходит обмен энергией между индуктивностью и емкостью, а энергия от источника покрывает только потери энергии в активном сопротивлении цепи. Электрические колебания в параллельных ветвях, обусловленные колебаниями энергии, могут быть очень интенсивными, а токи в реактивных элементах очень большими при относительно небольшом токе сети.



Рис. 2.12. Резонансная кривая тока

Для определения резонансной частоты при смешанном соединении элементов *R*, *L*, *C* необходимо найти комплекс входного сопротивления цепи и приравнять нулю его мнимую часть. Если в результате вычислений получается комплексное значение резонансной частоты, то резонанс при таком сочетании параметров невозможен.

#### 2.1.7. Нелинейная индуктивность в цепи синусоидального напряжения

Важным элементом конструкции различных электрических машин и аппаратов, устройств электроавтоматики является катушка индуктивности [1]. При протекании тока по виткам катушки создается магнитное поле, интенсивность которого характеризуется магнитной индукцией *B* и магнитным потоком  $\Phi$ , который пропорционален магнитодвижущей (намагничивающей) силе  $F = I \omega$ , равной произведению тока *I* катушки на число ее витков  $\omega$ . Зависимость  $\Phi(I)$  при отсутствию ферромагнитного магнитопровода (сердечника) является линейной.

При наличии сердечника магнитный поток, создаваемый такой катушкой при прочих равных условиях, значительно возрастает, так как в этом случае магнитный поток создается не только проводниками с током (источником внешнего магнитного поля), но и соответствующим ферромагнитным веществом магнито-провода (источником внутреннего магнитного поля).

Магнитная индукция *B* катушки индуктивности связана с напряженностью *H* магнитного поля и магнитной проницаемостью  $\mu$  известным соотношением  $B = \mu H$ , магнитный поток  $\Phi = BS = \mu HS$ , где *S* - поперечное сечение магнитопровода катушки.

Отсюда следует, что магнитный поток пропорционален магнитной проницаемости среды  $\mu$ , которая для ферромагнитных материалов значительно больше, чем магнитная проницаемость других материалов. Поэтому для уменьшения магнитодвижущей силы F и намагничивающего тока, необходимого для создания требуемого магнитного потока, катушки индуктивности снабжаются магнитопроводом (сердечником) из ферромагнитного материала, выполненного чаще всего из электротехнической стали.

Так как зависимость магнитной проницаемости ферромагнитных материалов  $\mu(H)$  является нелинейной (рис. 2.13), то и зависимость  $\Phi(H)$  или B(H) при наличии магнитопровода оказывается тоже нелинейной.



Рис. 2.13. Кривая намагничивания и магнитная проницаемость ферромагнитных материалов

Зависимость B(H) - кривая намагничивания- является одной из важнейших характеристик ферромагнитных материалов (рис. 2.14). Кривая, проходящая через

начало координат, является основной кривой намагничивания. Она снимается при одностороннем намагничивании предварительно не намагниченного материала.

При питании катушки переменным током ферромагнитный магнитопровод из-за переменного магнитного потока циклически, с частотой тока перемагничивается по кривой гистерезиса, обусловленной наличием остаточной магнотной индукции  $B_O$  и коэрцитивной силы  $H_C$  (рис. 2.14). За несколько полупериодов переменного тока в процессе циклического перемагничивания устанавливается замкнутая симметричная петля гистерезиса.



Рис. 2.14. Петля гистерезиса ферромагнитного материала

На циклическое перемагничивание магнитопровода затрачивается мощность, выделяемая в виде теплоты, которая относится к потерям мощности в магнитопроводе. Потери мощности в магнитопроводе (потери мощности в стали)  $P_{CT}$ включают в себя потери на гистерезис  $P_{\Gamma}$  и потери от вихревых токов  $P_{BT}$ , наводимых переменным магнитным потоком в металле магнитопровода:  $P_{CT} = P_{\Gamma} + P_{BT}$ .

Для уменьшения потерь мощности на гистерезис в качестве материала для магнитопровода используют ферромагнитные материалы с узкой петлей гистерезиса. Уменьшение потерь мощности на вихревые токи достигается применением для магнитопровода металлов с большим удельным электрическим сопротивлением за счет повышенного содержания кремния в металле. При этом магнитопровод собирается из тонких электрически изолированных друг от друга пластин, что способствует уменьшению наводимых в каждой пластине вихревых токов и снижению потерь мощности от этих токов. При питании синусоидальным напряжением ток в катушке с ферромагнитным сердечником является несинусоидальным во времени.

На рис. 2.15 показано построение кривой тока в катушке с ферромагнитным сердечником с учетом магнитного гистерезиса.

Из рисунка видно, что начальные фазы магнитного потока и тока не совпадают (угол сдвига  $\delta$ ). В связи с этим первая гармоника тока (или эквивалентный ток) отстает от приложенного напряжения на угол  $\varphi < 90^{\circ}$ . Наличие сдвига по фазе между напряжением и током меньшего, чем 90° указывает на то, что активная мощность в цепи не равна нулю, даже если активное сопротивление обмотки катушки равно нулю. Поэтому ток катушки из-за потерь на гистерезис имеет активную составляющую  $I_{A}$  а средняя мощность за период не равна нулю. Эта активная мощность характеризует расход энергии на перемагничивание ферромагнитного сердечника.



Рис. 2.15. Кривые потока и тока в катушке с ферромагнитным сердечником

При наличии несинусоидальных токов для упрощения расчетов обычно переходят к эквивалентному синусоидальному току  $I_{ЭК}$  имеющему одинаковое с соответствующим несинусоидальным током действующее значение при одинаковой частоте и развивающему одинаковую с ним активную мощность при одинаковом значении коэффициента мощности

$$I = \sqrt{1/(T\int_{0}^{\tau} i^{2})dt} = I_{\Im K} = I_{m\Im K} / \sqrt{2}$$
$$\cos \varphi = P / UI - \cos \varphi_{\hat{Y}\hat{E}} = P / UI_{\hat{Y}}$$

Полное сопротивление катушки индуктивности с магнитопроводом при расчетах находят по закону Ома

$$Z_{\Im K} = U / I$$

Эквивалентное активное сопротивление катушки определяют при этом по значению активной мощности P, потребляемой катушкой из питающей сети, и ее току или по значению потерь мощности в сердечнике  $P_{CT}$  и активному сопротивлению R проводов катушки:

$$R_{\mathcal{H}} = P / I^2 = P_{CT} / I^2 + R$$

Эквивалентное индуктивное сопротивление катушки:

$$X_{\hat{Y}\hat{E}} = \sqrt{Z_{\hat{Y}\hat{E}}^2 - R_{\hat{Y}\hat{E}}^2}$$

При этом индуктивность катушки  $L = X_{\acute{r}\acute{e}} / \omega = X / 2\pi f$ 

При увеличении амплитуды напряжения на катушке индуктивности с ферромагнитным сердечником амплитуда и действующее значение тока в ней будут возрастать быстрее. В результате вольтамперная характеристика катушки с ферромагнитным сердечником оказывается нелинейной (рис. 2.16). По форме она повторяет кривую намагничивания сердечника B(H).

В цепях, содержащих катушку с ферромагнитным сердечником и конденсатор, резонансные явления, связанные с нелинейным характером индуктивности, называются феррорезонансом. В отличие от линейной цепи феррорезонанс может наступить в такой цепи при изменении тока в цепи или приложенного напряжения без какой либо регулировки катушки или конденсатора. На рис. 2.17 показана вольтамперная характеристика последовательной цепи, в которой возможен феррорезонанс напряжений.



Рис. 2.16. ВАХ катушки с ферромагнитным сердечником



Рис. 2.17. Вольтамперная характеристика последовательной цепи

Вольтамперная характеристика емкости (2) пересекает вольтамперную характеристику катушки (1). Точка пересечения A является точкой резонанса. B этой точке  $U_L$  и  $U_C$  одинаковы, а их разность равна нулю. При непрерывном увеличении напряжения источника ток плавно растет до  $I_2$ , затем скачком увеличивается до  $I_4$  и далее плавно растет. При уменьшении напряжения ток плавно уменьшается до  $I_3$ , затем скачком до  $I_1$  и снова плавно падает. Скачкообразное изменение тока сопровождается изменением на 180° фазы тока по отношению к напряжению (опрокидывание фазы). Явление резкого изменения тока в цепи при незначительных изменениях напряжения на входе цепи иногда называют триггерным эффектом в последовательной феррорезонансной цепи. Он имеет место при малых значениях активного сопротивления цепи. Явление феррорезонанса находит применение при построении параметрических стабилизаторов напряжения.

#### 2.1.8. Однофазный трансформатор

Трансформатор - статический электромагнитный аппарат, преобразующий параметры электрической энергии переменного тока и передающий эту энергию из одной цепи в другую. С помощью трансформатора можно преобразовывать

основные параметры электрической энергии переменного тока (ток и напряжение). Электрическая мощность при этом остается почти неизменной. В зависимости от соотношения номинальных напряжений у трансформатора различают обмотку высшего напряжения и обмотку низшего напряжения.

Коэффициент трансформации по напряжению показывает, как соотносится число витков  $w_1$  первичной обмотки к числу витков  $w_2$  вторичной обмотки, а также ЭДС, индуктируемые в обмотках:

$$K_{12} = w_1 / w_2 = E_1 / E_2$$

Коэффициент трансформации можно определить с достаточной точностью, измерив при холостом ходе трансформатора (вторичная обмотка разомкнута), напряжения на зажимах первичной и вторичной обмоток.

Подключение потребителей электрической энергии к трансформатору позволяет передавать им энергию, повышая или понижая напряжение. В данной работе исследуется однофазный понижающий трансформатор, который одновременно в таком же соотношении увеличивает силу тока.

$$K_{12} = w_1 / w_2 \approx U_1 / U_2 \approx I_2 / I_1$$

Так как первичная и вторичная обмотки трансформатора электрически не соединены, электрическая мощность из первичной обмотки во вторичную обмотку передается при помощи магнитного потока, замыкающегося по магнитопроводу (сердечнику) трансформатора.

При работе трансформатора часть подведенной мощности идет на компенсацию потерь в трансформаторе. Различают потери в стали сердечника (обозначают  $P_C$ ), обусловленные гистерезисом и вихревыми токами и потери в меди обмоток (обозначают  $P_M$ ), обусловленные их нагреванием. Первые зависят от приложенного напряжения и в нормальном эксплуатационном режиме постоянны. Их называют потерями холостого хода, так как определяют из опыта в режиме холостого хода.

Мощность, потребляемая трансформатором, больше мощности, отдаваемой трансформатором потребителю, на величину потерь в самом трансформаторе. Потери мощности в обмотках и сердечнике трансформатора невелики. Полная номинальная мощность трансформатора обычно определяется как:

$$S_H = U_H I_H,$$

где  $U_H$  - номинальное напряжение на вторичной обмотке трансформатора;

 $I_H$  - номинальный ток вторичной обмотки трансформатора.

С увеличением нагрузки от холостого хода до номинальной напряжение на зажимах вторичной обмотки понижается из-за увеличения падения напряжения на внутреннем сопротивлении трансформатора. При этом ток нагрузки увеличивается, как и ток, потребляемый трансформатором из сети, а общий магнитный поток в сердечнике трансформатора остается практически постоянным. Зависимость величины вторичного напряжения  $U_2$  от тока нагрузки  $I_2$  при неизменном первичном напряжении  $U_1$  и частоте называется внешней характеристикой (рис. 2.18). Наклон внешней характеристики зависит от коэффициента мощности потребителя (характера потребителя).



Рис. 2.18. Нагрузочные характеристики трансформатора

КПД трансформатора при различных токах нагрузки определяется из формулы:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_C + P_M} = 1 - \frac{P_C + P_M}{P_2 + P_C + P_M},$$
(2.12)

где  $P_C$ - потери в стали, которые экспериментально определяются из опыта холостого хода при номинальном напряжении  $U_1; P_M$  - потери в меди;  $P_L = U_L \cos C$ , подержение стальности прособлеми и посто и посто

 $P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi$  - полезная мощность трансформатора при токе  $I_2$ .

Кривая зависимости  $\eta$  от тока нагрузки  $I_2$  показана на рис. 2.19.



Рис. 2.19. Кривая зависимости КПД трансформатора

Максимум  $\eta$  получается при том токе  $I_2$ , при котором  $P_M = P_C$ , в чем нетрудно убедиться, исследовав формулу (2.12) на максимум.

Работа трансформатора описывается также рабочими характеристиками [1], к которым относятся зависимости  $I_1$ ,  $U_2$ ,  $cos\varphi_1$ ,  $\eta = f(P_2)$  при  $U_{IH} = const$ ,  $cos\varphi_2 = const$ , где  $P_2 = U_2I_2cos\varphi_2$  - активная мощность трансформатора, отдаваемая нагрузке. Рабочие характеристики снимаются для выбора оптимальной зоны работы трансформатора.

2.2. Лабораторные работы по электрическим цепям переменного тока

# Лабораторная работа № 5

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### 1. Цель работы

Приобретение навыков определения параметров реальных устройств в цепях переменного тока с использованием закона Ома по результатам измерения напряжения, тока и угла сдвига фаз  $\varphi$  между ними.

Наименование	Количество
Функциональный генератор (ФГ)	1
Измеритель мощности (ИМ)	1
Мультиметр V	1
Конденсатор С=22 мкФ	1
Дроссель линейный $L=0.28$ Гн	1
Резистор $R = 67$ Ом	1

#### Перечень источников, приборов и минимодулей

#### 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (функциональный генератор ФГ, измеритель мощности ИМ, комплект минимодулей, наборное поле).

2.2. Собрать электрическую цепь с последовательным соединением измерителя мощности ИМ, мультиметра V, резистора R, конденсатора C и дросселя L (рис.1).



Рис.1. Схема опытного определения параметров цепи

Величины тока I, фазового сдвига  $\varphi$  тока относительно напряжения U, активной P и реактивной Q мощности отображаются на дисплее измерителя мощности. Мультиметр измеряет переменное напряжение на пределе 20 В.

2.3. Для исследования дросселя *L* присоединить параллельно резистору и конденсатору соответственно перемычки *П1* и *П2*, тем самым исключив резистор и конденсатор из цепи. Предъявить схему для проверки преподавателю.

2.4. Включить электропитание стенда, функциональный генератор и измеритель мощности. Установить и поддерживать на функциональном генераторе частоту f=50 Гц и заданное преподавателем напряжение U. Величину напряжения контролировать по показаниям мультиметра. Произвести измерения указанных в табл.1 величин в цепи с дросселем. Результаты измерений занести в табл.1. Выключить функциональный генератор.

2.5. Снять перемычку *П2* с конденсатора и перенести её на дроссель. Включить функциональный генератор. Установить на нем прежние частоту и напряжение. Произвести измерения указанных в табл.1 величин в цепи с конденсатором. Результаты измерений занести в табл.1. Выключить функциональный генератор.

2.6. Снять перемычку  $\Pi l$  с резистора и перенести её на конденсатор C. Включить функциональный генератор. Установить на нем прежние частоту и напряжение. Произвести измерения указанных в табл.1 величин в цепи с резистором. Результаты измерений занести в табл.1. Выключить функциональный генератор.

Таблица 1

Элемент	Р	езульт	аты	измере	ний	Результаты расчёта				
	<i>U</i> ,	Ι,	P	Q	$\varphi$	Ζ,	<i>R</i> ,	Х,	<i>L</i> ,	С,
	В	мА	Вт	Bap	град	Ом	Ом	Ом	Гн	мкΦ
Дроссель										
Конденсатор										
Резистор										

Определение параметров элементов при частоте f=50 Гц

#### 3. Расчеты и построения

3.1. По результатам измерений рассчитать, используя краткие теоретические сведения в главе 1, полное сопротивление Z каждого элемента. Рассчитать его активную составляющие R и реактивную составляющую X двумя способами – используя измеренные мощности P и Q, или измеренный угол фазового сдвига  $\varphi$ . В случае расхождения результата расчёта разными методами определить для дальнейших расчётов среднее значение параметра. Рассчитать индуктивность L, ёмкость C, сопротивление R. Результаты расчёта занести в табл.1.

3.2. Записать полные сопротивления в комплексном виде - как в алгебраической, так и в показательной форме.

3.3. Построить векторные диаграммы тока и напряжения для резистора, дросселя и конденсатора. Выбрать удобный масштаб для векторов напряжения и тока. Указать выбранные масштабы на векторных диаграммах.

3.4. Построить временные диаграммы напряжения и тока для каждого элемента с учётом фазового сдвига тока относительно напряжения.

### 4. Содержание отчета

4.1. Титульный лист.

4.2. Наименование и цель работы.

4.3. Электрическая схема опытов.

4.4. Таблица с результатами опытов и вычислений.

4.5. Расчетные соотношения, численные расчёты, запись сопротивлений в комплексной форме.

4.6. Векторные диаграммы для резистора, дросселя и конденсатора.

4.7. Временные диаграммы элементов.

4.8. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

# 5. Контрольные вопросы

5.1. Какие величины характеризуют синусоидальные токи и напряжения?

5.2. Каков физический смысл понятий Ампер, Вольт, Ом?

5.3. Что такое сдвиг по фазе между напряжением и током, чем он обусловлен у индуктивности и емкости; почему он отсутствует у сопротивления?

5.4. В чем смысл и преимущество замены синусоидальных функций комплексными числами и соответствующими векторами на комплексной плоскости?

5.5. Как аналитически выражаются векторы на комплексной плоскости с помощью комплексных чисел в показательной и алгебраической форме?

5.6. Что такое «активное сопротивление», «реактивное индуктивное сопротивление», «реактивное емкостное сопротивление»? Как они обозначаются и вычисляются?

5.7. Как формулируется закон Ома для каждого элемента в вещественной и комплексной форме?

5.8. Как экспериментально определить величины сопротивлений резистора и конденсатора?

5.9. В чём особенность экспериментального определения полного сопротивления дросселя и его составляющих?

5.10. Объясните физический смысл понятий «активная» и «реактивная» мощность каждого элемента; проиллюстрируйте данными из табл.1.

5.11. Какая взаимосвязь между величинами полной, активной и реактивной мощностями?

5.12. Что такое «коэффициент мощности», и какие свойства цепи он определяет?

#### Лабораторная работа № 6.

#### ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ

#### 1. Цель работы

Приобретение навыков сборки простых электрических цепей и измерения напряжений на отдельных участках цепи. Изучение свойств цепей при последовательном соединении активных и реактивных элементов. Знакомство с явлением резонанса напряжений, построение векторных диаграмм.

Наименование	Количество
Функциональный генератор (ФГ)	1
Измеритель мощности (ИМ)	1
Мультиметры V1, V2	2
Конденсатор С=22 мкФ	2
Дроссель линейный $L = 0,28$ Гн; $R_L = 15$ Ом	1
Резистор <i>R</i> =22 Ом	1

TT		~			<b>U</b>
Перечень	источников.	приборо	RИ	МИНИМОЛУЛС	ы
II CPC ICHD	mere minter	mpmoopo			

#### 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (функциональный генератор ФГ, измеритель мощности ИМ, мультиметры, комплект минимодулей, наборное поле).

2.2. Собрать электрическую цепь с последовательным соединением элементов R, L и C (рис.1), где C представляет собой два параллельно включенных конденсатора емкостью 22 мкФ. Подключить собранную цепь к выходу измерителя мощности. Для измерения напряжений использовать мультиметры *в режиме переменного напряжения на пределе 20 В*. Мультиметр V1 включить на выходе измерителя мощности, мультиметром V2 измерять поочередно напряжения на R, L и C. Предъявить схему для проверки преподавателю.

2.3. Включить электропитание стенда и  $\Phi\Gamma$ . Установить и поддерживать неизменным заданное преподавателем входное напряжение *U*. Величину напряжения контролировать по показаниям мультиметра *V1*. Изменить частоту  $f \Phi\Gamma$  так, чтобы установился режим резонанса. Признаком резонанса является равенство нулю угла  $\phi$ , отображаемого на дисплее ИМ. Занести в выделенную строку табл.1 данные измерений в этом режиме величин, указанных в таблице. Далее изменять ступенями частоту входного напряжения вниз от резонансной частоты до 25 Гц и вверх до 65 Гц. На каждой ступени измерить и записать все указанные в табл.1 величины. Выключить ФГ.



Рис.1. Схема для исследования цепи с последовательным соединением элементов

Таблица 1

Харак	теристи	іки посл	едовате.	льного к	онтура

	f	U	Ι	$U_R$	$U_L$	$U_C$	Р	Q	$\varphi$	
Гц		В	мА	В	В	В	Вт	BAp	град	
f	25									
$J \leq J_0$										
$f=f_0$										
$f > f_0$										
	65									

#### 3. Расчеты и построения

3.1. По данным табл.1, используя величины тока и напряжений элементов цепи, построить для каждого элемента векторные диаграммы при резонансной частоте  $f_O$ , а также при одной из частот ниже и выше резонансной.

Для векторов напряжения выбрать единый удобный для построения масштаб. Для тока масштаб может быть произвольным. Указать выбранный масштаб напряжения. Для векторов напряжений  $U_L$  и  $U_C$  учесть фазовые сдвиги относительно тока, которые были измерены в ЛР № 5.

3.2. Для проверки правильности построения векторных диаграмм сравнить полученные величины входного напряжения *U* и угла *ц* с данными опыта.

3.3. Построить кривые зависимости тока I, напряжений  $U_L$  и  $U_C$ , угла  $\varphi$  от частоты f.

4. Содержание отчета

4.1. Титульный лист.

4.2. Наименование работы и цель работы.

4.3. Электрическая схема опытов.

4.4. Таблица с результатами опытов.

4.5. Векторные диаграммы для резонансной частоты  $f_{O,}$ , так и для частот  $f \leq f_O$  и  $f \geq f_{O.}$ 

4.6. Кривые зависимости тока, напряжений на элементах, угла ф от частоты.

4.7. Временная диаграмма тока и напряжений для одной (любой) векторной диаграммы.

4.8. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

### 5. Контрольные вопросы

5.1. Почему в последовательных схемах измеренное входное напряжение не равно алгебраической сумме *измеренных* напряжений на активном и реактивном элементах? Неверен ЗНК?

5.2. Из каких элементов должна состоять любая схема, чтобы для *измерен*ных гармонических напряжений законы Кирхгофа были справедливы, и почему?

5.3. Какова точная формулировка законов Кирхгофа, которая позволяет применять её при любых напряжениях?

5.4. Какова формулировка законов Кирхгофа, позволяющая применять её для *измеренных* гармонических напряжений?

5.5. Как вычислить модуль полного сопротивления катушки, если известны её активное сопротивление, индуктивность и частота сети?

5.6. Как вычислить полное комплексное сопротивление цепи с последовательным соединением резистора, реальной катушки и конденсатора?

5.7. От чего зависит угол сдвига фаз между переменным напряжением и током на участке электрической цепи, который состоит из двух разнородных элементов? Приведите примеры.

5.8. Что такое реактивная мощность цепи, и каков её физический смысл?

5.9. Почему реактивная мощность на входе цепи при резонансе равна нулю?

5.10. Почему резонанс при высокой добротности цепи опасен? Рассчитайте добротность цепи при волновом сопротивлении  $\rho$ =200 Ом и *R*=10 Ом и определите величину напряжения на реактивных элементах при входном напряжении 220 В.

5.11. Поясните временную диаграмму напряжений и тока, соответствующую любой векторной диаграмме, построенной выше.

5.12. Объясните вид кривых частотных характеристик последовательной цепи.

# ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ

# 1. Цель работы

Ознакомиться с особенностями режимов работы цепи с параллельным соединения активно-реактивных элементов, явлением резонанса токов, методом повышения коэффициента мощности (соsф), применением первого закона Кирхгофа в цепях переменного тока.

Наименование	Количество
Функциональный генератор (ФГ)	1
Измеритель мощности (ИМ)	1
Амперметр переменного тока $A1, R_A = 15$ Ом	1
Мультиметры V и А2	2
Конденсатор С=22 мкФ	2
Дроссель линейный <i>L</i> = 0.28 Гн; <i>R<sub>L</sub></i> =15 Ом	1
Тумблеры <i>T1</i> , <i>T2</i>	2

#### Перечень источников, приборов и минимодулей

# 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (функциональный генератор ФГ, измеритель мощности ИМ, мультиметры, комплект минимодулей, наборное поле).

2.2. Собрать электрическую цепь с параллельным соединением ветви с индуктивным потребителем (дросселем L) и ветви с двумя конденсаторами C, включёнными параллельно (рис.1). Последовательно с элементами L и C включить соответственно тумблеры T1 и T2, амперметр переменного тока A1 и мультиметр A2на пределе 200 мА переменного тока. Схему предъявить для проверки преподавателю.

2.3. Включить электропитание стенда, функциональный генератор и измеритель мощности. Установить и поддерживать в пределах 5-6 В неизменным заданное преподавателем напряжение.

2.4. Замкнуть оба тумблера T1 и T2. Изменением частоты f установить режим резонанса, признаком которого является равенство нулю угла сдвига фаз  $\varphi$ . Занести в выделенную строку табл.1 данные измерений в этом режиме величин, указанных в таблице.

Далее изменять ступенями частоту входного напряжения вниз от резонансной частоты до 25 Гц и вверх до 65 Гц. На каждой ступени измерить и записать все указанные в табл.1 величины.

2.5. Установить резонансную частоту. Разомкнуть *T2* и записать данные измерений в табл.1. Затем замкнуть *T2* и разомкнуть *T1*. Занести данные измерений в табл.1.



Рис.1. Схема для исследования параллельной цепи.

Таблица 1

№ опыта	f		U	Ι	$I_L$	$I_C$	Р	Q	<i>φ</i> Поло тумб		кение 1еров
	Гц		В	мА	мА	мА	Вт	BAp	град.	T1	T2
1	$f < f_0$	25								вкл. 	вкл. С
	$f=f_{\theta}$	$f=f_{\theta}$									
	$f > f_0$	65									
2	$-f=f_0$									вкл. <i>L</i>	выкл.
3										выкл.	вкл. С

#### Характеристики параллельного контура

#### 3. Расчеты и построения

3.1. Рассчитать модули сопротивлений ветвей  $Z_L$  и  $Z_C$ . Рассчитать реактивные составляющие сопротивлений  $X_L$  дросселя и  $X_C$  конденсатора, а также активные составляющие  $R_L$  и  $R_C$  по данным двух последних строк табл.1. Для расчёта использовать величину угла  $\varphi$  из этих строк. Рассчитать активные и реактивные мощности ветвей.

3.2. По данным табл.1 для строк с частотой  $f=f_0$  (опыт №1 и №2), используя величины входного напряжения и токов ветвей цепи, построить две векторные диаграммы. Одну для цепи с дросселем (только активно-индуктивная нагрузка — опыт №2), другую для параллельной *LC*-цепи (опыт №1). Для обоих случаев оп-
ределить коэффициенты мощности, величины активных и реактивных мощностей.

Для вектора тока выбрать единый удобный для построения масштаб, для напряжения масштаб может быть произвольным. Указать выбранный масштаб тока. Учесть фазовый сдвиг векторов тока относительно вектора напряжения. Проверить правильность построения векторных диаграмм, сравнив полученные величины входного тока I и угла  $\varphi$  с данными опыта.

3.3. Построить временную диаграмму напряжения и токов, соответствующую любой из векторных диаграмм, построенных выше.

3.4. Построить частотную характеристику входного тока I=F(f).

## 4. Содержание отчета

- 4.1. Титульный лист.
- 4.2. Наименование и цель работы.
- 4.3. Электрическая схема опытов.
- 4.4. Таблица с результатами опытов.
- 4.5. Расчёты параметров.
- 4.6. Векторные диаграммы по данным опытов.
- 4.7. Временная диаграмма токов и напряжений для данных любой из строк.
- 4.8. Частотная характеристика входного тока I = F(f).
- 4.9. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.
- 5. Контрольные вопросы
- 5.1. Какими способами можно добиться резонанса в параллельном контуре?

5.2. Почему в параллельных схемах измеренный входной ток не равен алгебраической сумме токов в активном и реактивном элементах? Неверен 3ТК?

5.3. Из каких элементов должна состоять цепь, чтобы для *измеренных* токов ЗТК был справедлив, и почему?

5.4. Какова точная формулировка законов Кирхгофа, которая позволяет применять её при любых токах?

5.5. Почему при резонансе ток реальной катушки не равен току конденсатора? Пояснить с помощью векторной диаграммы, какие величины должны быть одинаковыми?

5.6. Как и с какой целью используются свойства параллельного контура для повышения коэффициента мощности (соsф) цепей с активно-индуктивной нагрузкой? Поясните данными опыта.

5.7. При наличии каких элементов в цепи возможен резонанс?

# ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ФЕРРОРЕЗОНАНСА

# 1. Цель работы

Экспериментальное исследование вольтамперных характеристик катушки индуктивности (дросселя) с ферромагнитным сердечником, нелинейного конденсатора и цепи с их последовательным соединением. Ознакомление с формой кривых тока в катушке и конденсаторе. Изучение явления феррорезонанса.

	ппппподулен
Наименование	Количество
Функциональный генератор (ФГ)	1
Измеритель мощности (ИМ)	1
Мультиметр V	1
Осциллограф	1
Дроссель с сердечником $L=0.02$ Гн, $R_L=2$ Ом	1
Конденсатор переключаемый С	1
Резистор <i>R</i> =1 Ом	1

### Перечень источников, приборов и минимодулей

## 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (функциональный генератор ФГ, измеритель мощности ИМ, мультиметр, осциллограф, комплект минимодулей, наборное поле).

2.2. Для снятия вольтамперной характеристики (ВАХ) дросселя собрать электрическую цепь (рис.1). Включить закорачивающую перемычку в положение  $\Pi l$ , исключив тем самым конденсатор из схемы. Для измерения тока и активной мощности использовать ИМ, напряжение измерять мультиметром V. В качестве регулируемого источника синусоидального напряжения использовать  $\Phi\Gamma$  на частоте 50 Гц. Подключить параллельно низкоомному резистору R выводы осциллографа. Представить схему для проверки преподавателю.

2.3. Установить ручку регулятора «Амплитуда» ФГ в крайнее левое положение. Включить ФГ и ИМ. Плавно увеличивая от нуля напряжение потенциометром так, чтобы фиксировать показания приборов через каждые 20 мА до 200 мА. Данные измерения тока, напряжения и мощности занести в табл.1. При проведении измерений наблюдать с помощью осциллографа форму кривой тока в цепи. Записать в файл (или скопировать с экрана осциллографа) вид кривой тока. Выключить ФГ.



Рис. 1. Схема для исследования явления феррорезонанса

Таблица 1

# **Данные снятия ВАХ** дросселя при $R_L$ — Ом

Опыт	<i>I</i> , мА				
	$U_L$ , B				
	<i>Р</i> , Вт				
Расчет	$P_{R}$ . Вт				
	$P_C$ .BT				

2.4. Перенести перемычку с конденсатора на дроссель в положение *П*2. Переключить конденсатор в положение «8», а ручку регулятора «Амплитуда» ФГ в крайнее левое положение. Представить схему для проверки преподавателю. Включить ФГ. Снять ВАХ конденсатора. Данные измерений занести в табл.2. Выключить ФГ.

## Данные снятия ВАХ конденсатора

Таблица 2

<i>I</i> , мА					
<i>U</i> <sub><i>C</i></sub> , B					

2.5. Убрать перемычку. Поставить ручку регулятора «Амплитуда» ФГ в крайнее левое положение. Представить схему для проверки преподавателю.

Включить ФГ. Осторожно увеличивая входное напряжение, снимать ВАХ до скачка тока. Зафиксировать величину напряжения и тока в начале и в конце скачка. Продолжать снимать ВАХ, изменяя напряжение до максимального значения. Данные опыта занести в табл.3. Выключить ФГ.

Таблица 3

# Данные снятия ВАХ при феррорезонансе

<i>I</i> , мА					
U, B					

# 3. Расчеты и построения

3.1. Построить ВАХ дросселя и конденсатора по данным табл.1 и табл.2 соответственно. Построить характеристику зависимости *U* от *I* при исследовании явления феррорезонанса по данным табл.3 на том же графике.

Построить векторную диаграмму для резонансной точки характеристики. Активными сопротивлениями пренебречь.

Используя построенные графики ВАХ дросселя и конденсатора построить путём сложения ординат этих кривых результирующую кривую зависимости напряжения от тока. При построении учесть взаимный фазовый сдвиг  $U_L$  и  $U_C$ . Сравнить построенную кривую с опытной кривой.

3.2. Построить по данным табл.1 график зависимости мощности P потерь в дросселе от тока. Рассчитать суммарную мощность потерь  $P_R$  на сопротивлениях дросселя  $R_L$  и резистора R для всех токов в табл.1 и занести данные в табл.1. Построить кривую зависимости  $P_R$  от тока I на том же графике. Сравнить с измеренной характеристикой P при тех же токах. Рассчитать потери  $P_c$  в сердечнике дросселя для всех точек, как разность P и  $P_R$ , и занести данные в табл.1. Объяснить физический смысл величины  $P_c$ .

# 4. Содержание отчета

4.1. Наименование и цель работы.

4.2. Схемы экспериментов и таблицы с результатами измерений.

4.3. Экспериментальные и расчётно-экспериментальные вольтамперные характеристики.

4.4. Векторная диаграмма.

- 4.5. Осциллограммы токов.
- 4.6. Примеры расчётов.
- 4.7. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными.
- 4.8. Выводы о свойствах исследованных цепей.
- 4.9. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

# 5. Контрольные вопросы

5.1. Почему при одинаковых токах в обмотке дросселя индукция магнитного поля в ферромагнитном сердечнике во много раз больше, чем в немагнитном сердечнике?

5.2. С какой целью в дросселе используется ферромагнитный сердечник?

5.3. Почему мощность, которая потребляется в цепи с дросселем переменного тока, больше мощности потерь на всех сопротивлениях цепи?

5.4. Чем объясняется нелинейность ВАХ дросселя с ферромагнитным сердечником?

5.5. Какие потери энергии имеют место в ферромагнитном сердечнике дросселя на переменном токе?

5.6. Почему сердечник обычно выполняется из изолированных друг от друга пластин электротехнической стали?

5.7. Объяснить причину искажения синусоидальной формы тока при питании схемы синусоидальным напряжением.

5.8. При каком виде ВАХ конденсатора феррорезонанс возможен, а при каком невозможен?

5.9. В чём особенности феррорезонанса напряжений и чем он отличается от резонанса в линейной цепи?

5.10. При каких условиях в цепи с последовательным соединением дросселя и конденсатора наблюдается скачок тока?

5.11. Как влияет величина емкости конденсатора на положение резонансной точки ВАХ контура?

5.12. Каким образом явление феррорезонанса используется на практике?

# ОДНОФАЗНЫЙ ТРАНСФОРМАТОР

# 1. Цель работы

Ознакомиться с назначением и основными характеристиками однофазного трансформатора, его работой при различном характере нагрузки.

	инимодулси
Наименование	Количество
Модуль питания (МП)	1
Измеритель мощности (ИМ)	1
Мультиметры V и А	2
Амперметры переменного тока А1, А2, А3	3
Трансформатор Т	1
Резистор <i>R1</i> =10 Ом	1
Потенциометр <i>R2</i> =0150 Ом	1

### Перечень источников, приборов и минимодулей

## 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (модуль питания МП, измеритель мощности ИМ, амперметры, мультиметры, комплект минимодулей, наборное поле). Собрать электрическую цепь (рис.1) для измерения сопротивлений обмоток трансформатора. В качестве измерителей напряжения и тока использовать мультиметры V и A на пределах 20 В и 200 мА постоянного напряжения и тока соответственно. С помощью проводников подключить первичную обмотку к контактам «+5 В» и «0» источника постоянного напряжения МП. Предъявить схему для проверки преподавателю.



Рис. 1. Схема для измерения сопротивлений обмоток трансформатора

2.2. Включить МП. Измерить напряжение и ток первичной обмотки. Выключить МП, подключить вторичную обмотку на место первичной. Перевести предел измерения мультиметра V на напряжение 2 В. Включить МП, измерить напряжение и ток. Записать данные измерений в табл.1. Отключить МП.

Таблица 1

	Оп	Pac	счёт		
$U_l, \mathbf{B}$	<i>I</i> <sub>1</sub> , мА	$U_2, \mathbf{B}$	<i>I</i> <sub>2</sub> , мА	$R_{Ll}$ , Ом	<i>RL</i> 2, Ом

### Измерение сопротивлений обмоток на постоянном токе

2.3. Собрать электрическую цепь (рис.2) для проведения опытов холостого хода и нагрузки. Для проведения опытов использовать линейное напряжение трехфазного источника МП. Первичное напряжение, первичный ток, мощность и коэффициент мощности определять по дисплею измерителя мощности. В качестве вольтметра V на вторичной стороне трансформатора использовать мультиметр в режиме измерения переменного напряжения на пределе 20 В. В качестве амперметра A использовать мультиметр в режиме переменного тока на пределе 200 мА. Нагрузкой являются резистор R1 и потенциометр R2 в режиме переменного сопротивления.

Отключить нагрузку от вторичной обмотки. Предъявить схему для провер-ки преподавателю.



Рис. 2. Схема опытов холостого хода и нагрузки

2.4. Включить МП и ИМ. Измерить первичные величины  $U_{10}$ ,  $I_{10}$ ,  $P_{10}$ ,  $\cos \varphi_0$  и вторичное напряжение  $U_{20}$  в режиме холостого хода трансформатора. Результаты измерений занести в табл.2.

Таблица 2

(	)пыт	холостоі	го хода	

Опыт						Расчет			
$U_{10}, { m B}$	, В $I_{10}$ , мА $P_{10}$ , Вт $\cos \varphi_0$ $U_{20}$ , В					<i>ф</i> <sub>0</sub> , град.	$P_{R0}$ , Ом	$P_C$ , Ом	

2.5. Исследовать трансформатор в рабочем режиме при активном характере нагрузки. Для этого подключить нагрузку *R1* и *R2* к вторичной обмотке трансформатора.

Включить МП. Изменить величину сопротивления нагрузки R2 так, чтобы получить минимальный вторичный ток. Затем, уменьшая величину R2, получить

8-10 точек с равномерным изменением значений тока. В каждой точке измерять и записывать величины, указанные в табл.3. Для измерения вторичного тока величиной более 100 мА параллельно амперметру *A1* подключить амперметр *A2* и суммировать их показания. Для измерения тока более 200 мА подключить параллельно амперметр *A3*. Выполнив измерения, выключить МП.

Таблица 3

В

		Опыт					Pa	счёт		
<i>I</i> <sub>2</sub> , мА	<i>U</i> <sub>2</sub> , B	<i>I</i> <sub>1</sub> , мА	<i>Р</i> <sub><i>1</i>,</sub> Вт	cosφ	<i>Р</i> <sub>2</sub> , Вт	$\eta_{on}$	$P_{R1},$ Bt	<i>Р<sub>R2</sub></i> , Вт	<i>Р</i> <sub><i>R</i></sub> , Вт	$\eta_P$
0					0	0		0		

### **Опыт активной нагрузки** при U<sub>1</sub>=

### 3. Расчеты и построения

3.1. Определить сопротивление обмоток  $R_{L1}$  и  $R_{L2}$  по данным табл.1.

По данным опыта холостого хода (табл.2) рассчитать коэффициент трансформатора  $K_{12}$ . Рассчитать потери мощности  $P_{R0}$  на сопротивлении  $R_{L1}$  от тока холостого хода  $I_{10}$ . Рассчитать потери мощности  $P_C$  в стали сердечника как разность между измеренной входной мощностью  $P_0$  и потерями в первичной обмотке  $P_{R0}$ . Заполнить расчётные части табл.1 и табл.2.

3.2. По результатам исследования при активной нагрузке вычислить активную мощность вторичной цепи  $P_2$  и опытный коэффициент полезного действия трансформатора  $\eta_{on}$ . Построить на первом графике при активном характере нагрузки внешнюю характеристику трансформатора  $U_2 = f(I_2)$ , а также зависимость первичного тока от величины вторичного тока  $I_1 = f(I_2)$ . На втором графике построить зависимость коэффициента мощности соѕор и зависимость опытного КПД трансформатора  $\eta_{on}$  от тока  $I_2$ . Вычислить расчётный КПД  $\eta_P$ , используя величину полезной мощности  $P_2=U_2 \cdot I_2$ , потери мощности в обмотках  $P_R$  и в стали сердечника  $P_C$ . Построить на втором графике зависимость  $\eta_P$  от  $I_2$ . Сравнить оба КПД.

## 4. Содержание отчета

- 4.1. Наименование и цель работы.
- 4.2. Схемы экспериментов с включенными измерительными приборами.
- 4.3. Таблицы с результатами экспериментов и расчётов.

4.4. Формулы и примеры расчёта всех указанных таблицах величин.

4.5. Графики экспериментальных и расчётных характеристик.

4.6. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

5. Контрольные вопросы

5.1. Для чего предназначен трансформатор?

5.2. Каков принцип действия трансформатора?

5.3. Как опытным путем определить коэффициент трансформации?

5.4. Почему при увеличении тока *I*<sub>2</sub> увеличивается ток *I*<sub>1</sub>, потребляемый из сети?

5.5. Почему и как при изменении тока нагрузки изменяется КПД транс-форматора?

5.6. Какие процессы характеризует потребляемая активная мощность при отсутствии мощности нагрузки в режиме холостого хода?

5.7. Почему при активной нагрузке увеличение тока ведет к уменьшению вторичного напряжения?

5.8. Чем объясняется максимум зависимости КПД от  $I_2$ ?

5.9. Каково соотношение потерь в обмотках  $P_R$  и постоянных потерь в стали  $P_C$  при максимуме КПД?

#### 3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

### 3.1. Краткие теоретические сведения

#### 3.1.1. Основные понятия и определения

Многофазной системой называется совокупность электрических цепей, в которых действуют синусоидальные ЭДС одной и той же частоты, сдвинутые друг относительно друга по фазе и создаваемые общим источником энергии. Отдельные цепи, составляющие многофазную цепь, называются ее фазами.

Из всех многофазных цепей наиболее простыми и распространенными являются трехфазные цепи. Рассмотрим получение трехфазной переменной ЭДС на примере простой модели, показанной на рис. 3.1,а [2].



а) б) в) Рис. 3.1. Принцип формирования трехфазной системы ЭДС: а) расположение трех катушек в магнитном поле; б) ЭДС, наводимые в катушках (фазах) при их вращении; в) векторы ЭДС симметричной трехфазной системы

Три одинаковые катушки *A*, *B*, *C* расположены в равномерном магнитном поле с потоком Ф так, что углы между началами катушек  $H_A$ ,  $H_B$ ,  $H_C$ , (или их концами  $K_A$ ,  $K_B$ ,  $K_C$ ) составляют  $2\pi/3$  (рис. 3.1,а). Тогда при равномерном вращении катушек в них будут наводиться синусоидальные ЭДС с циклической частотой, равной угловой скорости вращения  $\omega$ . Ввиду пространственного сдвига между катушками ЭДС в них будут иметь временной сдвиг, равный  $2\pi/3$  (рис. 3.1,б). Эти ЭДС образуют трехфазную симметричную систему:

$$\begin{cases} e_A = E_m \sin \omega t \\ e_{\hat{A}} = E_m \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ e_{\hat{N}} = E_m \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{cases}$$

ſ

где Е<sub>*m*</sub>– амплитуда ЭДС.

На комплексной плоскости эти ЭДС представляются в виде трех одинаковых векторов, сдвинутых относительно друг друга на угол  $2\pi/3$  (рис. 3.1,в). Если ЭДС фаз сдвинуты между собой на разные углы, или (и) амплитуды фазных ЭДС разные, то система несимметричная.

Если чередование фаз происходит в последовательности A, B, C, то такую систему называют системой прямой последовательности. Если вращение катушек на рис.3.1,а осуществлять в противоположном направлении, то последовательность фаз изменится на A,C,B и будет называться обратной. Это важно иметь ввиду, когда подключают двигатели переменного тока к трехфазной сети, поскольку чередование фаз определяет направление вращения вала двигателя.

Рассмотренный принцип образования трехфазной системы ЭДС годится и для образования многофазных систем. В общем случае m-фазная симметричная система состоит из m ЭДС одинаковой амплитуды, сдвинутых по фазе относительно друг друга на угол  $2\pi/m$ .

Основным свойством симметричных многофазных систем является равенство нулю суммы мгновенных значений фазных ЭДС. Действительно, фазные ЭДС таких систем изображаются в виде симметричных звезд векторов. (Для трехфазной системы - симметричная звезда с центральным углом  $2\pi/3$ ). Складывая последовательно эти векторы, получим правильные замкнутые многоугольники, откуда следует равенство нулю их суммы. Таким образом, для трехфазной симметричной системы ЭДС сумма комплексных амплитуд равняется нулю:

$$\dot{E}_{mA} + \dot{E}_{mB} + \dot{E}_{mC} = 0.$$
 (3.1)

Если каждую катушку (фазу) замкнуть на одинаковые сопротивления, то в трехфазной цепи будут протекать токи, образующие также симметричную систему. Поэтому сумма мгновенных значений фазных токов в симметричной системе при симметричной нагрузке также равна нулю.

В дальнейших рассуждениях мы будем оперировать с действующими, а не амплитудными значениями ЭДС, напряжений и токов.

## 3.1.2. Схемы соединения трехфазных цепей

Самым простым способом соединения генератора с нагрузкой является соединение каждой фазной обмотки и соответствующей нагрузки с помощью двух проводов. В этом случае для трехфазной цепи понадобится шесть проводов. Количество проводов можно уменьшить, если использовать связывание трехфазной цепи. Основными способами соединения (связывания) фаз являются соединения в «звезду» или «треугольник», которые используются как для соединения фаз генераторов, так и для соединения фаз нагрузки.

Схема соединения фаз генератора и приемника звездой приведена на рис. 3.2. В данной схеме начала фазных обмоток генератора соединяются в нейтральную точку N генератора. Провод, соединяющий нейтральные точки N генератора и n нагрузки, называют нейтральным проводом, а провода, идущие от концов фаз (A,B,C) генератора к нагрузке (a,b,c), – линейными проводами. Очевидно, что нулевой провод и линейные провода обладают конечным сопротивлением. Поскольку сопротивления линейных проводов одинаковые, то для упрощения рассмотрения соотношений между напряжениями и токами в трехфазных системах ими можно пренебречь.



Рис. 3.2. Соединение трехфазной цепи по схеме "звезда-звезда" с нулевым проводом

Но при этом сохраняются обозначения соответствующих узлов генератора и нагрузки (например, A и a). Сопротивление нулевого провода также примем равным нулю, сохранив обозначения нейтральных точек N генератора и n нагрузки. Влияние сопротивления нулевого провода на работу трехфазной цепи будет рассмотрено ниже.

За положительное направление токов  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$ ,  $\dot{I}_C$  в линейных проводах принимают направление от источника к приемнику. Если сопротивления нагрузки одинаковые (симметричная нагрузка), то линейные токи одинаковы по величине, разность фаз между ними равна 120 град., а их сумма и ток  $\dot{I}_n$  в нулевом проводе в соответствии с ЗТК равны нулю. В этом случае необходимость в нулевом проводе отпадает, и энергию от генератора приемнику можно передавать с помощью только трех проводов. В экономии меди на проводах, соединяющих генератор и нагрузку, и заключается одно из преимуществ связывания трехфазной системы.

Схема соединения фаз генератора и приемника треугольником приведена на рис. 3.3.



Рис. 3.3. Соединение трехфазной цепи по схеме "треугольник-треугольник"

В данной схеме конец каждой фазной обмотки генератора соединяется с началом обмотки следующей фазы. Поскольку в симметричной системе сумма фазных ЭДС равна нулю, то в образованном фазными обмотками контуре суммарная ЭДС в соответствии с (3.1) равна нулю, и в режиме холостого хода (при отсутствии токов  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$ ,  $\dot{I}_C$  нагрузки) токи в обмотках генератора  $\dot{I}_{BA}$ ,  $\dot{I}_{CB}$ ,  $\dot{I}_{AC}$  равны нулю. Как видно из схемы рис. 3.3, данный способ соединения генератора с нагрузкой требует только три провода.

Следует заметить, что способы соединения фаз генератора и нагрузки независимы друг от друга, если не предусматривается нулевой провод. Возможны соединения по схемам: "звезда-треугольник", "треугольник-звезда". Чаще всего генератор соединяют звездой. Это обусловлено тем, что в реальных конструкциях генераторов в случае различия в величине фазных напряжений, обусловленного, например, несимметрией магнитной цепи и возможными технологическими погрешностями, при соединении фазных обмоток генератора треугольником даже при холостом ходе возникают уравнительные токи, что может привести к дополнительным потерям и снижению надежности системы.

При соединении обмоток источника по схеме "звезда" уравнительных токов не возникает ввиду отсутствия контура для их замыкания и у источника имеется два уровня напряжений.

Напряжения на зажимах отдельных фаз генератора и нагрузки называют фазными напряжениями, напряжения между линейными проводами – линейными напряжениями. Токи в фазах генератора и нагрузки называют фазными токами, токи в линейных проводах – линейными токами. Фазные напряжения и токи обозначаются с индексом "ф", линейные – с индексом "л".

Как следует из рис. 3.2 и 3.3, при соединении звездой фазные токи равны линейным:  $\dot{I}_{\phi A} = \dot{I}_{A} = \dot{I}_{AA}$ ; а при соединении треугольником фазные напряжения равны линейным:  $\dot{U}_{\phi A} = \dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AB}$ .

Аналогичные соотношения справедливы и для других фаз.

Для установления соотношений между фазными и линейными напряжениями при соединении по схеме "звезда" обратимся к рис.3.4.



Рис. 3.4. Соединение нагрузки по схеме звезда: а) схема соединения; б) векторная диаграмма напряжений

Рассматривается случай симметричной нагрузки:  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$ .

Фазные напряжения  $\dot{U}_{\phi a}$ ,  $\dot{U}_{\phi b}$ ,  $\dot{U}_{\phi c}$  образуют симметричную звезду векторов (рис. 3.4,б).

В соответствии с ЗНК связь между линейными и фазными напряжениями в соответствии с принятыми положительными направлениями на рис. 3.4,а определяется соотношениями:

$$\dot{U}_{,ab} = \dot{U}_{,ba} - \dot{U}_{,bb}; \quad \dot{U}_{,bc} = \dot{U}_{,bb} - \dot{U}_{,bc}; \quad \dot{U}_{,aca} = \dot{U}_{,bc} - \dot{U}_{,ba}.$$

Из векторной диаграммы видно, что линейные напряжения  $\dot{U}_{_{nab}}, \dot{U}_{_{nbc}}, \dot{U}_{_{nca}}$  образуют равносторонний треугольник. Угол между фазными и линейными напряжениями равен  $\pi/6$ . Тогда очевидно, что соотношение между действующими значениями фазных и линейных напряжений:

$$U_{\pi} = \sqrt{3}U_{\phi}. \tag{3.2}$$

Аналогичные соотношения имеют место между фазными и линейными токами для симметричной нагрузки при соединении фаз треугольником.

Рассмотрим рис. 3.5.

Поскольку векторы фазных напряжений  $\dot{U}_{\phi ab}$ ,  $\dot{U}_{\phi bc}$ ,  $\dot{U}_{\phi ca}$  образуют симметричную звезду, то при симметричной нагрузке ( $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca}$ ) фазные токи  $\dot{I}_{\phi ab}$ ,  $\dot{I}_{\phi bc}$ ,  $\dot{I}_{\phi ca}$  также образуют симметричную звезду (рис. 3.5,6).



а) б) Рис. 3.5. Соединение нагрузки треугольником: а) схема соединения; б) векторная диаграмма токов

В соответствии с ЗТК связь между линейными и фазными токами в соответствии с принятыми положительными направлениями на рис. 3.5, а определяется соотношениями:

$$\dot{I}_{_{\pi A}} = \dot{I}_{_{\varphi ca}} - \dot{I}_{_{\varphi ca}}; \, \dot{I}_{_{\pi B}} = \dot{I}_{_{\varphi bc}} - \dot{I}_{_{\varphi ab}}; \, \dot{I}_{_{\pi C}} = \dot{I}_{_{\varphi ca}} - \dot{I}_{_{\varphi bc}}.$$
(3.3)

Соотношения (3.3) справедливы не только для симметричной нагрузки. Если сложить линейные токи в (3.3), то получим важный вывод: в любой трехпроводной системе всегда сумма линейных токов равна нулю. Для соединения по схеме "звезда" данное утверждение очевидно. Из векторной диаграммы рис. 3.5,6 видно, что линейные токи  $\dot{I}_{_{лA}}, \dot{I}_{_{nB}}, \dot{I}_{_{nC}}$  образуют равносторонний треугольник. Угол между фазными и линейными токами равен  $\pi/6$ . Тогда очевидно соотношение между действующими значениями фазных и линейных токов:

$$I_{\pi} = \sqrt{3}I_{\phi}. \tag{3.4}$$

В последующих разделах будут рассматриваться конкретные трехфазные схемы, где принадлежность к фазным и линейным напряжениям и токам будет очевидной. Поэтому для упрощения обозначений индексы "ф" и "л" указывать не будем.

#### 3.1.3. Расчет трехфазных цепей

Расчет трехфазных цепей ведется известными методами расчета цепей гармонического тока, т.к. они представляют собой частный случай сложной цепи, в которой действуют несколько источников ЭДС. Рассмотрим особенности расчета трехфазных цепей при соединении источников и приемников по схеме "звездазвезда" и "треугольник-треугольник".

#### 1. Схема "звезда-звезда"

Схема трехфазной цепи представлена на рис.3.6. Сопротивления линейных проводов включены в сопротивления фаз нагрузки. Сопротивление нулевого провода обозначено  $\underline{Z}_n$ . Соотношения между напряжениями в цепи устанавливаются в соответствии с ЗНК:

$$\dot{U}_{an} = \dot{U}_{A} - \dot{U}_{nN}; \ \dot{U}_{bn} = \dot{U}_{B} - \dot{U}_{nN}; \ \dot{U}_{cn} = \dot{U}_{C} - \dot{U}_{nN}.$$
 (3.5)

Напряжения  $\dot{U}_A$ , $\dot{U}_B$ , $\dot{U}_C$  являются напряжениями на зажимах генератора и равны соответствующим ЭДС. Поэтому они образуют симметричную звезду векторов (рис. 3.7). Линейные напряжения  $\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{BC}$ ,  $\dot{U}_{CA}$  также образуют симметричную систему. На векторной диаграмме рис. 3.7 в соответствии с выражениями (3.5) изображены и остальные векторы напряжений схемы. Считаем, что нагрузка несимметричная, т.е.  $\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$ .

Величина падения напряжения в нулевом проводе  $\dot{U}_{nN}$  зависит от параметров нагрузки, поэтому соответствующий вектор по величине и направлению на диаграмме рис. 3.7 изображен произвольно.

Как следует из векторной диаграммы, фазные напряжения на нагрузке  $\dot{U}_{an}$ ,  $\dot{U}_{bn}$ ,  $\dot{U}_{cn}$  не одинаковы и отличаются от фазных напряжений источника на величину падения напряжения в нулевом проводе  $\dot{U}_{nN}$ . Такое положение недопустимо в реальных системах электроснабжения. Поэтому нулевой провод выполняют с минимальным сопротивлением, величиной которого можно пренебречь. Тогда падение напряжения в нулевом проводе можно считать равным нулю, и на векторной диаграмме точка *n* совпадет с точкой *N*. При этом векторы фазных на-

пряжений  $\dot{U}_{an}$ ,  $\dot{U}_{bn}$ ,  $\dot{U}_{cn}$  совпадут с векторами фазных напряжений  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$ ,  $\dot{U}_C$  источника, а система станет симметричной.



Рис. 3.6. Расчетная схема трехфазной цепи "звезда-звезда"



Рис. 3.7. Векторная диаграмма при несимметричной нагрузке

Таким образом, основная роль нулевого провода – выравнивание фазных напряжений при несимметричной нагрузке фаз.

Если нулевой провод отсутствует, то векторная диаграмма при несимметричной нагрузке подобна диаграмме рис. 3.7, в которой вектор  $\dot{U}_{nN}$  представляет собой напряжение между нейтральными точками генератора и нагрузки. Соотношения между напряжениями цепи при этом также описываются выражениями (3.5). Рассмотрим два аварийных режима работы трехфазной цепи:

- короткое замыкание одной из фаз нагрузки;

- обрыв одной из фаз, которые исследуются в лабораторном практикуме.

# Короткое замыкание одной из фаз нагрузки, (например, фазы b)

Это означает, что сопротивление фазы стало равно нулю:  $Z_b = 0$ . При наличии нулевого провода такая ситуация приведет к замыканию накоротко фазы *В* источника, что, в свою очередь, приведет к срабатыванию автомата защиты в данной фазе. В других же фазах ничего не изменится, т.к. их фазные напряжения не изменились. Ток в нулевом проводе станет равен сумме токов фаз *A* и *C*.

В том случае, когда *нулевой провод отсутствует*, замыкание в фазе *b* приведет к изменению фазных напряжений. Схема цепи при замыкании фазы *b* приведена на рис. 3.8.

Из схемы видно, что для принятых положительных направлениях напряжений имеют место соотношения:

$$\dot{U}_{bn} = 0; \ \dot{U}_{an} = \dot{U}_{AB}; \ \dot{U}_{cn} = - \dot{U}_{BC}.$$

Векторная диаграмма, соответствующая данному режиму, приведена на рис. 3.9. Звезда фазных и треугольник линейных напряжений источника образуют соответственно симметричную звезду и треугольник, в то время как звезда фазных напряжений приемника изменилась.



Рис. 3.8. Схема цепи при коротком замыкании фазы b

По сравнению с диаграммой рис. 3.7 произошли следующие изменения: – точка *n* совместилась с точкой B(b), т.к.  $\dot{U}_{bn} = 0$ , а звезда фазных ЭДС источника не изменилась;

 – фазные напряжения неповрежденных фаз совпали по величине с линейными напряжениями;

– напряжение  $\dot{U}_{nN}$  стало равно напряжению  $\dot{U}_{B}$  закороченной фазы.



Рис. 3.9. Векторная диаграмма при коротком замыкании фазы b

Если повышение фазного напряжения и соответственно тока в нагрузке в  $\sqrt{3}$  раз недопустимо по условиям эксплуатации, то в случае замыкания накоротко одной из фаз сработают аварийные выключатели.

# Обрыв одной из фаз нагрузки, например, фазы b

При наличии нулевого провода в фазах A и C ничего не произойдет, т.к. фазные напряжения в нагрузке останутся прежними. Ток же в нулевом проводе станет равным сумме токов фаз A и C.

Схема цепи без нулевого провода приведена на рис. 3.10. Рассмотрим случай чисто активной симметричной нагрузки.



Рис. 3.10. Схема цепи при обрыве фазы b

Фазы *a* и *c* нагрузки (сопротивления  $R_a$  и  $R_b$ ) оказываются соединенными последовательно, и к ним прикладывается линейное напряжение  $\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA}$ . В со-

ответствии с ЗНК согласно принятым положительным направлениям оно уравновешивается фазными напряжениями  $\dot{U}_{an}$  и  $\dot{U}_{cn}$ :

$$\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{cn} - \dot{U}_{an}.$$

Поскольку нагрузка фаз активная и симметричная, фазные напряжения  $\dot{U}_{an}$  и  $\dot{U}_{cn}$  будут одинаковыми по величине, а векторы, их изображающие, и вектор линейного напряжения  $\dot{U}_{CA}$  будут параллельны. Векторная диаграмма при этом примет вид, как на рис. 3.11.

Звезда фазных и треугольник линейных напряжений источника останутся без изменения, поскольку они определяются источником, в то время как фазные напряжения нагрузки изменились, и появилось напряжение  $\dot{U}_{nN}$ .



Рис. 3.11. Векторная диаграмма цепи при обрыве фазы *b* 

По сравнению с диаграммой рис. 3.7 здесь произошли следующие изменения:

– точка *n* заняла серединное положение на векторе линейного напряжения  $\dot{U}_{ca}$ , при этом фазные напряжения  $\dot{U}_{an}$  и  $\dot{U}_{cn}$  по величине равны половине линейного напряжения;

– напряжение на разомкнутой фазе  $\dot{U}_{bn}$  возросло (в данном случае в 1,5 раза);

– напряжение  $\dot{U}_{nN}$  в данном случае по величине равно половине фазного напряжения источника.

Таким образом, рассмотрение несимметричных режимов показывает, что отсутствие нулевого провода в аварийных режимах приводит к существенному перекосу фазных напряжений по сравнению с симметричным режимом.

Расчет симметричного режима несложен. Поскольку система симметрична, то напряжение между нейтральными точками и ток в нулевом проводе равны нулю, а фазные напряжения на нагрузке равны соответствующим фазным напряжениям источника. Тогда токи в фазах найдутся по выражениям:

$$\dot{I}_a = \frac{U_A}{\underline{Z}_a}; \ \dot{I}_b = \frac{U_B}{\underline{Z}_b}; \ \dot{I}_c = \frac{U_C}{\underline{Z}_c}.$$
(3.6)

91

Несимметричный режим цепи с нулевым проводом конечного сопротивления целесообразно вести по методу узловых напряжений.

Если в качестве нулевого принять потенциал узла N, то можно записать

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_a + \dot{E}_B \underline{Y}_b + \dot{E}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_n} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_n},$$
(3.7)

где  $\underline{Y}_{a}, \underline{Y}_{b}, \underline{Y}_{c}, \underline{Y}_{n}$  – комплексные проводимости фаз и нулевого провода соответственно.

Тогда токи в фазах нагрузки определятся с учетом (3.5)

$$\dot{I}_{a} = \frac{\dot{U}_{an}}{\underline{Z}_{a}}; \ \dot{I}_{b} = \frac{\dot{U}_{bn}}{\underline{Z}_{b}}; \ \dot{I}_{c} = \frac{\dot{U}_{cn}}{\underline{Z}_{c}}.$$
(3.8)

Ток в нулевом проводе  $\dot{I}_n = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$ .

В предельном случае, когда сопротивление нулевого провода равно нулю, т.е.  $Y_n = \infty$ , напряжение между нулевыми точками также равно нулю. Тогда фазные напряжения на нагрузке равны соответствующим фазным напряжениям источника, и расчет можно вести по формулам (3.6).

Если нулевой провод отсутствует, то в выражении (3.7) следует положить

$$\underline{Y}_n = 0$$

а расчет фазных токов вести по выражениям (3.8).

#### 2. Схема при соединении нагрузки треугольником

При соединении нагрузки треугольником не принципиально, по какой схеме соединены обмотки генератора, т.к. к нагрузке подводятся линейные напряжения, а нулевой провод отсутствует. Поэтому для расчета достаточно рассмотреть схему со стороны нагрузки, представленную на рис. 3.5.

Токи в фазах определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{U_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \ \dot{I}_{bc} = \frac{U_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \ \dot{I}_{ca} = \frac{U_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}.$$
(3.9)

Линейные токи определяются по формулам (3.3).

#### 3.1.4. Мощность в трехфазной цепи

Рассмотрим симметричный режим работы трехфазной цепи. Тогда фазные токи одинаковые и имеют один и тот же угол сдвига ф между соответствующими фазными напряжениями и фазными токами. Мгновенная мощность, отдаваемая, например, фазой *А* генератора, в соответствии с формулой (2.7) равна

$$p_{A} = U_{Am} \sin \omega t \cdot I_{Am} \sin (\omega t + \varphi) =$$

$$= \frac{U_{Am} I_{Am}}{2} \left[ \cos \varphi - \cos (2\omega t + \varphi) \right] =$$

$$= U_{A} I_{A} \left[ \cos \varphi - \cos (2\omega t + \varphi) \right].$$
(3.10)
92

Для фаз В и С соответственно

$$p_{B} = U_{B}I_{B}\left[\cos\varphi - \cos\left(2\omega t - \frac{2\pi}{3} + \varphi\right)\right];$$
$$p_{C} = U_{C}I_{C}\left[\cos\varphi - \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} + \varphi\right)\right].$$

Сложение мгновенных мощностей дает мгновенную мощность трехфазной системы

$$p = p_A + p_B + p_C = 3UI\cos\varphi, \qquad (3.11)$$

где *U*,*I* – действующие значения фазных напряжения и тока симметричной трехфазной системы.

Выражение (3.11) показывает, что мгновенная мощность симметричной трехфазной системы есть величина постоянная и не зависит от времени. Такие системы называются уравновешенными.

Уравновешенность является важным свойством трехфазной системы. Так, например, момент на валу трехфазного генератора остается постоянным, а не пульсирует с частотой 2 $\omega$ , как у однофазного в соответствии с выражением (3.10).

Принимая во внимание связь фазных и линейных токов и напряжений в зависимости от способа соединения фаз, определяемую выражениями (3.2) и (3.4), выражение для симметричной трехфазной системы принимает вид:

$$P = 3U_{\circ}I_{\circ}\cos\varphi = \sqrt{3}U_{e}I_{e}\cos\varphi.$$
(3.12)

Полученное выражение определяет мощность симметричной трехфазной системы независимо от способа соединения фаз.

Активная мощность фазы может рассматриваться как скалярное произведение векторов, изображающих фазные напряжения и фазные токи.

Для реактивной и полной мощности симметричной трехфазной системы имеем:

$$Q = 3U_{\circ}I_{\circ}\sin\varphi = \sqrt{3}U_{e}I_{e}\sin\varphi;$$
  

$$S = 3U_{\circ}I_{\circ} = \sqrt{3}U_{e}I_{e}.$$
(3.13)

При расчете мощности в каждой фазе по отдельности используются формулы, приведенные в разделе 2.

Для измерения мощности используются ваттметры. Рассмотрение их принципа действия не входит в задачи данного курса, поэтому остановимся лишь на практических схемах включения ваттметров.

При измерении мощности трехфазного тока применяются различные схемы включения ваттметров в зависимости от характера нагрузки и схемы цепи – трехпроводной или четырехпроводной.

Мощность трехпроводной цепи при симметричной нагрузке можно измерить одним ваттметром (рис. 3.12,а), если доступна нейтральная точка.

Последовательная обмотка 1 ваттметра *W* включается в линейный провод, а параллельная 2 — между линейным проводом и нейтральной точкой. При симметричной нагрузке мощность трехфазной цепи равна утроенному показанию ваттметра. Если нагрузка несимметричная, то измеряются мощности в каждой фазе по

аналогичной схеме, а показания ваттметров суммируются. Так же измеряется мощность и в четырехпроводной сети.

По схеме рис. 3.12,б измеряется мощность в трехпроводной трехфазной сети независимо от способа соединения и характера нагрузки. Последовательная обмотка каждого ваттметра включается в линейный провод одной из фаз, а параллельные обмотки — между соответствующим линейным проводом и линейным проводом свободной фазы. Мощность трехфазной цепи равна алгебраической сумме мощностей, измеренных ваттметрами.



Рис. 3.12. Схемы измерения мощности трехфазной цепи: а) при доступной нейтральной точке; б) с помощью двух ваттметров

Для схемы, представленной на рис. 3.12,6, мощность, измеряемая ваттметрами, равна сумме скалярных произведений векторов соответствующих линейных напряжений и линейных токов с учетом включения параллельных обмоток вольтметров:

$$P = P_{W1} + P_{W2} = \overline{U}_{AC}\overline{I}_A + \overline{U}_{BC}\overline{I}_B.$$

Если нагрузка соединена звездой (рис. 3.6 и 3.7), то, выражая линейные напряжения через фазные, получим:

$$P = (\overline{U}_a - \overline{U}_c)\overline{I}_A + (\overline{U}_b - \overline{U}_c)\overline{I}_B =$$

$$= \overline{U}_a\overline{I}_A + \overline{U}_b\overline{I}_B - \overline{U}_c(\overline{I}_A + \overline{I}_B) = \overline{U}_a\overline{I}_A + \overline{U}_b\overline{I}_B + \overline{U}_c\overline{I}_C,$$

$$= -(\overline{I}_c + \overline{I}_c)$$

поскольку  $\overline{I}_{C} = -(\overline{I}_{A} + \overline{I}_{B}).$ 

В скалярном произведении  $\overline{U}_{BC}\overline{I}_B$  угол между векторами напряжения и тока может превышать 90°, что может быть при фазовом угле сдвига , большем 60°. В этом случае скалярное произведение  $\overline{U}_{BC}\overline{I}_B$  становится отрицательным, как и измеренная мощность. Поэтому при измерении мощности трехфазной трехпроводной цепи по методу двух ваттметров следует брать алгебраическую сумму показаний ваттметров.

Аналогичный результат можно получить и для соединения нагрузки треугольником.

### Лабораторная работа № 10

# ТРЁХФАЗНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ПО СХЕМЕ «ЗВЕЗДА»

### 1. Цель работы

Ознакомиться с трехфазными системами, измерением фазных и линейных токов и напряжений. Проверить основные соотношения между токами и напряжениями симметричного и несимметричного трехфазного потребителя. Выяснить роль нейтрального провода в четырехпроводной трехфазной системе. Научиться строить векторные диаграммы напряжений и токов трехфазных цепей.

Наименование	Количество
Модуль питания (МП)	1
Амперметры <i>A1, A2, A3</i> переменного тока с сопротивлениями $R_A$ =15 Ом	3
Мультиметры V, А4	2
Резисторы <i>R1</i> , <i>R2</i> , <i>R3</i> (150 Ом)	3
Резистор <i>R4</i> =100 Ом	1
Резистор <i>R5</i> =67 Ом	1
Тумблеры Т1, Т2	2

#### Перечень источников, приборов и минимодулей

### 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (модуль питания, амперметры, мультиметры, комплект минимодулей, наборное поле).

2.2. Включить модуль питания стенда. Установить на мультиметре V предел измерения 20 В переменного напряжения. Включить трехфазный источник питания и измерить поочерёдно мультиметром V линейные и фазные напряжения трехфазного источника питания на холостом ходу. Результаты измерений занести в табл. 1. Выключить трехфазный источник.

2.3. Собрать симметричную трехфазную электрическую цепь (рис.1). Предъявить схему для проверки преподавателю.

2.4. Включить источник трехфазного напряжения. Замкнуть тумблеры *T1* и *T2*. Измерить токи, фазные и линейные напряжения, напряжение на нулевом проводе. Результаты занести в первую строку табл.2. Проверить соотношение между линейными и фазными напряжениями потребителей.



Рис. 1. Схема для исследования трехфазной цепи при симметричной нагрузке

2.5. Разомкнуть тумблер *Т2*. Повторить те же измерения при отключенном нейтральном проводе. Результаты занести во вторую строку табл.2. Выключить источник трехфазного напряжения.

2.6. Исследовать влияние обрыва линейного провода на режим работы цепи при наличии нейтрального провода. Для этого разомкнуть тумблер *T1* и замкнуть тумблер *T2*. Включить источник трехфазного напряжения. Повторить те же измерения. Результаты занести в третью строку табл.2. Выключить источник трехфазного напряжения.

Таблица. 1

Напрях	жения на	клеммах	Decision										
линейные				фазн	ые	Расчет среднего значения							
$U_{AB}$	$U_{BC}$	$U_{CA}$	$U_A$	$U_B$	$U_C$	$U_{\Pi}, \mathbf{B}$	$U_{\Phi}, \mathbf{B}$	$U_{\varPi}/U_{arPsi}$					

Напряжения трехфазного источника на холостом ходу

Таблица 2

## Данные измерения токов и напряжений в трехфазной цепи

		Т	оки	I, M/	4	Напряжения, В						
	Нейтральный провод		$I_B$		$I_0$	фазные			линейные			
Нагрузка		I <sub>A</sub>		$I_C$		U <sub>An</sub>	$U_{Bn}$	U <sub>Cn</sub>	$U_{AB}$	$U_{BC}$	U <sub>CA</sub>	$U_{nN}$
	включен											
симмстричная	отключен											
симметричная, обрыв фазы А	включен											
	включен											
несимметричная	отключен											

2.7. Исследовать трехфазную цепь с несимметричной нагрузкой. Для этого собрать схему (рис.2.) Предъявить схему для проверки преподавателю. Замкнуть

тумблер *Т2* для подключения нейтрального провода. Измерить токи, линейные, фазные напряжения и напряжение на нулевом проводе. Результаты записать в четвертую строку табл. 2.

2.8. Отключить нейтральный провод с помощью тумблера *T2* и вновь измерить токи и напряжения. Результаты записать в пятую строку табл. 2.



Рис. 2. Схема для исследования трехфазной цепи при несимметричной нагрузке

### 3. Расчеты и построения

3.1. По результатам измерений вычислить и занести в табл.1 средние значения линейных  $U_{\pi}$ , фазных  $U_{\phi}$  напряжений и отношение  $U_{\pi}/U_{\phi}$  источника питания.

3.2. Для всех проведенных опытов построить в масштабе векторные диаграммы токов и напряжений.

3.3. Проанализировать влияние нейтрального провода на работу трехфазной системы при симметричной и несимметричной нагрузке. Записать результаты анализа.

## 4. Содержание отчета

4.1. Титульный лист.

4.2. Наименование и цель работы.

4.3. Электрические схемы опытов.

4.4. Таблицы с результатами экспериментов.

4.5. Векторные диаграммы для всех проведенных опытов.

4.6. Вывод о роли нейтрального провода в трехфазной цепи при соединении симметричной и несимметричной нагрузки по схеме звезда.

4.7. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

## 5. Контрольные вопросы

5.1. Какое соединение называется «звездой» и в чем заключается его достоинство?

5.2. Каково соотношение между фазным и линейным напряжениями трехфазного источника питания при соединении его ЭДС по схеме «звезда»? 5.3. Какое соотношение между фазными и линейными токами при соединении нагрузки в «звезду»?

5.4. Как определить величину тока в нейтральном проводе, если известны токи в фазах потребителя?

5.5. Для чего применяют нейтральный провод?

5.6. К каким зажимам следует подключить вольтметр, чтобы измерить фазное и линейное напряжение?

5.7. Какая трехфазная нагрузка называется симметричной?

5.8. Почему при несимметричной нагрузке обрыв нейтрального провода является аварийным режимом?

5.9. Как влияет обрыв линейного провода на токи в оставшихся фазах и нейтральном проводе?

5.10. Как влияет обрыв линейного провода на токи в оставшихся фазах при отсутствии нейтрального провода?

# ТРЕХФАЗНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ПО СХЕМЕ «ТРЕУГОЛЬНИК»

# 1. Цель работы

Исследовать особенности работы трехфазной цепи при соединении симметричных и несимметричных потребителей по схеме «треугольник», научиться строить векторные диаграммы напряжений и токов трехфазных цепей.

Наименование	Количество
Модуль питания (МП)	1
Мультиметры V, A4	2
Амперметры $A1, A2, A3$ переменного тока, с сопротивлениями $R_4=15$ Ом	3
Резисторы <i>R1, R2, R3</i> (150 Ом)	3
Тумблеры <i>T1</i> и <i>T2</i>	2

### Перечень источников, приборов и минимодулей

## 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (модуль питания МП, амперметры, мультиметры, комплект минимодулей, наборное поле).

2.2. Включить модуль питания стенда и источник трехфазного напряжения. Установить на мультиметре V предел измерения 20 В переменного напряжения. Измерить мультиметром V попеременно линейные напряжения источника питания на холостом ходу. Результаты измерений занести в табл.1. Выключить модуль питания.

Таблица 1

# Данные измерения напряжений источника на холостом ходу

$U_{AB},\mathrm{B}$	$U_{BC}, \mathbf{B}$	$U_{CA}, \mathbf{B}$	$U_{\varPi},\mathrm{B}$

2.3. Собрать схему симметричной трехфазной цепи при соединении потребителей (резисторы *R1-R3*) по схеме «треугольник» (рис.1). Установить на амперметре *A4* предел 200 мА переменного тока. Замкнуть тумблеры *T1* и *T2*. Предъявить схему для проверки преподавателю.

2.4. Включить модуль питания и источник трехфазного напряжения. Измерить амперметрами A1-A3 фазные токи  $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$ , мультиметром A4 линейный ток  $I_A$ , а также мультиметром V - напряжения на потребителях. Результаты измерений занести в первую строку табл. 2.



Рис. 1. Схема для исследования симметричной трехфазной цепи при соединении потребителей по схеме «треугольник»

2.5. Разомкнуть с помощью тумблера *T1* линейный провод фазы «В» и повторить измерения. Результаты занести во вторую строку табл. 2.

2.6. Выключить с помощью тумблера *T2* нагрузку в фазе потребителя «СА» и повторить измерения. Результаты занести в третью строку табл. 2.

2.7. Разомкнуть с помощью тумблера *T1* линейный провод фазы «В», а с помощью тумблера *T2* нагрузку в фазе потребителя «СА» и повторить измерения. Результаты занести в четвертую строку табл. 2.

2.8. Токи в линейных проводах В и С определить на основе визуального анализа схемы.

Таблица 2

	Токи нагрузки, мА			Напряжения на					
Режим нагрузки	A4	I	-	<i>A1</i>	A2	A3	фазах п	этребит	еля, В
	$I_A$	$I_B$	$I_C$	$I_{AB}$	$I_{BC}$	$I_{CA}$	$U_{AB}$	$U_{BC}$	$U_{CA}$
Симметричная									
нагрузка									
Обрыв линейного									
провода «В»									
Обрыв фазы									
потребителя «СА»									
Обрыв фазы									
потребителя «СА»									
и обрыв линейного									
провода «В»									

Данные измерений при нагрузке

## 3. Расчеты и построения

3.1. Рассчитать полное сопротивление фаз с учётом сопротивления амперметров. 3.2. По данным опыта симметричной нагрузки (п.2.3-2.4) рассчитать средние значения фазного и линейного тока.

3.3. По данным опытов при несимметричной нагрузке (п. 2.5-2.7) вычислить фазные токи. Результаты расчета занести в табл.3.

3.4. Сравнить результаты расчётов фазных токов с данными их измерений для исследованных режимов

3.5. Для всех опытов построить в масштабе векторные диаграммы. По векторным диаграммам определить для исследованных режимов линейные токи  $I_B$  и  $I_C$ .

3.6. Проанализировать влияние обрывов линейного и фазного проводов на режимы работы потребителей.

Таблица 3

Downey Hoppy and	Токи в фазах, мА				
гежим нагрузки	I <sub>AB</sub>	$I_{BC}$	$I_{CA}$		
Обрыв линейного провода «В»					
Обрыв фазы потребителя «СА»					
Обрыв фазы потребителя «СА»					
и обрыв линейного провода «В»					

## Расчет фазных токов при несимметричной нагрузке

### 4. Содержание отчета

4.1. Титульный лист.

- 4.2. Наименование и цель работы.
- 4.3. Схемы экспериментов с включенными измерительными приборами.
- 4.4. Таблицы с результатами экспериментов.
- 4.5. Результаты расчётов фазных токов.
- 4.6. Векторные диаграммы для всех проведенных опытов.
- 4.7. Результаты определений линейных токов из векторных диаграмм.

4.8. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

5. Контрольные вопросы

5.1. Каким образом три однофазных потребителя соединяют в «треугольник»?

5.2. Куда следует подключать вольтметр, чтобы измерить фазное и линейное напряжения трехфазного потребителя?

5.3. В каком соотношении находятся фазные и линейные напряжения симметричного потребителя, соединенного в «треугольник»?

5.4. Какое соотношение между фазными и линейными токами симметричного потребителя, соединенного в «треугольник»?

5.5. Всегда ли справедливы при соединении в «треугольник» соотношения:

$$\dot{I}_{A} = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}, \qquad \dot{I}_{B} = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}, \qquad \dot{I}_{C} = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}?$$

5.6. Всегда ли при соединении в «треугольник» справедливо равенство нулю суммы векторов линейных токов?

5.7. Как отразится отключение одной фазы потребителя на режим работы других фаз и на режим работы всей трехфазной цепи, соединенной в «треугольник»?

5.8. Как повлияет обрыв линейного провода на режим работы потребителей при их соединении по схеме «треугольник»?

## 4. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### 4.1. Краткие теоретические сведения

#### 4.1.1. Понятие переходного процесса. Законы коммутации

Переходный процесс – это процесс, возникающий в электрической цепи, при переходе от одного установившегося режима к другому. Этот переход может быть вызван различными причинами:

 изменением структуры цепи (исключением отдельных элементов цепи или включением в цепь новых элементов);

- изменением параметров источников (например, изменением величины постоянной ЭДС, изменением амплитуды, частоты или фазы переменной ЭДС);

– изменением параметров элементов цепи (например, изменением числа витков катушки индуктивности).

Переходный процесс имеет место, например, при подключении какой-либо электрической цепи к источнику питания, или в случае возникновения аварийных ситуаций – выхода из строя какого-либо элемента, короткого замыкания и т.п. Причину возникновения переходного режима принято называть коммутацией, причем время  $\Delta t$ , в течение которого она происходит, бесконечно мало, т.е.  $\Delta t=0$ . Момент времени, предшествующий коммутации, обозначают  $t_{-0}$ , а момент времени, непосредственно прилегающей к коммутации, но после ее осуществления, обозначают  $t_{+0}$ . Аналогичными индексами обозначают токи и напряжения в цепи в соответствующие моменты времени, например,  $i_{-0}$ ,  $u_{-0}$  и  $i_{+0}$ ,  $u_{+0}$ .

Возникновение переходного процесса связано с наличием в электрических цепях элементов, запасающих энергию электромагнитного поля – индуктивностей и емкостей. Если электрическая цепь содержит только активные сопротивления, то переходный процесс в цепи не возникает, а переход от одного установившегося режима к другому происходит мгновенно. Это связано с тем, что в индуктивности и емкости происходит накопление энергии, а при переходе из одного установившегося режима в другой происходит перераспределение энергии электрического поля в емкости и магнитного поля в индуктивности [2].

В любой электрической цепи не могут развиваться бесконечно большие напряжения или протекать бесконечно большие токи. Это потребовало бы источников энергии бесконечно большой мощности, что физически невозможно. Поэтому мгновенная мощность *p* – всегда величина конечная.

Если изменение энергии W в емкости или индуктивности во время коммутации за время  $\Delta t \rightarrow 0$  обозначим  $\Delta W = W_{+0} - W_{-0}$ , то получим:

$$\Delta W = p \Delta t \to 0, \tag{4.1}$$

откуда следует равенство  $W_{+0} = W_{-0}$ .

Поскольку энергия магнитного поля в индуктивности  $W_L$  и электрического поля в емкости  $W_C$  соответственно равны:

$$W_L = \frac{Li_L^2}{2}$$
 и  $W_C = \frac{Cu_C^2}{2}$ ,

103

то, согласно выражению (4.1), изменения напряжения на емкости  $u_C$  и тока  $i_L$  в индуктивности в момент коммутации не происходит, т.е.

 $i_{L-0} = i_{L+0}$  и  $u_{C-0} = u_{C+0}$ .

Полученные равенства выражают первый и второй законы коммутации:

*Первый закон коммутации*: ток через индуктивность непосредственно до коммутации равен току через ту же индуктивность после коммутации.

*Второй закон коммутации*: напряжение на емкости непосредственно до коммутации равно напряжению на той же емкости после коммутации.

Другими словами, ток в индуктивности и напряжение на емкости не могут меняться скачком.

Если говорить в более обобщенном смысле о процессе коммутации, то переходный режим также может возникать и при скачкообразном изменении, как емкости, так и индуктивности при наличии индуктивной связи между контурами. Поэтому, строго говоря, в момент коммутации не может скачком измениться суммарное потокосцепление обмоток и суммарный заряд на емкостях электрической цепи.

Величины  $i_{L+0}$  и  $u_{C+0}$  являются начальными значениями, от которых в переходном процессе происходит изменение тока в индуктивности и напряжения на емкости. Поскольку они соответствуют значениям установившегося режима до коммутации и соответственно не зависят от характера самой коммутации, то их принято называть *независимыми начальными условиями*.

В течение переходного процесса токи и напряжения на элементах цепи изменяются. Для расчета переходного процесса составляют уравнения по законам Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений и решают их. Учитывая, что связь между токами и напряжениями на реактивных элементах выражается

через производную  $\left(u_L = L \frac{di_L}{dt}; i_C = C \frac{du_C}{dt}\right)$ , расчет переходных режимов связан с

решением дифференциальных уравнений. Порядок уравнения определяется числом реактивных элементов в цепи. Если в цепи имеется одна индуктивность или емкость, то получается уравнение первого порядка, а цепь называется цепью первого порядка. Если цепь содержит одну индуктивность и одну емкость, две индуктивности или две емкости, то получается уравнение второго порядка, а цепь называют цепью второго порядка, и т.д.

В связи с этим представляется целесообразным напомнить основные положения теории линейных дифференциальных уравнений.

### 4.1.2. Сведения из теории линейных дифференциальных уравнений

Переходные процессы в линейных электрических цепях описываются неоднородными линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. В настоящем пособии рассматриваются переходные процессы в цепях постоянного тока не выше второго порядка, поэтому остановимся лишь на основных положениях теории уравнений первого и второго порядка применительно к решаемым задачам. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами имеет вид

$$y' + qy = F_1, \tag{4.2}$$

где y – искомая функция, зависящая от времени; y' - производная искомой функции; q – постоянный коэффициент;  $F_1$  – некоторая функция от времени.

Дифференциальное уравнение второго порядка имеет вид

$$y''+py'+qy=F_2,$$
 (4.3)

где y – искомая функция, зависящая от времени; y'' и y' вторая и первая производные; p,q – постоянные коэффициенты;  $F_2$  – некоторая функция от времени.

При расчете переходных процессов за искомую функцию принимают либо ток в индуктивности  $i_L(t)$ , либо напряжение на емкости  $u_C(t)$ , которые называют *переменными состояния*. Такое название обусловлено тем, что именно процессы в реактивных элементах определяют характер переходного процесса. Так как согласно законам коммутации ток в индуктивности и напряжение на емкости до и после момента коммутации не меняют своих значений, то это позволяет просто найти начальные условия при решении дифференциальных уравнений.

Для того, чтобы была понятна связь между дифференциальными уравнениями и переходными режимами в электрических цепях, примем в качестве искомой функции ток в индуктивности  $i_L(t)$ . Тогда уравнения (4.2) и (4.3) примут вид

$$i_L'(t) + qi_L(t) = F_1;$$
 (4.4)

$$i''_{L}(t) + 2\delta i_{L}'(t) + \omega_{0}^{2} i_{L}(t) = F_{2}.$$
(4.5)

Функции  $F_1$  и  $F_2$  для линейных цепей постоянного тока представляют собой постоянные, определяемые параметрами источников энергии и структурой цепи.

Известно, что решением каждого из уравнений (4.4) и (4.5) является сумма двух составляющих:

$$i_L(t) = i_{\rm obin}(t) + i_{\rm q},$$
 (4.6)

где  $i_{\text{общ}}(t)$  – общее решение однородного уравнения, которое получается из уравнений (4.4) и (4.5) при  $F_1=0$  и  $F_2=0$ ;  $i_{\text{ч}}$  – частное решение уравнений (4.4) и (4.5).

Рассмотрим порядок решения уравнений.

1. Решение дифференциального уравнения первого порядка (4.4).

Соответствующее однородное уравнение имеет вид:

$$i_L'(t) + qi_L(t) = 0.$$
 (4.7)

Из теории дифференциальных уравнений известно, что общее решение  $i_{\rm oбщ}(t)$  линейного однородного уравнения первого порядка ищется в виде показательной функции:

$$i_{\text{общ}}(t) = Ce^{\alpha t}$$

где *С* – произвольная постоянная; *а* – корень характеристического уравнения.

Характеристическое уравнение получается из уравнения (4.7) заменой операции дифференцирования умножением на переменную характеристического уравнения α:

$$\alpha i_L(t) + qi_L(t) = 0.$$

Сокращая на  $i_L(t)$ , получим стандартный вид характеристического уравнения

$$\alpha + q = 0.$$

Корень полученного уравнения  $\alpha = -q$ . Тогда общее решение запишется в виде:

$$i_{\text{общ}}(t) = Ce^{-qt} . \tag{4.8}$$

Частным решением  $i_{4}$  является любое конкретное значение переменной i(t), которое при подстановке в исходное уравнение (4.4) дает тождество.

Применительно к переходным процессам в электрических цепях в качестве частного решения принимают установившееся значение рассматриваемой переменной, в данном случае – ток  $I_{Lycr}$  в индуктивности. Действительно, математическим условием достижения установившегося режима является требование  $t \rightarrow \infty$ . Поскольку выражение (4.6) дает величину тока в любой момент времени после коммутации, в том числе и в установившемся режиме, то, подставляя (4.8) в (4.6) и полагая  $t \rightarrow \infty$ , получим:

$$I_{Lyct} = \dot{i}_{obill}(t)_{t \to \infty} + \dot{i}_{q} = Ce^{-\infty} + \dot{i}_{q} = \dot{i}_{q}$$

В цепях постоянного тока установившееся значение тока – величина постоянная, поэтому из уравнения (4.4) следует очевидное равенство:

$$I_{Lyct} = \frac{F_1}{q}$$

Таким образом, решением уравнения первого порядка будет выражение

$$i_L(t) = Ce^{-qt} + I_{Lycr}.$$
(4.9)

Осталось найти постоянную *C*. Она находится из начального условия, т.е. по значению переменной  $i_L(t)$  (тока в индуктивности) при  $t = t_{+0} = 0$ . Полагая известным начальное значение тока  $i_L(t_{+0}) = i_{L+0}$ , и подставляя его в выражение (4.9), получим

$$i_{L+0} = Ce^{-q_0} + I_{Lyct} = C + I_{Lyct}$$
,

откуда находим  $C = i_{L+0} - I_{Lyct}$ .

Уравнение решено.

2. Решение дифференциального уравнения (4.5) второго порядка.

Соответствующее однородное уравнение имеет вид

$$i''_{L}(t) + 2\delta i_{L}'(t) + \omega_{0}^{2} i_{L}(t) = 0.$$
(4.10)

Характеристическое уравнение:

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0$$

106

Как известно, данное квадратное уравнение имеет два корня:

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}.$$

В зависимости от знака подкоренного выражения возможны три варианта: – оба корня вещественные и разные:  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ , если  $\delta^2 - \omega_0^2 > 0$ ;

- корни вещественные и одинаковые:  $\alpha_1 = \alpha_2 = -\delta$ , если  $\delta^2 - \omega_0^2 = 0$ ;

- корни комплексные сопряженные:  $\alpha_{1,2}=-\delta \pm j\omega_{cs}$ , если  $\delta^2 - \omega_0^2 < 0$ ; где  $\omega_{\tilde{n}\hat{a}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ .

Соответствующие выражения для общих решений уравнения (4.10) приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Вид корней	Вид общего решения
Вещественные и разные $\alpha_1 \neq \alpha_2$	$i_{\hat{1}\hat{a}\hat{u}}(t) = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t}$
Вещественные и одинаковые $\alpha_1 = \alpha_2 = -\delta$	$i_{\hat{i}\hat{a}\hat{u}}(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-\delta t}$
Комплексные сопряженные $\alpha_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{c_{\theta}}$	$i_{1\hat{a}\hat{u}}(t) = e^{-\delta t} (C_1 \sin \omega_{\tilde{n}\hat{a}} t + C_2 \cos \omega_{\tilde{n}\hat{a}} t)$

Общие решения уравнения второго порядка

Решением уравнения (4.5) является сумма общего и частного решений:

$$i_L(t) = i_{\text{общ}}(t) + i_{\text{ч}}.$$
 (4.11)

Общее решение берется из табл. 4.1 в соответствии с видом корней характеристического уравнения. Частное решение  $i_{\rm q}$  представляет собой установившееся значение тока в индуктивности:  $i_{\rm q} = I_{Lycr}$ .

Для определения произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$  необходимо знать начальные значения тока  $i_L(t_{+0}) = i_{L+0}$  и его производной  $i'_L(t_{+0}) = i'_{L+0}$ . Их определение рассмотрим дальше на примере решения конкретных задач, а сейчас полагаем их известными. Тогда для определения произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$  следует составить два уравнения для момента времени  $t = t_{+0} = 0$ . Составим их для случая вещественных и разных корней  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ .

В уравнение (4.11) подставим соответствующее выражение для общего решения и установившееся значение  $I_{Lycr}$  тока и положим  $t = t_{+0} = 0$ . В результате получим:

$$i_L(t_{+0}) = C_1 e^0 + C_2 e^0 + I_{Lycm} = C_1 + C_2 + I_{Lycm} = i_{L+0}.$$

Продифференцируем уравнение (4.11) с учетом вида общего решения:

$$i'_{L}(t) = i'_{i\,\dot{a}\dot{u}}(t) = C_{1}\alpha_{1}e^{\alpha_{1}t} + C_{2}\alpha_{2}e^{\alpha_{2}t}$$

и положим  $t = t_{+0} = 0$ . Тогда

$$i'_{L}(t_{+0}) = C_{1}\alpha_{1}e^{0} + C_{2}\alpha_{2}e^{0} = C_{1}\alpha_{1} + C_{2}\alpha_{2} = i'_{L+0}.$$

Решаем систему из полученных уравнений:

$$\begin{cases} i_{L+0} = C_1 + C_2 + I_{L \circ \tilde{n} \delta} \\ i'_{L+0} = C_1 \alpha_1 + C_2 \alpha_2 \\ C_2 \end{cases},$$

откуда найдем постоянные  $C_1$  и  $C_2$ .

Окончательно решение уравнения (6.5) запишется в виде:

$$G_L(t) = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} + I_{L \circ \tilde{n} \circ}.$$

Так как установившееся значение тока – величина постоянная, то из уравнения (4.5) следует очевидное равенство:

$$I_{L \circ \tilde{n} \circ} = \frac{F_2}{\omega_0^2}$$

Уравнение решено.

Для двух других видов корней характеристического уравнения произвольные постоянные находятся аналогично.

Таким образом, решение неоднородного дифференциального уравнения сводится к решению характеристического уравнения и нахождению произвольных постоянных по начальным условиям с учетом параметров установившегося режима после коммутации.

### 4.1.3. Расчет начальных условий и установившегося режима

В предыдущем разделе показано, что для расчета переходного процесса следует решить дифференциальное уравнение, для чего необходимо знать начальные условия и установившееся значение искомой величины. Поскольку переменными состояния, относительно которых составляются уравнения, являются ток в индуктивности  $i_L(t)$  и напряжение на емкости  $u_C(t)$ , то нахождение начальных и установившихся их значений связано с расчетом электрической цепи известными методами в установившихся режимах до и после коммутации. Действительно, согласно законам коммутации переменные состояния в момент  $t_{+0}$  сохраняют свои значения, которые они имели в момент  $t_{-0}$ , т.е. значения, которые соответствуют установившемуся режиму до коммутации.

Рассмотрим простейшие цепи первого и второго порядка и проведем расчет начальных и установившихся значений переменных состояния.

## 1. Цепи первого порядка

На рис. 4.1 представлены цепи первого порядка, содержащие активное сопротивление R, индуктивность L (а) и емкость C (б). Ключ K имеет два положения: 1 – цепь подключена к источнику E, и 2 – цепь отключена от источника и замкнута накоротко перемычкой. Процесс коммутации заключается в переключении ключа K из одного положения в другое. Напомним, что переключение ключа происходит мгновенно, и никаких процессов дугообразования не происходит.
Рассмотрим коммутацию при переключении *К* из положения 2 в положение 1. До коммутации цепи замкнуты накоротко. Очевидно, что токи в цепях отсутствуют, и напряжения на всех элементах цепей равны нулю.



б)

Рис. 4.1. Цепи первого порядка: а) активно-индуктивная цепь; б) активноемкостная цепь

Поэтому начальные значения тока  $i_{L+0}$  в индуктивности и напряжения  $u_{C+0}$  на емкости (*независимые начальные условия*) равны нулю:  $i_{L+0}=i_{L-0}=0$  и  $u_{C+0}=u_{C-0}=0$ .

При переключении K в положение 1 в цепях начинается переходный процесс, заканчивающийся установившимся режимом, который может быть рассчитан любым известным методом расчета цепей постоянного тока. В данном случае цепи одноконтурные, и для них уравнения ЗНК в установившемся режиме имеют вид:

– цепь рис. 4.1,а: 
$$I_L R = E$$
, (4.12)

т.к. напряжение на индуктивности в установившемся режиме равно нулю;

– цепь рис. 4.1,б: 
$$U_C = E$$
, (4.13)

т.к. ток в цепи с емкостью в установившемся режиме равен нулю.

Соответственно *установившиеся значения* переменных состояния из (4.12) и (4.13) равны:

$$I_{Lycr} = I_L = E/R;$$
  $U_{Cycr} = U_C = E.$ 

Рассмотрим коммутацию при переключении К из положения 1 в положение

2.

До коммутации цепи замкнуты на источник. Поэтому установившийся режим до коммутации описывается уравнениями (4.12) и (4.13). Тогда можно записать для *независимых начальных условий*:

 $i_{L+0} = i_{L-0} = I_L = E/R;$   $u_{C+0} = u_{C-0} = U_C = E.$ 

После переключения К в положение 2 начинается переходный процесс, который заканчивается установившимся режимом. Так как после коммутации цепи оказались замкнутыми накоротко, то очевидно, что *установившиеся значения* тока в индуктивности и напряжения на емкости равны нулю:

$$I_{Lyct} = 0; \qquad U_{Cyct} = 0.$$

Для наглядности сведем полученные результаты расчетов в табл. 4.2.

Схема Коммутация Установившийся Независимые ключа К начальные режим условия Рис.4.1,а  $2 \rightarrow 1$  $i_{L+0} = 0$  $I_{Lyct} = E/R$  $I_{Lyct} = 0$  $1 \rightarrow 2$  $i_{L+0} = E/R$  $U_{Cyct} = E$ Рис.4.1,б  $2 \rightarrow 1$  $u_{C+0} = 0$  $U_{Cvct} = 0$  $1 \rightarrow 2$  $u_{C+0} = E$ 

Начальные условия и параметры установившихся режимов

#### 2. Цепи второго порядка

На рис. 4.2 представлена цепь второго порядка, содержащая активное сопротивление R, индуктивность L и емкость C. Ключ K имеет два положения: 1 – цепь подключена к источнику E, и 2 – цепь отключена от источника и замкнута накоротко перемычкой. Процесс коммутации заключается в переключении ключа K из одного положения в другое.



Рис. 4.2. Цепь второго порядка

Данная цепь описывается дифференциальным уравнением второго порядка. Поэтому для определения произвольных постоянных необходимо знание начальных значений переменных состояния и их производных.

Ток и напряжение в индуктивности и емкости связаны соотношениями:

$$u_L = L \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}; \ i_C = C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} , \qquad (4.14)$$

110

Таблица 4.2

поэтому начальные значения производных

ых 
$$\left(\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\right)_{t=t_{+0}}$$
 и  $\left(\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right)_{t=t_{+0}}$  можно найти

из (4.14) через напряжение  $u_{L+0}$  на индуктивности и ток  $i_{C+0}$  в емкости в момент времени  $t=t_{+0}$ . Эти напряжения и ток называют зависимыми начальными условиями, поскольку они зависят от характера коммутации и, как правило, не равны таковым до коммутации.

Поэтому при определении начальных условий в цепи второго порядка будем определять как *независимые*, *так* и зависимые начальные условия.

Рассмотрим коммутацию при переключении К из положения 2 в положение 1.

До коммутации (ключ *К* в положении 2) цепь замкнута накоротко перемычкой. Поэтому ток и напряжения на всех элементах цепи равны нулю. Соответственно, *независимые начальные условия* 

 $i_{L+0} = i_{L-0} = 0$  и  $u_{C+0} = u_{C-0} = 0.$  (4.15)

Для расчета зависимых начальных условий необходимо рассмотреть цепь после коммутации в момент времени  $t=t_{+0}$  (рис. 4.3). На схеме обозначены мгновенные значения токов и напряжений на элементах в данный момент времени. Поскольку рассматриваются мгновенные значения тока и напряжений, то они обозначены прописными буквами.



Рис. 4.3. Цепь после коммутации

Уравнения ЗНК для цепи имеют вид:

$$u_{R+0} + u_{L+0} + u_{C+0} = E. (4.16)$$

В соответствии с (4.15) ток в цепи после коммутации  $i_{+0} = i_{L+0} = 0$ , поэтому падение напряжения на активном сопротивлении  $u_{R+0} = 0$ . Кроме того,  $u_{C+0} = 0$ . Тогда из уравнения (4.16) найдем:

$$u_{L+0}=E.$$

Физически это означает, что в момент коммутации в соответствии с законом электромагнитной индукции в индуктивности возникает напряжение самоиндукции (см. раздел 4.1.1 настоящего пособия).

Соответственно, зависимые начальные условия:

$$u_{L+0} = E$$
,  $i_{C+0} = 0$ .

В установившемся режиме после коммутации ток в цепи не течет, поскольку в цепи имеется емкость, поэтому падения напряжения на активном сопротивлении и индуктивности равны нулю, а напряжение на емкости равно ЭДС *Е*. Тогда в *установившемся режиме* имеем:

$$I_{Lyct} = 0;$$
  $U_{Cyct} = E.$ 

111

Рассмотрим коммутацию при переключении ключа К из положения 1 в положение 2.

До коммутации (ключ K в положении 1) цепь подключена к источнику E. В установившемся режиме ток через емкость не течет, поэтому до коммутации падения напряжения на активном сопротивлении и на индуктивности равны нулю, а напряжение на емкости равно ЭДС E. Тогда *независимые начальные условия* примут вид:

$$u_{C+0} = E$$
,  $i_{L+0} = 0$ .

Для расчета зависимых начальных условий рассмотрим цепь после коммутации в момент времени  $t=t_{+0}$  (рис. 4.4).



Рис. 4.4. Цепь после коммутации

В момент коммутации емкость была заряжена до величины ЭДС E. При замыкании ключа К емкость начнет разряжаться, а в индуктивности в соответствии с законом электромагнитной индукции возникнет напряжение  $u_{L+0}$ . Найдем его.

По закону коммутации ток в цепи в момент времени  $t=t_{+0}$  равен нулю, поэтому напряжение на активном сопротивлении и ток через емкость также равны нулю. С учетом сказанного и в соответствии с ЗНК находим:

$$u_{L+0} - u_{C+0} = 0$$
, или  $u_{L+0} = u_{C+0} = E$ .

Соответственно, зависимые начальные условия для данной схемы с учетом принятых положительных направлений запишутся в виде:

$$u_{L+0} = E, i_{C+0} = 0.$$

В установившемся режиме после коммутации в схеме рис. 4.4 емкость полностью разряжена, тока в цепи нет, и падения напряжения на элементах цепи равны нулю. Поэтому *установившиеся значения* переменных состояния после коммутации равны нулю:

$$I_{L_{\text{VCT}}} = 0; \qquad U_{C_{\text{VCT}}} = 0.$$

Для наглядности сведем полученные результаты расчетов в табл. 4.3.

Таблица 4.3

	The full difference of the second sec									
Коммутация	Независимые	Зависимые	Установившийся							
ключа К	начальные	начальные	режим							
	условия	условия								
2→1	$i_{L+0} = 0,  u_{C+0} = 0$	$u_{L+0} = E$ , $i_{C+0} = 0$	$I_{Lyct} = 0; U_{Cyct} = E$							
$1 \rightarrow 2$	$i_{L+0} = 0, \ u_{C+0} = E$	$u_{L+0} = E, i_{C+0} = 0$	$I_{L_{VCT}} = 0; U_{C_{VCT}} = 0$							

Начальные условия и параметры установившихся режимов

Рассмотрим расчет переходных процессов в цепях с индуктивностью и с емкостью.

1. Цепь, содержащая элементы R,L

Расчетная схема приведена на рис. 4.5. Коммутация происходит при замыкании ключа *К*.



Рис. 4.5. Расчетная схема с элементами R и L

Составляем уравнение по ЗНК для цепи после коммутации (ключ К замкнут) в соответствии с принятыми положительными направлениями тока и падений напряжения:

$$u_L(t) + u_R(t) = E$$

Переменным состояния, которое определяет поведение цепи в переходном процессе, является ток в индуктивности. Относительно него и запишем уравнение.

Выражая падения напряжения  $u_L(t)$  и  $u_R(t)$  через ток  $i_L(t)$  в цепи, получим дифференциальное уравнение первого порядка

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t) = E. \tag{4.17}$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$L\alpha + R = 0$$
 èëè  $\frac{L}{R}\alpha + 1 = 0.$ 

Величина L/R имеет размерность времени (с), называется постоянной времени и обозначается через  $\tau$ .

Находим корень характеристического уравнения:

$$\alpha = -\frac{1}{\tau}.$$

В соответствии с (4.9) решением уравнения (4.17) будет

$$i_L(t) = C e^{-\frac{t}{\tau}} + I_{L \circ \tilde{n} \circ}.$$

Согласно табл. 4.2 установившееся и начальное значения тока в индуктивности:  $I_{Lyct} = E/R$ ,  $i_{L+0} = 0$ .

Для момента времени  $t = t_{+0} = 0$  можно записать:

$$i_L(0) = Ce^0 + I_{Lyct} = C + I_{Lyct} = i_{L+0},$$

113

откуда находим произвольную постоянную С:

$$C = i_{L+0} - I_{Lyct} = -I_{Lyct} = -E/R.$$

Соответственно решение уравнения (4.17):

$$i_L(t) = -I_{L\acute{o}n\acute{o}}e^{-\frac{t}{\tau}} + I_{L\acute{o}n\acute{o}}.$$
(4.18)

Проанализируем полученный результат.

Первое слагаемое  $\left(-I_{Lono}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$  в (4.18) представляет собой общее решение

 $i_{\text{общ}}(t)$  исходного дифференциального уравнения. При  $t \to \infty$  оно стремится к нулю. Это значит, что оно характеризует переходный режим, затухающий с течением времени.

В теории переходных процессов общее решение уравнения, описывающего переходный процесс, называют *свободной составляющей* и обозначают  $i_{L_{CB}}(t)$ . Физически стремление к нулю свободной составляющей обусловлено наличием в цепи активного сопротивления, в котором имеют место необратимые потери энергии. Таким образом, с учетом принятых обозначений решение уравнения (4.17) имеет вид:

$$i_{L}(t) = i_{L\tilde{n}\tilde{a}}(t) + I_{L\tilde{n}\tilde{n}} = -I_{L\tilde{n}\tilde{n}}e^{-\frac{t}{\tau}} + I_{L\tilde{n}\tilde{n}} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$
(4.19)

Именно в таких обозначениях будем искать решение и в дальнейшем.

Теперь выясним физический смысл постоянной времени т. Рассмотрим интервал  $\Delta t = \tau$  и найдем, как изменяется свободная составляющая  $i_{LCB}(t)$  за данный промежуток времени. Для этого найдем отношение  $i_{LCB}(t+\tau)/i_{LCB}(t)$ :

$$\frac{\underline{i_{L\hat{n}\hat{a}}}(t+\tau)}{\underline{i_{L\hat{n}\hat{a}}}(t)} = \frac{-I_{L\hat{o}\hat{n}\hat{o}}}{-I_{L\hat{o}\hat{n}\hat{o}}}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{e}.$$

Полученный результат означает, что за интервал времени, равный постоянной времени цепи, свободная составляющая уменьшается в *е* раз.

С использованием (4.19) найдем, как изменяется напряжение на индуктивности в переходном процессе:

$$u_L(t) = L \frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} = E e^{-\frac{t}{\tau}}.$$
(4.20)

На рис. 4.6 приведены кривые изменения тока (а) и напряжения (б) на индуктивности в переходном режиме, построенные по выражениям (4.19) и (4.20).

Кривая тока  $i_L(t)$  является результатом от сложения кривых свободной составляющей  $i_{L_{CB}}(t)$  и установившегося режима  $I_{L_{YCT}}$ . Как видно из графиков, ток  $i_L(t)$  в индуктивности изменяется от значения, которое он имел до коммутации, а напряжение  $u_L(t)$  в момент коммутации претерпевает скачок.



Рис. 4.6. Переходные процессы в индуктивности: (а) – ток; (б) - напряжение

Отметим без доказательства, что проведенная в любой точке кривой переходного процесса касательная дает значение подкасательной, равное постоянной времени  $\tau$  цепи. Данный факт позволяет по величине  $\tau$  оценить время переходного процесса. Строго говоря, переходный процесс заканчивается в бесконечности. Но можно считать, что установившийся режим наступает в течение времени, равного (4...5) $\tau$ . Таким образом, если постоянная времени может быть определена без расчета переходного режима, то можно оценить время переходного процесса, зная параметры цепи.

Рассмотрим переходный процесс в той же цепи, но при отключении ее от источника. Расчетная схема приведена на рис. 4.7.



Рис. 4.7. Расчетная схема цепи

Ключ К отключает цепь от источника и замыкает ее накоротко перемычкой. До коммутации направление тока  $i_L(t)$  в цепи обозначено стрелкой. В момент коммутации согласно закону коммутации ток ни по величине, ни по направлению не изменился. Составим уравнения по ЗНК для цепи после коммутации и решим его.

$$u_L(t) + u_R(t) = 0.$$

Выражая падения напряжения  $u_L(t)$  и  $u_R(t)$  через ток  $i_L(t)$  в цепи, получим дифференциальное уравнение первого порядка

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = 0.$$
 (4.21)

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$L\alpha + R = 0$$
 èëè  $\frac{L}{R}\alpha + 1 = 0.$ 

Находим корень характеристического уравнения:

$$\alpha = -\frac{1}{\tau},$$

где  $\tau = L/R$  – постоянная времени цепи.

В соответствии с (4.9) решением уравнения (4.21) будет

$$i_L(t) = C e^{-\frac{t}{\tau}} + I_{L \circ \tilde{n} \circ}$$

Согласно табл. 4.2 установившееся и начальное значения тока в индуктивности:  $I_{Lycr} = 0$ ,  $i_{L+0} = E/R$ .

Для момента времени  $t = t_{+0} = 0$  можно записать:

$$i_L(0) = Ce^0 + I_{Lycr} = C + I_{Lycr} = i_{L+0},$$

откуда находим произвольную постоянную С:

$$C = i_{L+0} - I_{Lycr} = i_{L+0} = E/R$$

Соответственно решение уравнения (6.17) :

$$i_{L}(t) = i_{L+0} \ e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$
(4.22)

Напряжение на индуктивности в переходном процессе:

$$u_L(t) = L \frac{\operatorname{d} i_L(t)}{\operatorname{d} t} = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}.$$
(4.23)

На рис. 4.8 приведены кривые изменения тока (а) и напряжения (б) на индуктивности в переходном режиме, построенные по выражениям (4.22) и (4.23).



Рис. 4.8. Переходные процессы в индуктивности: (а) - тока; (б) - напряжения

Напряжение на индуктивности по величине в момент коммутации скачкообразно изменяется от нуля до - E, а затем по экспоненциальному закону изменяется до нуля.

Поскольку за время, равное постоянной времени, ток и напряжение уменьшаются в *e* раз, то по кривой переходного процесса, например, тока можно легко найти величину постоянной времени. Действительно, для  $t=\tau$  значение ординаты  $i_{\tau}$  кривой тока будет равно  $i_{\tau}=i_{L+0}/e=0.37i_{L+0}$ . Данное соотношение целесообразно использовать для нахождения постоянной времени по экспериментальным кривым переходных процессов в цепях первого порядка.

2. Цепь, содержащая элементы R, C

Расчетная схема приведена на рис. 4.9. Коммутация происходит замыканием ключа *К*.



Рис. 4.9. Расчетная схема с *R*,*C* элементами

Составляем уравнение по ЗНК для цепи после коммутации (ключ K замкнут) в соответствии с принятыми положительными направлениями тока  $i_C(t)$  и падений напряжения на емкости  $u_C(t)$  и на активном сопротивлении  $u_R(t)$ :

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

Переменным состояния, которое определяет поведение цепи в переходном процессе, является напряжение на емкости  $u_C(t)$ . Относительно него и запишем

уравнение, полагая 
$$i_C(t) = C \frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}$$
, и  $u_R(t) = Ri_C(t)$ :  
 $RC \frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + u(t) = E.$  (4.24)

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$RC\alpha + 1 = 0$$
 èëè  $\tau\alpha + 1 = 0$ ,

где  $\tau = RC$  – постоянная времени цепи, имеющая размерность времени (с).

Находим корень характеристического уравнения:

$$\alpha = -\frac{1}{\tau}.$$

В соответствии с (4.9) решением уравнения (4.24) будет

$$u_C(t) = C e^{-\frac{t}{\tau}} + U_{C\,\text{ono}},$$

где  $U_{Cyct}$  – установившееся значение напряжения на емкости после коммутации.

Согласно табл. 4.2 установившееся и начальное значения напряжения на индуктивности:  $U_{Cycr} = E$ ,  $u_{C+0} = 0$ .

Для момента времени  $t = t_{+0} = 0$  можно записать:

$$u_{C}(0) = Ce^{0} + U_{Cycr} = C + U_{Cycr} = u_{C+0},$$

откуда находим произвольную постоянную С:

$$C = u_{C+0} - U_{Cyct} = - U_{Cyct} = E.$$

Соответственно решение уравнения (4.24) :

$$u_{C}(t) = -U_{C\,\text{o}\,\tilde{n}\tilde{o}}e^{-\frac{t}{\tau}} + U_{C\,\text{o}\,\tilde{n}\tilde{o}} = -Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \tag{4.25}$$

Ток в емкости в переходном процессе:

$$i_C(t) = C \frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$
(4.26)

На рис. 4.10 приведены кривые изменения напряжения (а) и тока (б) в емкости в переходном режиме, построенные по выражениям (4.24) и (4.25).



Рис. 4.10. Переходные процессы в емкости: (а) – напряжение; (б) - ток

Кривая напряжения  $u_C(t)$  является результатом от сложения кривых свободной составляющей  $u_{CcB}(t)$  и установившегося режима  $U_{Cyct}$ . Как видно из графиков, напряжение  $u_C(t)$  в емкости изменяется от значения, которое оно имело до коммутации, а ток  $i_C(t)$  в момент коммутации претерпевает скачок.

Рассмотрим переходный процесс в той же цепи, но при отключении ее от источника. Расчетная схема приведена на рис. 4.11.

Ключ К отключает цепь от источника и замыкает ее накоротко перемычкой.



Рис. 4.11. Расчетная схема цепи

До коммутации направление напряжения  $u_C(t)$  в цепи обозначено стрелкой. В момент коммутации согласно закону коммутации напряжение ни по величине, ни по направлению не изменилось. Примем направление падения напряжения  $u_R(t)$  на активном сопротивлении, как на рис. 4.11, и составим уравнение по ЗНК:

$$u_C(t) + u_R(t) = 0$$

Студентам предлагается самостоятельно решить данное уравнение и построить соответствующие графики. Запишем лишь окончательное решение:

$$u_{C}(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Ток в емкости в переходном процессе:

$$i_C(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Знак минус в выражении для тока в емкости означает, что направление его противоположно принятому положительному направлению, указанному на рис. 4.11, т.е. физически происходит процесс разряда емкости.

#### 4.1.5. Расчет переходного процесса в цепях второго порядка

Расчет переходного процесса в цепях второго порядка рассмотрим на примере простейшей цепи с последовательным соединением элементов R,L,C (рис. 4.2) при подключении ее к источнику постоянного напряжения.

Расчетная схема переходного процесса представлена на рис. 4.12.



Рис. 4.12. Расчетная схема цепи второго порядка

Составляем уравнение по ЗНК для цепи после коммутации (ключ К замкнут) в соответствии с принятыми положительными направлениями тока и падений напряжения:

$$u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = E. (4.27)$$

Переменными состояния, которые определяют поведение цепи в переходном процессе, являются ток  $i_L(t)$  в индуктивности и напряжение  $u_C(t)$  на емкости. Расчет переходного процесса можно вести относительно любой из переменных состояния. Характеристическое уравнение при этом получается одно и то же. Данный факт предлагается студентам проверить самостоятельно. Мы же решим уравнение (4.27) относительно тока  $i_L(t)$  в индуктивности (он же ток в цепи).

Выражая падения напряжения  $u_L(t)$  и  $u_R(t)$  через ток  $i_L(t)$  в цепи, полагая  $u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_L(t) dt$ ,  $u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$  и  $u_R(t) = Ri_L(t)$ , получим уравнение

$$Ri_{L}(t) + L\frac{\mathrm{d}i_{L}(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i_{L}(t)\mathrm{d}t = E,$$

продифференцировав которое, придем к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$L\frac{\mathrm{d}i_{L}^{2}(t)}{\mathrm{d}t^{2}} + R\frac{\mathrm{d}i_{L}(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}i_{L}(t) = 0.$$
(4.28)

119

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$LC\alpha^2 + RC\alpha + 1 = 0.$$

Разделив обе части уравнения на *LC*, получим:

$$\alpha^2 + \frac{R}{L}\alpha + \frac{1}{LC} = 0.$$

Корни уравнения:

$$\alpha_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}.$$
(4.29)

Как было показано в разделе 4.1.2, вид решения дифференциального уравнения второго порядка зависит от вида корней характеристического уравнения. Поэтому рассмотрим два характерных случая:

– корни уравнения вещественные и разные ( $\alpha_1 \neq \alpha_2$ );

– корни уравнения комплексные сопряженные ( $\alpha_{1,2}$ =- $\delta \pm j\omega_{cs}$ ).

#### 1. Корни характеристического уравнения вещественные и разные ( $\alpha_1 \neq \alpha_2$ ).

В этом случае подкоренное выражение в (4.29) положительно, и корни соответственно равны:

$$\alpha_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}; \quad \alpha_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}.$$

Решением уравнения (4.28) согласно (4.11) и табл. 4.1 является выражение  $i_L(t) = i_{L\hat{i} \, \hat{a}\hat{u}}(t) + i_{\hat{+}} = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} + I_{L\hat{o}\hat{n}\hat{o}},$  (4.30)

где  $i_{\text{ч}} = I_{Lyct}$  – установившееся значение тока в индуктивности после коммутации. Падение напряжения на индуктивности в переходном режиме

$$u_{L}(t) = L \frac{\mathrm{d}i_{L}(t)}{\mathrm{d}t} = L C_{1} \alpha_{1} e^{\alpha_{1} t} + L C_{2} \alpha_{2} e^{\alpha_{2} t}.$$
(4.31)

Для определения произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$  необходимо знать независимые и зависимые начальные условия: соответственно ток  $i_{L+0}$  и напряжение  $u_{L+0}$  на индуктивности в начальный момент переходного процесса, т.е. при  $t=t_{+0}=0$ , и установившееся значение тока  $I_{Lvcr}$ .

В соответствии с табл. 4.3  $i_{L+0}=0$ ,  $u_{L+0}=E$  и  $I_{Lycr}=0$ .

Подставляя данные значения в (4.30) и (4.31) и полагая  $t=t_{+0}=0$ , получим систему уравнений для определения произвольных постоянных:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 0\\ LC_1\alpha_1 + LC_2\alpha_2 = E, \end{cases}$$
откуда находим:  $C_1 = \frac{E}{L(\alpha_1 - \alpha_2)}; \quad C_2 = -\frac{E}{L(\alpha_1 - \alpha_2)}.$ 

Окончательно ток и напряжение на индуктивности, в переходном режиме имеют вид:

$$i_{L}(t) = \frac{E}{L(\alpha_{1} - \alpha_{2})} e^{\alpha_{1}t} - \frac{E}{L(\alpha_{1} - \alpha_{2})} e^{\alpha_{2}t};$$
(4.32)

120

$$u_L(t) = \frac{E}{\alpha_1 - \alpha_2} \alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \frac{E}{\alpha_1 - \alpha_2} \alpha_2 e^{\alpha_2 t}.$$
(4.33)

Напряжение на емкости легко определяется по выражению (4.32), с учетом соотношения  $u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$ :  $u_C(t) = \frac{1}{LC} \frac{E}{\alpha_1(\alpha_1 - \alpha_2)} e^{\alpha_1 t} - \frac{1}{LC} \frac{E}{\alpha_2(\alpha_1 - \alpha_2)} e^{\alpha_2 t} + \dot{A}_U,$  (4.34)

где  $A_U$  постоянная интегрирования. Ее значение определяется по величине напряжения на емкости в установившемся режиме: при  $t=\infty$  напряжение на емкости равно E (см. табл. 4.3). Тогда, подставив в (4.34)  $t=\infty$ , получим:

 $A_U = E$ .

Вид кривых напряжения на реактивных элементах и тока в цепи представлены на рис. 4.13.



Рис. 4.13. Переходные процессы в цепи второго порядка: (a) - напряжения на реактивных элементах; (б) - ток

Напряжение на емкости  $u_C(t)$ , как и ток i(t) в цепи (ток в индуктивности), в соответствии с законами коммутации в переходном процессе начинают свое изменение от тех значений, которые они имели в момент до коммутации. Напряжение на индуктивности  $u_L(t)$  в момент коммутации претерпевает скачок и в процессе переходного режима устремляется к нулю, меняя знак. При этом в момент перехода напряжения на индуктивности через ноль  $(t=t_{max})$ , ток в цепи достигает максимума. Время  $t_{max}$  можно определить из выражения:

$$t_m = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

Сочетание параметров цепи, при котором имеет место апериодический переходный процесс, определяется знаком дискриминанта в (4.29):

$$\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC} \ge 0.$$

В случае, когда величина емкости и индуктивности фиксированы, критическая величина активного сопротивления, при котором процесс еще апериодический, определяется выражением

$$R_{\rm kp} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.\tag{4.35}$$

# 2. Корни характеристического уравнения комплексные ( $\alpha_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{c_{\theta}}$ ). В соответствии с (4.29) приняты обозначения:

$$\delta = -\frac{R}{2L}; \quad \omega_{\tilde{n}\hat{a}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$
 (4.36)

Решением уравнения (4.28) согласно (4.11) и табл. 4.1 является выражение  $i_L(t) = e^{-\delta t} (C_1 \sin \omega_{\tilde{n}\tilde{a}} t + C_2 \cos \omega_{\tilde{n}\tilde{a}} t) + I_{Lo\tilde{n}\tilde{o}}.$  (4.37)

Напряжение на индуктивности в переходном режиме (промежуточные преобразования опускаем)

$$u_{L}(t) = L \frac{\mathrm{d}i_{L}(t)}{\mathrm{d}t} = L e^{-\delta t} \Big[ C_{1} \Big( \omega_{\tilde{n}\tilde{a}} \cos \omega_{\tilde{n}\tilde{a}} t - \delta \sin \omega_{\tilde{n}\tilde{a}} t \Big) - C_{2} \Big( \delta \cos \omega_{\tilde{n}\tilde{a}} t + \omega_{\tilde{n}\tilde{a}} \sin \omega_{\tilde{n}\tilde{a}} t \Big) \Big].$$
(4.38)

Для определения произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$  необходимо знать независимые и зависимые начальные условия: ток  $i_{L+0}$  и напряжение  $u_{L+0}$  на индуктивности в начальный момент переходного процесса, т.е. при  $t=t_{+0}=0$ , и установившееся значение тока  $I_{L_{VCT}}$ .

В соответствии с табл. 4.3  $i_{L+0}=0$ ,  $u_{L+0}=E$  и  $I_{Lycr}=0$ .

Подставляя данные значения в (4.37) и (4.38) и полагая  $t=t_{+0}=0$ , получим систему уравнений для определения произвольных постоянных:

$$\begin{cases} C_2 = 0 \\ LC_1 \omega_{\hat{n}\hat{a}} = E, \end{cases}$$

откуда находим:  $C_1 = \frac{E}{L\omega_{\tilde{n}\hat{a}}}; C_2 = 0.$ 

Окончательно выражения для тока и напряжения на индуктивности имеют вид:

$$i_{L}(t) = \frac{E}{L\omega_{\tilde{n}\hat{a}}} e^{-\delta t} \sin \omega_{\tilde{n}\hat{a}} t; \qquad (4.39)$$
$$u_{L}(t) = E \frac{\sqrt{\delta^{2} + \omega_{\tilde{n}\hat{a}}^{2}}}{\omega_{\tilde{n}\hat{a}}} e^{-\delta t} \sin(\omega_{\tilde{n}\hat{a}} t - \varphi),$$

где  $\phi$ =arctg( $\omega_{ce}/\delta$ ).

Полученный результат показывает, что в цепях постоянно тока в переходных режимах при соответствующих соотношениях параметров могут возникать колебательные процессы. Кривая тока в индуктивности приведена на рис. 4.14.

Кривая тока представляет собой затухающую синусоиду с периодом  $T=2\pi/\omega_{c_{\theta}}$ . Величина  $\omega_{c_{\theta}}$  носит название частоты свободных колебаний.

Амплитуда тока изменяется по экспоненциальному закону в соответствии с (4.39). Величина б называется коэффициентом затухания.

Найдем отношение максимумов тока, отстоящих друг от друга на период  $(I_{m1} \text{ и } I_{m2} \text{ на рис. 4.14})$ . Очевидно, что гармонические функции принимают одина-

ковые значения при изменении аргумента на  $2\pi$  (или изменении *t* на период), поэтому отношение  $\Delta$  соседних амплитуд тока примет вид:



Рис. 4.14. Кривая тока в индуктивности в переходном режиме

Эта величина носит название декремента колебаний и, как видно из полученного выражения, зависит от коэффициента затухания  $\delta$  и периода колебаний T. Таким образом, декремент колебаний  $\Delta$  определяет длительность переходного процесса в цепи второго порядка. Скорость затухания переходного процесса характеризуется логарифмическим декрементом колебаний  $\upsilon$ :

$$\upsilon = \ln \Delta = \ln \frac{i_L(t+T)}{i_L(t)} = \delta T.$$

По гармоническому закону с теми же параметрами ( $\delta$  и  $\omega_{co}$ ) также изменяются и падения напряжения на элементах цепи.

При коммутации, заключающейся в отключении рассмотренной цепи от источника и замыкании ее перемычкой (рис. 4.4), расчет переходного режима ведется аналогично. Студентам предлагается проделать это самостоятельно.

#### 4.1.6. Этапы расчета переходных процессов в цепях первого и второго порядка

Рассмотренный в предыдущих разделах метод расчета переходных процессов в линейных электрических цепях постоянного тока основан на решении дифференциальных уравнений классическим способом, поэтому он носит название классического метода расчета переходных режимов.

В заключение раздела, посвященного переходным процессам, целесообразно изложить последовательные этапы расчета, что систематизирует восприятие изложенного материала.

1. Определяется характер коммутации и изображается электрическая схема до и после коммутации.

2. Производится расчет установившихся режимов до и после коммутации, в результате которого определяются независимые начальные условия и установившиеся значения переменных состояния.

3. Производится расчет цепи для момента времени непосредственно после осуществления коммутации, из которого определяются зависимые начальные условия (данный расчет производится для цепей второго порядка).

4. Для цепи после коммутации составляются уравнения по законам Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений.

5. Преобразуют уравнения таким образом, чтобы в качестве переменной величины было одно из переменных состояния: ток в индуктивности или напряжение на емкости.

6. Составляют характеристическое уравнение, определяют его корни.

7. В соответствии с видом корней и значениями переменной состояния в установившемся режиме записывают общее решение уравнения.

8. С использованием рассчитанных в п.п. 2 и 3 начальных условий определяются произвольные постоянные интегрирования.

9. Записывают ток и напряжение в реактивном элементе в окончательном виде с учетом постоянных интегрирования и строят кривые переходного процесса.

Помимо классического метода существуют иные подходы к решению задачи расчета переходных режимов, а именно расчет переходных процессов операторным методом, либо численным методом с применением компьютера. В настоящем пособии они не рассматриваются, поскольку в лабораторном практикуме исследуются простейшие цепи. Для ознакомления с другими методами расчета студентам следует обратиться к учебникам и учебным пособиям по курсу ТОЭ или ОТЦ.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

## 1. Цель работы.

Экспериментальное исследование переходных процессов в цепи с последовательным соединением элементов при включении на источник переменного напряжения прямоугольной формы.

Наименование	Количество						
Функциональный генератор (ФГ)	1						
Осциллограф	1						
Резистор <i>R1</i> =330 Ом	1						
Резистор R2=1 кОм	1						
Резистор <i>R3</i> =5 кОм	1						
Резистор <i>R</i> 4=10 кОм	1						
Дроссель линейный $L1$ ( $L=0.28$ Гн, $R_L=15$ Ом)	1						
Конденсатор С1=0.1 мкФ	1						

#### Перечень источников, приборов и минимодулей

## 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (функциональный генератор ФГ, осциллограф, комплект минимодулей, наборное поле). Инструкция для работы с электронным осциллографом, работающим под управлением с компьютера, приведена в Приложении 1.

2.2. Включить компьютер и запустить программу электронного осциллографа DiSco. Через главное меню «Аналоговые сигналы - обработка» инвертировать сигнал канала B, активировав опцию «В=-В». С помощью мыши запустить работу осциллографа кнопкой "Цикл" на панели "Управление".

2.3. Включить электропитание стенда и ФГ. Установить тумблер «Форма» ФГ в режим прямоугольных импульсов. С помощью регуляторов ФГ выставить частоту 100 Гц и амплитуду напряжения 5 В. Подключить щупы одного из каналов осциллографа к выходу ФГ. Щуп канала А помечен красным цветом, щуп канала В - синим цветом, а щупы «земля» обоих каналов - черным цветом. Манипулируя ручками настройки масштаба по вертикальной оси осциллографа "Канал А", "Канал В" и ручкой масштаба развертки "Период" добиться наблюдения на экране осциллографа одного период сигнала прямоугольной формы. По показаниям осциллографа скорректировать регуляторами ФГ частоту и амплитуду напряжения сигнала до заданных значений. Выключить ФГ и отключить от него щупы осциллографа.

2.4. Исследование цепи RL.

2.4.1. Собрать цепь (рис.1). Поставить перемычку в положение П1, подключив тем самым последовательно соединенные дроссель L1 и резистор R1 к клеммам  $\Phi\Gamma$ . К выводам дросселя подключить щупы канала A осциллографа, а к выводам резистора – щупы канала B. Щупы «земля» обоих каналов должны быть подключены к клеммам наборного поля в месте соединения дросселя и резистора. Предъявить схему для проверки преподавателю.

2.4.2. Включить ФГ. С помощью мыши на лицевой панели осциллографа активировать кнопку управления «Однокр». На экране осциллографа можно наблюдать два сигнала: напряжение на дросселе (канал А, красная линия) и напряжение на резисторе (канал В, синяя линия), аналогичное по форме току в цепи. С помощью маркерных линий по показаниям осциллографа определить постоянную времени  $\tau$  и установившийся ток  $I_{Ly}$  в цепи (рассчитав его через величину  $U_{Ry}$ ). Занести опытные значения  $\tau$  и  $I_{Ly}$  в табл. 1.

2.4.3. Через меню осциллографа «Файл - Сохранить как растровый рисунок» записать в файл копию экрана, создав на указанном преподавателем диске папку с номером группы.

2.4.4. Повторить измерения с резистором R2, переставив перемычку в положении  $\Pi 2$ . Результаты измерений занести в табл.1, записать в файл копию экрана осциллографа. Выключить  $\Phi\Gamma$ .



Рис.1. Схема для исследования переходных процессов в RL-цепи

Таблица 1

цень кл								
Сопротивление, Ом		Предварит	гельный расчет	Опыт				
		τ, мс	<i>I<sub>Ly</sub></i> , мА	τ, мс	<i>I<sub>Ly</sub></i> , мА			
<i>R1</i>								
<i>R2</i>								

זת דו

2.5. Исследование цепи RC.

2.5.1. Собрать цепь (рис.2), подключив к клеммам  $\Phi\Gamma$  последовательно соединенные конденсатор *C1* и резистор *R3*. Для этого поставить перемычку в положении *П1*. К выводам конденсатора подключить щупы канала A, а к выводам резистора – щупы канала B осциллографа. Контакты «земля» обоих каналов должны быть подключены к клеммам наборного поля в месте соединения конденсатора и резистора. Предъявить схему для проверки преподавателю.

2.5.2. Включить ФГ. С помощью мыши на лицевой панели осциллографа активировать кнопку управления «Однокр». На экране осциллографа можно наблюдать два сигнала: напряжение на конденсаторе (канал А, красная линия) и напряжение на резисторе (канал В, синяя линия), аналогичное по форме току в цепи. С помощью маркеров по показаниям осциллографа определить постоянную времени цепи  $\tau$ , установившееся напряжение на конденсаторе  $U_{Cy}$  и амплитуду импульса напряжения  $U_0$  на резисторе, аналогичного по форме току  $I_0$  в цепи. Занести величины  $\tau$  и  $U_{Cy}$ ,  $I_0$  в табл. 2. Записать в файл результат эксперимента.

2.5.3. Повторить измерения с резистором R4, переставив перемычку в положении  $\Pi 2$ . Результаты измерений занести в табл.2, записать в файл копию экрана осциллографа. Выключить  $\Phi\Gamma$ .



Рис.2. Схема для исследования переходных процессов в RC-цепи

Таблица 2

			Це	епь <i>RC</i>			
Сопротивление, Ом		Пред	дварительн	ый расчет	Опыт		
		τ, мс	$U_{Cy}, \mathbf{B}$	<i>I</i> <sub>0</sub> , мА	τ, мс	$\tau, \mathrm{MC}  U_{Cv}, \mathrm{B}  I_0, \mathrm{I}$	
<i>R3</i>							
<i>R4</i>							

2.6. Исследование цепи RLC (апериодический режим).

2.6.1. Собрать цепь (рис.3), подключив к клеммам  $\Phi\Gamma$  последовательно соединенные конденсатор *C1*, дроссель *L1* и резистор *R3* (поставив перемычку в положение П1). Подключить щупы канала А осциллографа к выходу  $\Phi\Gamma$ , а щупы канала В – к выводам резистора. 2.6.2. Включить ФГ. С помощью мыши на лицевой панели осциллографа активировать кнопку управления «Однокр». Установить удобные для наблюдения сигнала масштабы по вертикали и горизонтали. С помощью маркеров измерить относительно установившегося значения амплитуду скачка напряжения на резисторе  $U_{Rm}$ , а также время достижения максимума  $t_m$ . Определить через  $U_{Rm}$  величину  $I_m$ . Занести  $I_m$  и  $t_m$  в табл.3. Записать в файл результат эксперимента.



Рис.3. Схема для исследования переходных процессов в RLC-цепи

Таблица 3

Цепь *RLC (апериодический режим)* 

Предва	рительный ра	асчет при <i>І</i>	<i>R3</i> = Ом	0	пыт
δ	ω <sub>0</sub> , 1/c	<i>I</i> <sub><i>m</i></sub> , мА	<i>t<sub>m</sub></i> , MC	$I_m$ , B	<i>t<sub>m</sub></i> , MC

2.7. Исследование цепи RLC (колебательный режим).

2.7.1. Переставить перемычку в схеме (рис.3) в положение  $\Pi 2$ , включив тем самым последовательно с C1 и L1 резистор R1.

2.7.2. Включить ФГ. С помощью мыши на лицевой панели осциллографа активировать кнопку управления «Однокр». Установить удобные для наблюдения сигнала масштабы по вертикали и горизонтали. С помощью маркеров осциллографа измерить относительно установившегося значения амплитуды напряжения на резисторе  $U_{Rm1}$ ,  $U_{Rm2}$ , соответствующие максимальным значениям двух соседних колебаний одного знака, а также отрезок, соответствующий периоду  $T_{c6}$  затухающих колебаний. Занести величину  $T_{c6}$ , а также  $I_{m1}$  и  $I_{m2}$  (рассчитав их через  $U_{Rm1}$ ,  $U_{Rm2}$ ) в табл.4. Записать в файл результат эксперимента. Выключить ФГ.

Таблица 4

	цень кле (колеоительный режим)									
Предварительный расчет при <i>R1</i> = Ом				Опыт		Расчет				
δ	ω <sub>0</sub> , 1/c	ω <i>се</i> , 1/c	$T_{c_{6}},  \mathrm{Mc}$	$T_{c\theta}$ , MC	<i>I<sub>m1</sub></i> , мА	<i>I</i> <sub>m2</sub> , мА	υ			

Цепь RLC (колебательный режим)

## 3. Расчеты и построения

3.1. Для цепи с последовательным соединением дросселя и резистора рассчитать постоянную времени  $\tau$  и установившийся ток *Iy* при двух различных значениях сопротивления резистора (*R1 и R2*). Результаты вычислений занести в табл.1. Построить расчетные кривые зависимостей напряжения на дросселе *u*(*t*) и тока *i*(*t*) через него при подключении к источнику постоянного напряжения с амплитудой 10 В. Сравнить величины  $\tau$  и *Iy*, полученные из опыта, с их расчетными значениями.

3.2. Для цепи с последовательным соединением конденсатора и резистора рассчитать постоянную времени  $\tau$ , амплитуду броска тока  $I_0$  и установившееся напряжение Uy на конденсаторе C1 при двух различных значениях сопротивления резистора ( $R3 \ u \ R4$ ). Результаты вычислений занести в табл.2. Построить расчетные кривые зависимостей напряжения на конденсаторе u(t) и тока i(t) через него при подключении к источнику постоянного напряжения с амплитудой 10 В. Сравнить величины  $\tau$  и Uy, полученные из опыта, с их расчетными значениями.

3.3. Для апериодического режима работы цепи с последовательным соединением конденсатора, дросселя и резистора рассчитать коэффициент затухания  $\delta$ , резонансную частоту  $\omega_0$ , амплитуду максимума тока  $I_m$  и время его достижения  $t_m$ . Результаты вычислений занести в табл.3. Сравнить опытные значения  $I_m$  и  $t_m$  с расчетными.

3.4. Для колебательного режима работы цепи с последовательным соединением конденсатора, дросселя и резистора рассчитать коэффициент затухания  $\delta$ , резонансную частоту  $\omega_0$ , частоту  $\omega_{cs}$  и период  $T_{cs}$  свободных затухающих колебаний. Результаты вычислений занести в табл.4. Сравнить опытное значение периода свободных затухающих колебаний с расчетным. По данным опыта рассчитать и занести в табл.4 величину логарифмического декремента колебаний  $\upsilon$ .

#### 4. Содержание отчета

4.1. Титульный лист.

4.2. Наименование и цель работы.

4.3. Электрические схемы опытов.

4.4. Таблицы с результатами опытов.

4.5. Расчет постоянных времени *RL*-цепи для сопротивлений *R1* и *R2*.

4.6. Расчетные кривые зависимостей напряжения u(t) и тока i(t) дросселя при подключении *RL*-цепи к источнику, амплитуда напряжения которого скачком изменяется на 10 В. Графики соответствующих экспериментальных зависимостей.

4.7. Расчет постоянных времени *RC*-цепи для сопротивлений *R3* и *R4*.

4.8. Расчетные кривые зависимостей напряжения u(t) и тока i(t) конденсатора при подключении *RC*-цепи к источнику, амплитуда напряжения которого скачком изменяется на 10 В. Графики соответствующих экспериментальных зависимостей.

4.9. Расчет параметров переходного процесса в *RLC*-цепи, расчет по данным опыта логарифмического декремента колебаний  $\upsilon$ , Графики экспериментальных зависимостей напряжения на резисторе  $u_R(t)$  в апериодическом и колебательном режиме.

4.10. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

## 5. Контрольные вопросы

5.1. Почему в электрических цепях возникают переходные процессы?

5.2. Какой режим работы цепи называется установившимся?

5.3. Что такое постоянная времени, от чего она зависит?

5.4. Как практически оценивается время переходного процесса в цепи?

5.5. Как определить постоянную времени опытным путем?

5.6. Почему для пассивной электрической цепи корни характеристического уравнения должны быть отрицательными вещественными, либо комплексными сопряженными с отрицательной вещественной частью?

5.7. От чего зависит порядок электрической цепи?

5.8. Почему ток в дросселе и напряжение на конденсаторе не могут изменяться скачком?

5.9. Как изменяется характер кривых  $U_L(t)$  и  $i_L(t)$  в цепи *RL* при разных сочетаниях параметров *R* и *L*?

5.10. Как изменяется характер кривых  $U_C(t)$  и  $i_C(t)$  в цепи *RC* при разных сочетаниях параметров *R* и *C*?

5.11. Как изменится ток в цепи *RL* при переходном процессе за время  $t=\tau$ ? Сравните его величину с установившимся значением тока.

5.12. Как за время  $t=\tau$  изменится напряжение в цепи *RC* при переходном процессе? Сравните его величину с установившимся значением напряжения.

5.13. От чего и как зависит характер переходного процесса в цепи RLC?

5.14. Какой процесс называется апериодическим? При каких условиях он возникает?

5.15. При каком соотношении параметров в цепи *RLC* переходный процесс будет колебательным?

5.16. Какой физический смысл корней характеристического уравнения?

5.17. Что такое коэффициент затухания и как его величина влияет на переходный процесс?

5.18. Что такое логарифмический декремент колебаний и как он связан с коэффициентом затухания?

5.19. Может ли частота свободных затухающих колебаний в цепи *RLC* быть равной или больше резонансной частоты этого контура? Почему?

5.20. Какое влияние на переходный процесс в цепи *RLC* оказывает изменение величины сопротивления?

## 5. ИНДУКТИВНО-СВЯЗАННЫЕ ЦЕПИ

#### 5.1. Краткие теоретические сведения

#### 5.1.1. Основные понятия и определения

Открытое Фарадеем в 1831 году явление электромагнитной индукции лежит в основе закона электромагнитной индукции, являющимся одним из фундаментальных законов теории электромагнитных явлений. Суть его заключается в том, что при любом изменении магнитного поля, пронизывающего какой-либо контур, в нем возникает электродвижущая сила. Поскольку возникновение ЭДС связано с появлением электрического поля, можно сделать вывод о том, что оба эти поля – магнитное и электрическое – являются двумя сторонами единого электромагнитного поля.

Рассмотрим контур 1, по которому течет ток  $i_1$  (рис. 5.1,а) [2]. Магнитный поток  $\Phi_1$ , сцепленный с контуром, определяется током  $i_1$ . Этот поток называется потоком самоиндукции.



а)
 Б)
 Рис. 5.1. Индуктивная связь между контурами:
 а) первый контур с током; б) второй контур в магнитном поле первого

Контур может представлять собой катушку с числом витков  $w_1$ . Поток самоиндукции сцепляется со всеми витками. Поэтому вводят понятие потокосцепления самоиндукции  $\Psi_1$ , которое определяется как произведение магнитного потока самоиндукции  $\Phi_1$  на число витков  $w_1$ :

$$\Psi_1 = w_1 \Phi_1 .$$

Связь потокосцепления самоиндукции  $\Psi_1$  с вызвавшим его током  $i_1$  определяется выражением

$$\Psi_1 = L_1 i_1 , \qquad (5.1)$$

где  $L_1$  – собственная индуктивность или просто индуктивность контура, зависящая от его геометрических размеров, числа витков и свойств среды, в которой он расположен.

Если по каким-то причинам происходит изменение потокосцепления  $\Psi_1$  (за счет изменения тока, геометрии контура, числа витков или свойств среды), то в соответствии с законом электромагнитной индукции в витках катушки возникает

ЭДС самоиндукции *e*<sub>L1</sub>, величина которой пропорциональна скорости изменения потокосцепления:

$$e_{L1} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_1}{\mathrm{d}t} = -L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - i_1 \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}.$$

Для линейных цепей, рассматривающихся в настоящем разделе,  $L_1$  =const, и ЭДС самоиндукции определяется лишь скоростью изменения тока:

$$e_{L1} = -L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}.$$

Знак минус означает, что в системе контуров с электрическими токами существует тенденция к сохранению неизменными магнитных потоков, сцепленных с ними. При всякой попытке изменить эти потоки в контурах возникают электродвижущие силы, вызывающие токи, стремящиеся воспрепятствовать этому изменению.

ЭДС самоиндукции соответствует равное по величине, но противоположное по направлению напряжение самоиндукции *u*<sub>L1</sub> :

$$u_{L1} = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}.\tag{5.2}$$

Расположим рядом с первым контур 2 (рис. 5.1,б). Силовые линии магнитного поля первого контура сцепляются со вторым. При этом не весь магнитный поток  $\Phi_1$  пронизывает второй контур. Часть потока первого контура, сцепляющаяся со вторым контуром, называется потоком взаимной индукции и обозначается  $\Phi_{21}$ . Соответственно потокосцепление взаимной индукции  $\Psi_{21}$  со вторым контуром пропорционально току первого контура:

$$\Psi_{21} = w_2 \, \Phi_{21} = M \cdot i_1, \tag{5.3}$$

где  $w_2$  – число витков второго контура; M – взаимная индуктивность между контурами, зависящая от геометрических размеров контуров, их взаимного расположения, числа витков и свойств среды, в которой они находятся.

Разность между потоками самоиндукции  $\Phi_1$  и взаимоиндукции  $\Phi_{21}$  называется потоком рассеяния и обозначается  $\Phi_{51}$ .

При изменении потокосцепления взаимной индукции  $\Psi_{21}$  во втором контуре в соответствии с законом электромагнитной индукции возникает ЭДС взаимной индукции  $e_{21}$ , равная

$$e_{21} = -M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

и соответствующее этой ЭДС напряжение взаимной индукции *u*<sub>21</sub>:

$$u_{21} = M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}.\tag{5.4}$$

Аналогичные рассуждения справедливы и в случае протекания тока  $i_2$  во втором контуре.

Току  $i_2$  второго контура соответствует поток  $\Phi_2$  и потокосцепление самоиндукции  $\Psi_2$  (на рис. 5.1 не обозначены):

$$\Psi_2 = w_2 \, \Phi_2 = L_2 i_2, \tag{5.5}$$

где  $L_2$  – индуктивность второго контура. Соответственно, во втором контуре возникает напряжение самоиндукции  $u_{L2}$ :

$$u_{L2} = L_2 \frac{di_2}{dt}.$$
 (5.6)

Часть  $\Phi_{12}$  потока  $\Phi_2$  второго контура (поток взаимной индукции) сцепляется с первым контуром. Тогда потокосцепление первого контура от потока  $\Phi_{12}$  равно:

$$\Psi_{12} = w_1 \, \Phi_{12} = M i_2. \tag{5.7}$$

При этом в первом контуре возникает напряжение взаимной индукции *и*<sub>12</sub>

$$u_{12} = M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}.\tag{5.8}$$

Таким образом, поток каждого контура складывается из собственного потока самоиндукции и потока взаимной индукции, созданного током в другом контуре. Если в электрической цепи имеется несколько пар индуктивно-связанных контуров, то взаимной индуктивности M также присваиваются два индекса, например,  $M_{12}$  и  $M_{13}$ .

Двойные индексы в обозначениях величин взаимной индукции обозначают следующее: первый индекс указывает, с какой цепью сцепляется поток взаимной индукции, а второй указывает на ток, создающий поток взаимной индукции. В линейных цепях для индуктивно-связанных катушек справедливо равенство

$$M_{12} = M_{21} = M.$$

Степень магнитной связи контуров (или индуктивных катушек) принято оценивать коэффициентом связи k, который характеризует долю потокосцеплений взаимной индукции в потоках каждой катушки и с учетом выражений (5.1), (5.3), (5.5), (5.7) равен:

$$k = \sqrt{\frac{\Psi_{21} \cdot \Psi_{12}}{\Psi_1 \cdot \Psi_2}} = \sqrt{\frac{Mi_1 \cdot Mi_2}{L_1 i_1 \cdot L_2 i_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}.$$

При одновременном пропускании токов в индуктивно связанных катушках магнитный поток самоиндукции каждой катушки и поток взаимоиндукции от индуктивно связанной с ней другой катушки могут совпадать по направлению, а могут быть направлены навстречу друг другу. В первом случае говорят, что контуры включены согласно, а во втором – встречно. Так как направление магнитного потока в контуре (катушке), созданного током этого контура, связано с направлением этого тока правилом буравчика, то вид включения (согласный или встречный) зависит от направления токов в каждом из этих контуров.

Для того, чтобы однозначно определять вид включения катушек, вводят понятие одноименных зажимов, которые обозначаются звездочкой. Если на электрической схеме токи в индуктивно-связанных катушках ориентировать относительно звездочек одинаково, то получается согласное включение катушек. В противном случае – встречное включение. Соответственно, и напряжения само- и взаимоиндукции в согласно включенных катушках ориентированы относительно одноименных зажимов одинаково. Для иллюстрации на рис. 5.2 показаны направления токов и напряжений в согласно (а) и встречно (б) включенных катушках.



Рис. 5.2. Напряжения само- и взаимоиндукции в индуктивно-связанных катушках: а) согласное включение; б) встречное включение

Направление падения напряжения самоиндукции, например,  $u_{L1}$  совпадает с направлением тока  $i_1$  в катушке. Падение напряжения взаимоиндукции  $u_{12}$  в первой катушке направлено относительно одноименного зажима так же, как направлен ток  $i_2$  относительно одноименного зажима второй катушки. Аналогично определяются направления остальных падений напряжения на рис. 5.2.

Очевидно, что общее падение напряжения на каждой катушке равно алгебраической сумме падений напряжения само- и взаимоиндукции.

В случае гармонических токов комплексы действующих значений напряжений само- и взаимоиндукции, например, для катушек рис. 5.2,а имеют вид:

$$\dot{U}_{L1} = j\omega L_1 \dot{I}_1, \ \dot{U}_{12} = j\omega M \dot{I}_2, \ \dot{U}_{L2} = j\omega L_2 \dot{I}_2, \ \dot{U}_{21} = j\omega M \dot{I}_1,$$
 (4.9)

где  $\omega$  – угловая частота гармонического тока;  $\dot{I}_1, \dot{I}_2$  – комплексы действующих значений токов в катушках.

#### 5.1.2. Расчет электрических цепей при наличии взаимной индукции

Рассмотрим порядок расчета цепей с взаимной индукцией на примере последовательного соединения индуктивно-связанных катушек.

Расчетная схема цепи приведена на рис. 5.3. Звездочка в скобках означает расположение одноименного зажима второй катушки при встречном включении.



Рис. 5.3. Расчетная схема цепи с последовательным соединением катушек

Поскольку катушки индуктивности 1 и 2 как устройства намотаны проводом с конечным активным сопротивлением, то они на схеме представлены в виде последовательно соединенных активного сопротивления и индуктивности. На расчетной схеме показаны положительные направления тока  $\dot{I}$ , входного напряжения  $\dot{U}$  и падений напряжения на катушках  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ .

Составим уравнения ЗНК для контура цепи, обойдя его по часовой стрелке. С учетом направлений падений напряжений на индуктивных элементах в соответствии с рис. 5.2 и соотношениями (5.9) получим:

$$\dot{U} = \dot{I}R_{1} + j\omega L_{1}\dot{I} \pm j\omega M\dot{I} + \dot{I}R_{2} + j\omega L_{2}\dot{I} \pm j\omega M\dot{I} =$$
  
=  $\dot{I}R_{\acute{Y}} + j(X_{\acute{Y}1} + X_{\acute{Y}2})\dot{I} = \dot{I}R_{\acute{Y}} + jX_{\acute{Y}}\dot{I} = \underline{Z}_{\acute{Y}}\dot{I},$  (5.10)

где  $R_{\ni} = R_1 + R_2$ ;  $X_{\ni 1} = \omega (L_1 \pm M)$ ,  $X_{\ni 2} = \omega (L_2 \pm M) - эквивалентные реактивные со$  $противления индуктивностей; <math>X_{\ni} = \omega (L_1 + L_2 \pm 2M) -$ реактивное сопротивление всей цепи;  $\underline{Z}_{\ni} = R_{\ni} + jX_{\ni} -$ комплекс входного сопротивления цепи.

Знак плюс в (5.10) относится к согласному включению, минус – к встречному.

Из (5.10) находим ток в цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{\mathfrak{I}}}.$$

Как видно из полученных выражений, при согласном включении эквивалентное индуктивное сопротивление катушек больше, чем при встречном. Данный факт дает простой способ маркировки одноименных зажимов катушек.

Комплексное входное сопротивление  $Z_{\mathfrak{H}}$  можно выразить через комплексные сопротивления катушек следующим образом:

$$\underline{Z}_{\mathfrak{Z}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \pm 2\underline{Z}_M,$$

где  $\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = R_1 + jX_1$ ;  $\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 = R_2 + jX_2 - комплексные сопротивле$  $ния катушек без учета индуктивной связи; <math>\underline{Z}_M = j\omega M = jX_M -$ комплексное сопротивление взаимной индукции.

Полезно напомнить, что при измеренных входном напряжении U, токе I в цепи и измеренной активной мощности P, входное сопротивление полностью определено следующими соотношениями:

$$Z_{\acute{Y}} = \frac{U}{I}; \quad R_{\acute{Y}} = \frac{P}{I^2}; \quad X_{\acute{Y}} = \sqrt{Z^2 - R_{\acute{Y}}^2}; \quad L_{\acute{Y}} = \frac{X_{\acute{Y}}}{\omega}; \quad \varphi = \arccos\frac{P}{UI}.$$
(5.11)

На рис. 5.4 построена векторная диаграмма для согласного включения катушек.

Построение диаграммы начинается с изображения вектора тока I. Затем последовательно изображаются векторы падений напряжения на активном и индуктивных сопротивлениях катушек с одновременным векторным суммированием в соответствии с уравнением (5.10).

Вектор  $\dot{U}_1$  соответствует падению напряжения на первой катушке, которое равно сумме падений напряжения на активном сопротивлении  $R_1$  и индуктивных сопротивлениях само- и взаимоиндукции.



Рис. 5.4. Векторная диаграмма для последовательного и согласного включения катушек

Вектор  $\dot{U}_2$  соответствует падению напряжения на второй катушке. Сумма векторов  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  представляет собой вектор  $\dot{U}$  входного напряжения.

Для встречного включения катушек студентам предлагается построить векторную диаграмму самостоятельно.

5.1.3. Определение одноименных зажимов индуктивно-связанных катушек

Рассмотрим три способа маркировки одноименных зажимов индуктивно-связанных катушек.

1. Последовательное соединение катушек

В разделе 5.1.2 при расчете цепи с последовательным соединением катушек указывалось, что в случае согласного включения катушек ток в последовательной цепи меньше, чем ток при встречном включении (при одном и том же входном напряжении). Поэтому для маркировки зажимов сначала условно присваивают концам катушек индексы "1","2" и "3","4", соединяют катушки по схеме рис. 5.3 последовательно (рис. 5.5, а) и измеряют величину тока  $I_1$ .



После этого меняют местами зажимы одной из катушек (например, катушки 2 на рис. 5.5,б) и при том же входном напряжении измеряют ток  $I_2$ .

Сравнивая значения измеренных токов определяют одноименные зажимы катушек. Для наглядности выбора одноименных зажимов приведена табл. 5.1.

Таблица 5.1

Маркировка зажимов катушск						
Соотношение между токами	Одноименные зажимы					
$I_1 < I_2$	1,3 или 2,4					
$I_2 < I_1$	1,4 или 2,3					

Маркировка зажимов катушек

#### 2. Метод трех вольтметров

Для маркировки зажимов катушек методом трех вольтметров используют схему, представленную на рис. 5.6.



Рис. 5.6. Схема маркировки зажимов катушек методом трех вольтметров

Первую катушку подключают к источнику напряжения *U*. Концы катушек 2 и 4 для гальванической связи соединяют перемычкой. Подключают вольтметры в соответствии со схемой.

Примем положительные направления падений напряжения на первой катушке  $U_1$  и напряжения  $U_3$ , измеряемых вольтметрами  $V_1$  и  $V_3$ , такие, как на рис. 5.6. Предположим, что направление напряжения  $U_2$  взаимной индукции во второй катушке такое, как обозначено на рисунке. Тогда, обходя контур против часовой стрелки, в соответствии с ЗНК запишем:

$$U_1 - U_2 - U_3 = 0. \tag{5.12}$$

Третий вольтметр покажет напряжение  $U_3 = U_1 - U_2$ .

Если наше предположение по поводу направления напряжения  $U_2$  верно, то показание вольтметра  $V_3$  будет равно разности показаний вольтметров  $V_1$  и  $V_2$ . А это, в свою очередь, означает, что напряжение взаимоиндукции  $U_2$  во второй обмотке направлено так же, как и напряжение самоиндукции  $U_1$  (и ток) первой обмотки. Тогда одноименными зажимами являются 1,3 или 2,4.

Если показание вольтметра  $V_3$  окажется равной сумме показаний вольтметров  $V_1$  и  $V_2$ , то наше предположение о направлении напряжения взаимоиндукции  $U_2$  оказалось неверным, и оно направлено в сторону, противоположную указанному направлению на рис. 5.6. Тогда в уравнении (5.12) напряжение  $U_2$  должно быть записано с другим знаком. В этом случае одноименными зажимами являются 1,4 или 2,3.

Для наглядности также сведем результаты опыта в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Показание вольтметра V <sub>3</sub>	Одноименные зажимы
Разность показаний $ V_1 - V_2 $	1,3 или 2,4
Сумма показаний V1+V2	1,4 или 2,3

Маркировка зажимов катушек

Следует отметить, что в табл. 5.2 разность  $|V_1 - V_2|$  берется как абсолютная величина (модуль) разности показаний вольтметров. Это объясняется тем, что при числе витков второй катушки, большем числа витков первой, величина напряжения  $U_2$  больше величины напряжения  $U_1$ . Тогда их разность отрицательна. А поскольку вольтметры показывают действующие значения без учета знака (направления) падения напряжения, следует оперировать с модулем разности показаний вольтметров.

1. Метод маркировки зажимов катушек на постоянном токе

На практике часто применяют еще один способ определения одноименных зажимов с использованием источника и вольтметра постоянного тока. Индуктивно-связанные катушки включают по схеме рис. 5.7,а.



Рис. 5.7. Схема опыта маркировки зажимов на постоянном токе: а) схема включения катушки и вольтметра; б) условное изображение панели вольтметра постоянного тока

Зажимам катушки присваивают индексы 1...4 и подключают вольтметр в соответствии с принятой на рис. 5,8,а полярностью. При замыкании ключа К в катушке, подключенной к источнику E постоянного тока, возникает напряжение самоиндукции  $U_1$ . Если одноименными зажимами являются 1,3 или 2,4, то во второй катушке возникает напряжение взаимоиндукции  $U_2$  с полярностью (направлением), указанном на рис. 5.7,а. В этом случае стрелка вольтметра отклонится в направлении, указанном на рис. 5,7,6. Если стрелка прибора отклонится в момент замыкания ключа K в противоположном направлении, это значит, что направление напряжения взаимоиндукции противоположно принятому нами, и одноименными являются зажимы 1,4 или 2,3.

Данный способ удобен в тех случаях, когда отсутствуют источники переменного тока низкого напряжения, а монтаж устройства следует произвести с учетом маркировки зажимов катушек. Например, при подключении трехфазных асинхронных машин к сети переменного тока необходимо знать, какие из зажимов трехфазной обмотки являются одноименными, чтобы правильно организовать последовательность фаз в трехфазной системе. Если зажимы обмоток не промаркированы, данный способ позволяет быстро и просто это сделать.

#### 5.1.4. Экспериментальное определение взаимной индуктивности

Экспериментально определить величину взаимной индуктивности *М* можно из опытов холостого хода и последовательного соединения катушек. Рассмотрим их.

1. Опыт холостого хода

На зажимы первой катушки подается напряжение  $U_1$  (рис. 5.8). По ней протекает ток  $I_1$ , величину которого измеряем амперметром А.



Рис. 5.8. Схема опыта холостого хода

Во второй катушке возникает напряжение взаимоиндукции  $U_{21}$ , которое измеряется вольтметром V.

В соответствии с (5.9) напряжение взаимоиндукции второй катушки равно:

$$\dot{U}_{21} = j\omega M\dot{I}_{1}$$

Переходя к действующим значениям, запишем

$$U_{21}=\omega MI_1,$$

откуда находим искомое значение взаимной индуктивности

$$M = \frac{U_{21}}{\omega I_1}.$$

2. Опыт последовательного соединения катушек

Измерения проводят для согласного и встречного включения катушек (рис. 5.3 и 5.5). При этом измеряют ток I, мощность P и входное напряжение U. По измеренным данным вычисляют величину эквивалентной индуктивности цепи  $L_{\Im}$  при согласном  $L_{\Im C}$  и встречном  $L_{\Im B}$  включении по формулам (5.11):

$$Z_{\acute{Y}} = \frac{U}{I}; \quad R_{\acute{Y}} = \frac{P}{I^2}; \quad X_{\acute{Y}} = \sqrt{Z^2 - R_{\acute{Y}}^2}; \quad L_{\acute{Y}} = \frac{X_{\acute{Y}}}{\omega}.$$
(5.13)

Учитывая, что

$$L_{\text{ЭС}} = L_1 + L_2 + 2M$$
 и  $L_{\text{ЭВ}} = L_1 + L_2 - 2M$ ,  
 $L_{\text{ЭС}} = -L_1 + L_2 - 2M$ ,

находим искомое значение взаимной индуктивности:  $M = \frac{L_{\Im C} - L_{\Im B}}{A}$ 

# ИССЛЕДОВАНИЕ ИНДУКТИВНО-СВЯЗАННЫХ ЦЕПЕЙ

# 1. Цель работы

Экспериментальное определение параметров индуктивно-связанных обмоток катушки, исследование вариантов их последовательного включения.

перечень источников, приооров	и минимодулу
Наименование	Количество
Модуль питания (МП)	1
Функциональный генератор (ФГ)	1
Мультиметры V и А	2
Измеритель мощности ИМ	1
Индуктивная катушка	1
с двумя обмотками L1 и L2	1
Резистор <i>R</i> =22 Ом	1

# Перечень источников, приборов и минимодулей

#### 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (модуль питания, функциональный генератор, модуль мультиметров, измеритель мощности, индуктивная катушка с двумя обмотками на ферромагнитном сердечнике, резистор).

Из-за нелинейности (насыщения) ферромагнитного сердечника опыты необходимо проводить при неизменном магнитном потоке в сердечнике, то есть при неизменном напряжении на зажимах одной выбранной обмотки.

2.2. Для измерения сопротивлений обмоток на постоянном токе собрать электрическую цепь, изображённую на рис.1. Мультиметр A использовать на постоянном токе (предел 200 мА), мультиметр V – на постоянном напряжении (предел 20 В). Подключить через резистор R, ограничивающий величину тока, обмотку L1 катушки к зажимам +5 В и 0 модуля питания. Схему предъявить для проверки преподавателю.

Включить модуль питания. Измерить напряжение на обмотке *L1* и ток через нее, занести данные в табл.1. Выключить модуль питания. Отсоединить обмотку *L1* и присоединить обмотку *L2* к зажимам +5В и 0 модуля питания. Схему предъявить для проверки преподавателю.

Включить модуль питания. Измерить напряжение на обмотке *L2* и ток через нее, результаты измерений занести в табл.1. Выключить модуль питания.



Рис. 1. Схема для измерения сопротивлений обмоток катушки на постоянном токе

Таблица 1

	Оп	Pac	ЧЁТ					
$U_l$ , B	<i>I</i> <sub>1</sub> , мА	<i>U</i> <sub>2</sub> , B	<i>I</i> <sub>2</sub> , мА	<i>R<sub>L1</sub></i> , Ом	<i>R</i> <sub><i>L</i>2</sub> , Ом			

Измерение сопротивлений обмоток на постоянном токо

2.3. Для определения одноимённых зажимов обмоток собрать электрическую цепь, изображённую на рис.2. Включить функциональный генератор, выбрать режим синусоидального напряжения и выставить частоту, заданную преподавателем. Установить регулятор напряжения на ноль. Выключить функциональный генератор.

Подключить зажимы 1 и 2 обмотки L1 через измеритель мощности к функциональному генератору. Соединить проводником  $\Pi$  зажим 2 первой обмотки с зажимом 4 второй обмотки так, как указано на рис.1. Установить мультиметры в режим измерения переменного напряжения на пределе 20 В. Входное напряжение  $U_{12}$  измерять измерителем мощности. Схему предъявить для проверки преподавателю.



Рис. 2. Схема для определения одноименных зажимов обмоток катушки

2.4. Включить функциональный генератор. Установить входное напряжение заданное преподавателем. Измерить напряжение на зажимах 1-2, зажимах 3-4 и напряжение между *не закороченными* проводником *П* зажимами обеих обмоток. Занести показания приборов в табл.2. Выключить функциональный генератор.

2.5. Соединить проводником П зажим 2 обмотки L1 и зажим 3 обмотки L2. Включить функциональный генератор и повторить все измерения. Данные измерений занести в табл.2. Выключить функциональный генератор.

Таблица 2

	Изме	Результаты			
Соединённые зажимы	ИМ	$V_1$		V2	анализа
	$U_{12}$	$U_{14}$ $U_{13}$		$U_{34}$	одноимённые зажимы
2—4					
2—3					

#### Данные измерений для определения одноимённых зажимов

2.6. Для определения индуктивных сопротивлений собрать схему на рис.3. Сначала к выходу ИМ подключить зажимы 1-2 обмотки *L1*. Величина тока через обмотку высвечивается на дисплее ИМ, а напряжения на обмотках измеряются мультиметрами на пределах 20 В переменного тока. Схему предъявить для проверки преподавателю.



Рис. 3. Схема для определения индуктивных сопротивлений обмоток катушки

Включить функциональный генератор и установить величину входного напряжения *U*<sub>BX</sub>, указанную преподавателем. Данные измерений тока и напряжений занести в табл.3. Выключить функциональный генератор.

2.7. Поменять местами обмотки, т.е. к выходу ИМ подключить зажимы 3-4 обмотки L2 вместо зажимов 1-2 обмотки L1. Схему предъявить для проверки преподавателю. Включить функциональный генератор и установить входное напряжение  $U_{BX}$  равное напряжению в предыдущем опыте. Данные измерений занести в табл.3. Выключить функциональный генератор.

2.8. Собрать электрическую цепь с последовательным соединением обмоток (рис.4,а). Включить  $\Phi\Gamma$  и установить входное напряжение  $U_{BX}$ , заданное преподавателем. Измерить ток и напряжения на обмотках, занести данные в табл. 4. Выключить  $\Phi\Gamma$ .

Изменить подключение одной из обмоток на противоположное (рис.4,б). Включить ФГ и установить прежнее входное напряжение. Повторить все измерения, данные занести в табл.4. Отключить ФГ.

Питание	V1	Опыт ИМ	V2	Расчёт						
со стороны	$U_{BX}$	$I_{BX}$	U	$X_{LI}$	$L_{I}$	$X_{L2}$	$L_2$	$X_M$	М	$K_{CB}$
ООМОТКИ	В	мА	В	Ом	Гн	Ом	Гн	Ом	Гн	-
L1										
L2										

Измерение параметров обмоток при  $f = \Gamma \mu$ 





Рис. 4. Схема для исследования вариантов последовательного включения обмоток катушки

Таблица 4

Данные опыта последовательного включения обмоток при $f$ =						Γц
Соединены	$U_{BX}$	$U_{12}$	$U_{34}$	Ι		
зажимы	В	В	В	мА	Вид соединения	
2—3						
2-4						

3. Расчеты и построения

3.1. По данным опыта из п.2.2, занесённых в табл.1, рассчитать сопротивления обмоток и записать их в ту же таблицу.

3.2. Используя «метод трёх вольтметров» на основании данных измерений в пп.2.3—2.5. произвести определение одноимённых зажимов. Занести результаты анализа в табл.2.

3.3. На основании данных измерений в п.2.6 и п.2.7 (табл.3) рассчитать индуктивные сопротивления обмоток  $X_{Ll}$ ,  $X_{L2}$ . Определить собственные индуктивности обмоток  $L_l$ ,  $L_2$ , используя рассчитанные сопротивления.

3.4. Используя «метод холостого хода», позволяющий определить взаимную индуктивность, рассчитать по данным табл.3 сопротивление взаимной индукции  $X_M$  и величину взаимной индуктивности M. Рассчитать коэффициент связи  $K_{CB}$ . Результаты расчётов занести в табл.3.

3.5. По данным измерений в п.2.8 определить виды последовательного соединения обмоток (согласного или встречного) для каждого из двух способов соединения зажимов и занести результаты анализа в табл.4.

3.6. По данным табл. 4 для обоих вариантов соединения обмоток построить векторные диаграммы, содержащие вектор тока и три вектора напряжения. При построении пренебречь активными сопротивлениями обмоток, то есть считать фазовый сдвиг между током и напряжениям на обмотке равным 90°. Использовать диаграммы при ответе на четвёртый контрольный вопрос.

#### 4. Содержание отчета

- 4.1. Титульный лист.
- 4.2. Наименование и цель работы.
- 4.3. Электрические схемы опытов.
- 4.4. Таблицы с данными опытов, расчётов и анализом их результата.
- 4.5. Расчеты и две векторные диаграммы.
- 4.6. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

#### 5. Контрольные вопросы

5.1. Что такое «явление взаимной индукции», на каком физическом законе это явление основано?

5.2. Что характеризует коэффициент взаимной индукции M и чем он отличается от собственной индуктивности L?

5.3. Каков физический смысл понятия «одноимённые зажимы»?

5.4. Почему путём измерения трёх напряжений в схеме на рис.2, можно определить какие зажимы одноимённые?

5.5. По показаниям, каких приборов, и каким образом можно определить величину *М*?

5.6. Связь каких величин характеризует коэффициент  $X_{\rm M}$  и почему он имеет размерность сопротивления Ом?

5.7. Почему при последовательном включении индуктивно связанных обмоток величина тока зависит от способа их включения?

5.8. Как определяется знак напряжения взаимной индукции в уравнениях ЗНК?
# 6. ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

#### 6.1. Краткие теоретические сведения

#### 6.1.1. Основные понятия и определения

В реальных электрических цепях установившиеся режимы характеризуются периодическими ЭДС и токами, в той или иной мере отличающимися от синусоидальных. В качестве примера можно указать различные схемы выпрямления, регулирования с помощью полупроводниковых преобразователей напряжения на исполнительных механизмах и т.п. Даже в генераторах переменного тока, которые проектируются так, чтобы ЭДС в их обмотках была по возможности близка к синусоидальной, напряжение содержит в некоторой мере высшие гармоники, обусловленные конструктивными особенностями генераторов. В самом общем случае имеют дело с периодическими несинусоидальными токами и напряжениями.

Линейные цепи, в которых действуют периодические несинусоидальные ЭДС, могут рассчитываться методом наложения с использованием разложения периодических функций в гармонический ряд.

Как известно из курса математики, любая периодическая функция e(t), удовлетворяющая условиям Дирихле, может быть разложена в ряд Фурье следующего вида [2]:

$$e(t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k),$$

где *E*<sub>0</sub>- постоянная составляющая ЭДС; *E*<sub>*km*</sub>- амплитуда и *ψ*<sub>*k*</sub>- начальная фаза *k*-й гармоники.

Данный ряд содержит бесконечное число гармоник, но, как правило, можно ограничиться некоторым конечным числом членов ряда.

Для вычисления коэффициентов ряда Фурье целесообразно представить его в виде гармонических функций без начальных фаз:

$$E_{km}\sin(k\omega t + \psi_k) = E_{km}\cos\psi_k\sin k\omega t + E_{km}\sin\psi_k\cos k\omega t =$$
  
=  $B_k\sin k\omega t + C_k\cos k\omega t$ ,

где 
$$B_k = E_{km} \cos \psi_k$$
;  $C_k = E_{km} \sin \psi_k$ ;  $E_{km} = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}$ ;  $\operatorname{tg} \psi_k = \frac{C_k}{B_k}$ .

Тогда можно записать

$$e(t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k \omega t + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos k \omega t.$$
(6.1)

Постоянная составляющая  $E_0$  и коэффициенты  $B_k$  и  $C_k$  в (6.1) определяются по формулам, которые приводятся в любом справочнике по математике для наиболее распространенных периодических кривых.

Представление ряда Фурье в виде (6.1) удобно в тех случаях, когда по виду кривой несинусоидальной функции можно сразу определить состав гармоник. Например, если кривая e(t) симметрична относительно начала координат, т.е. вы-

полняется условие e(-t) = -e(t), то в разложении (6.1) будут отсутствовать постоянная составляющая и косинусоидальные члены. Если кривая симметрична относительно оси ординат, т.е. выполняется условие e(-t) = e(t), то в разложении (6.1) будут отсутствовать синусоидальные члены.

Для большинства кривых, соответствующих форме реальных негармонических напряжений, в справочниках приводятся формулы разложения в виде ряда (6.1). Если напряжения представляются в виде кривых неправильной формы, то они задаются в виде графиков. Тогда для разложения их в ряд Фурье применяют приближенные формулы, например, формулы Бесселя, которые дают требуемую точность при замене реальной кривой ее представлением гармоническим рядом.

В нашу задачу не входит изложение теории представления функций в виде гармонических рядов. Поэтому в дальнейшем будем считать, что в случае негармонических периодических ЭДС и напряжений их гармонический состав известен.

В соответствии с принципом наложения для линейных цепей каждому мгновенному значению ЭДС или напряжению гармонического ряда

$$e = e_0 + e_1 + e_2 + e_3 + \dots$$
  

$$u = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots$$
(6.2)

соответствует свой ток:

$$i = i_0 + i_1 + i_2 + i_3 + \dots$$
 (6.3)

Так как каждая составляющая тока является либо постоянной величиной, либо синусоидальной функцией времени, то для расчета каждой из них в отдельности могут быть применены методы расчета, рассмотренные в разделах 1 и 2 настоящего пособия. В частности, целесообразно использовать метод комплексных амплитуд. При этом следует иметь ввиду, что суммировать полученные комплексы токов для отдельных гармоник нельзя, т.к. они имеют разные частоты. Поэтому суммировать можно лишь мгновенные значения, выраженные как функции времени.

Действующее значение периодического тока I определяется как среднее квадратичное значение за период T:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} i^2 \mathrm{d}t}.$$

Опуская математические выкладки, для действующего значения периодического тока, представленного в виде гармонического ряда (6.3), получим:

$$I = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} ,$$

т.е. действующее значение периодического несинусоидального тока равно корню квадратному из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений всех гармоник.

Аналогично получаем для действующих значений периодических несинусоидальных ЭДС и напряжений:

$$E = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} E_k^2}; \quad U = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2}.$$

Измерительные приборы электромагнитной, тепловой и электродинамической систем показывают действующие значения измеряемых величин. Приборы магнитоэлектрической системы показывают среднее значение тока или напряжения за период, т.е. постоянную составляющую ряда Фурье:

$$I_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i dt; \quad U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u dt.$$

Для схем выпрямления переменного напряжения основной задачей является получение в идеальном случае постоянного напряжения. Тем не менее, в реальных схемах выходное напряжение содержит высшие гармоники. Оценку пульсаций выходного напряжения и тока можно оценить коэффициентом, представляющим собой отношение действующего значения выпрямленного напряжения или тока к его среднему по модулю значению:

$$k_u = \frac{U}{U_0}, \ k_i = \frac{I}{I_0}.$$

Активная мощность в цепях несинусоидального тока определяется как среднее значение мгновенной мощности за период *T*:

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u i \mathrm{d}t.$$

Подставляя в последнее выражение мгновенные напряжения и токи в виде гармонических рядов (6.2) и (6.3) и опуская тождественные преобразования, получим:

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} P_k = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + \dots =$$
  
=  $U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots$ 

где  $\phi_i$  – фазовый сдвиг тока и напряжения для соответствующей гармоники.

Таким образом, активная мощность при периодических несинусоидальных токах и напряжениях равна сумме активных мощностей постоянных и всех гармонических составляющих тока и напряжения.

При периодических несинусоидальных токах и напряжениях, как и при синусоидальных, вводят понятие о коэффициенте мощности, обозначая его через α:

$$\alpha = \frac{P}{UI} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} P_k}{\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2} \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2}}.$$

Величина  $\alpha$  равна единице только в том случае, если цепь обладает только активным сопротивлением, не зависящим от частоты. Во всех остальных случаях  $\alpha < 1$ .

#### 6.1.2. Расчет цепей негармонического тока

Расчет цепей при периодических негармонических ЭДС и токах ведется по методу наложения. Последовательность расчета рассмотрим на примере цепи с последовательным соединением элементов R и L, (рис. 6.1,а) и с источником, ЭДС e(t) которого изменяется по закону, соответствующему однополупериодному выпрямлению синусоидального напряжения с амплитудой  $E_m$ , форма которого представлена на рис. 6.1,б, и в дальнейшем для краткости называется «полусинусои-дой»:

$$e(t) = \begin{cases} E_m \sin \frac{2\pi}{T}t, & nT \le t \le nT + \frac{T}{2} \\ 0, & nT + \frac{T}{2} \le t \le (n+1)T, \end{cases}$$

где  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots; T - период.$ 



Рис. 6.1. Цепь с негармоническим источником: а) схема цепи; б) кривая ЭДС

Разложение несинусоидальной ЭДС в гармонический ряд имеет вид:

$$e(t) = \frac{E_m}{\pi} + \frac{E_m}{2}\sin\omega t - \frac{2E_m}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{1\cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3\cdot 5} + \frac{\cos 6\omega t}{5\cdot 7} + \dots\right),$$
$$\omega = \frac{2\pi}{2\pi}.$$

где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

Какие члены в разложении учитывать при расчетах, определяется требуемой точностью. Кроме того, ряд, как правило, быстро убывает. Начиная с четвертого члена ряда, амплитуда гармоник составляет менее 5-10% от амплитуды первой гармоники. Поэтому для иллюстрации метода расчета рассмотрим только первые три члена ряда:

$$e(t) = \frac{E_m}{\pi} + \frac{E_m}{2}\sin\omega t - \frac{2E_m}{\pi}\frac{\cos 2\omega t}{1\cdot 3}$$

Как следует из последнего выражения, ЭДС или напряжение источника представляет собой совокупность ЭДС или напряжений трех источников: одного постоянного, величиной  $E_0 = \frac{E_m}{\pi}$ , и двух гармонических:

$$e_1(t) = \frac{E_m}{2}\sin\omega t \quad \text{e} \quad e_2(t) = -\frac{2E_m}{\pi}\frac{\cos 2\omega t}{1\cdot 3} = \frac{2E_m}{3\pi}\sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Гармонические ЭДС  $e_1(t)$  и  $e_2(t)$  называют соответственно первой и второй гармониками, а напряжение постоянного источника – постоянной составляющей ЭДС.

В соответствии с методом наложения необходимо произвести расчет цепи при каждом из воздействий. При этом для постоянной составляющей цепь следует рассматривать как цепь постоянного тока, а для гармоник – как цепь гармонического тока соответствующей частоты.

Таким образом, принципиально рассматриваются две схемы цепи: постоянного и переменного тока. Применительно к исходной цепи (рис. 6.1,а) они имеют вид, представленный на рис. 6.2.



а)
 б)
 Рис. 6.2. Расчетные схемы: а) для постоянной составляющей;
 б) для гармонических составляющих

Цепь на рис. 6.2, а не содержит индуктивности и емкости, поскольку в установившемся режиме в цепи постоянного тока индуктивность эквивалентна сопротивлению с нулевым сопротивлением, а емкость эквивалентна разрыву цепи.

Цепь на рис. 6.2,6 представляет собой изображение исходной цепи в комплексной области, поскольку расчет цепей гармонического тока ведется символическим методом. При этом для первой гармоники:

$$\dot{E}_{m1} = \frac{E_m}{2}e^{j0}; \ \underline{Z}_{L1} = j\omega L; \ \underline{Z}_R = R; \ \underline{Z}_{C1} = -j\frac{1}{\omega C},$$

и для второй гармоники:

$$\dot{E}_{m2} = \frac{E_m}{2} e^{j0}; \ \underline{Z}_{L2} = j2\omega L; \ \underline{Z}_R = R; \ \underline{Z}_{C2} = -j\frac{1}{2\omega C}.$$

Расчет цепи, как для постоянной составляющей, так и для гармоник ведется известными методами, изложенными в разделах 1 и 2 пособия, поэтому приведем только в общем виде выражения для токов в ветвях для каждой составляющей ЭДС:

– для постоянной составляющей  $I_0 = \frac{E_0}{R};$ 

– для первой гармоники

$$\dot{I}_{mL1} = \frac{\dot{E}_{m1}}{\underline{Z}_{L1} + \frac{\underline{Z}_R \underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_{C1}}}; \quad \dot{I}_{mR1} = \frac{\dot{E}_{m1} - \dot{I}_{mL1} \underline{Z}_{L1}}{\underline{Z}_R}; \quad \dot{I}_{mC1} = \frac{\dot{E}_{m1} - \dot{I}_{mL1} \underline{Z}_{L1}}{\underline{Z}_{C1}};$$

- для второй гармоники

$$\dot{I}_{mL2} = \frac{\dot{E}_{m2}}{\underline{Z}_{L2} + \frac{\underline{Z}_{R}\underline{Z}_{C2}}{\underline{Z}_{R} + \underline{Z}_{C2}}}; \quad \dot{I}_{mR2} = \frac{\dot{E}_{m2} - \dot{I}_{mL2}\underline{Z}_{L2}}{\underline{Z}_{R}}; \quad \dot{I}_{mC2} = \frac{\dot{E}_{m2} - \dot{I}_{mL2}\underline{Z}_{L2}}{\underline{Z}_{C2}};$$

Переходя от комплексных амплитуд токов в ветвях к временным функциям, получим выражения для мгновенных токов в ветвях схемы:

– для первой гармоники:

 $i_{L1}(t) = I_{mL1}\sin(\omega t + \varphi_{L1}); \quad i_{R1}(t) = I_{mR1}\sin(\omega t + \varphi_{R1}); \quad i_{C1}(t) = I_{mC1}\sin(\omega t + \varphi_{C1});$ 

– для второй гармоники:

 $i_{L2}(t) = I_{mL2}\sin(2\omega t + \varphi_{L2}); \quad i_{R2}(t) = I_{mR2}\sin(2\omega t + \varphi_{R2}); \quad i_{C2}(t) = I_{mC2}\sin(2\omega t + \varphi_{C2}),$ где под начальными фазами гармонических функций ( $\varphi$ ) понимаются аргументы соответствующих комплексных амплитуд токов.

Окончательно токи в ветвях при действии негармонической ЭДС будут представлять собой суммы соответствующих мгновенных токов:

$$\begin{split} &i_{L}(t) = I_{0} + i_{L1}(t) + i_{L2}(t); \\ &i_{R}(t) = I_{0} + i_{R1}(t) + i_{R2}(t); \\ &i_{C}(t) = i_{C1}(t) + i_{C2}(t). \end{split}$$

Для построения графиков токов в ветвях необходимо сложить ординаты постоянной составляющей и мгновенных значений всех рассчитанных гармоник.

Разложение в гармонический ряд несинусоидальной ЭДС, изменяющейся во времени по закону «полумеандр», который представляет собой постоянную величину, равную  $+E_m$ , в пределах первого полупериода, и нулевое значение ЭДС, в пределах второго полупериода, имеет вид:

$$e(t) = \frac{E_m}{2} + \frac{2E_m}{\pi} (\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \frac{1}{7}\sin 7\omega t + ...),$$

где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

Последовательность расчета той же самой электрической цепи при данном разложении несинусоидальной ЭДС аналогична вышеприведенной.

# 6.2. Лабораторная работа № 14

# ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ИСТОЧНИКАМИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

# 1. Цель работы

Изучение методов исследования и расчёта электрических цепей при несинусоидальных периодических воздействиях.

Экспериментальное исследование заключается в сборке схемы в соответствии с опытами по программе работы, в измерении напряжений и токов на участках электрической цепи, снятии (зарисовке) осциллограмм токов.

Расчёты с использованием экспериментальных данных проводятся с целью определения влияния реактивных элементов на форму кривой несинусоидального тока на примере индуктивности.

Графические построения преследуют цель показать учащимся, каким образом из членов разложения кривой тока в ряд Фурье формируется эта кривая.

перечень источников, приооров и минимодулеи					
Наименование	Количество				
Функциональный генератор (ФГ)	1				
Амперметр А1 магнитоэлектрический постоянного тока	1				
Амперметр <i>А2</i> электромагнитный переменного тока с сопротивлением <i>R</i> <sub><i>A2</i></sub> =16 Ом	1				
Мультиметр в режиме вольтметра V постоянного тока	1				
Осциллограф	1				
Выпрямительные диоды VD1 и VD0	2				
Дроссель <i>L1</i> ( <i>L</i> =0,28 Гн, <i>R<sub>L</sub></i> =18 Ом)	1				
Резисторы <i>R1</i> =22 Ом, <i>R2</i> =47 Ом, <i>R3</i> =10 Ом.	3				

### Перечень источников, приборов и минимодулей

## 2. Порядок выполнения работы

2.1. Ознакомиться с лабораторной установкой (модуль питания – функциональный генератор ФГ, два амперметра, вольтметр, осциллограф, комплект минимодулей).

2.2. Собрать электрическую цепь, изображённую на рис.1. Исключить из схемы дроссель *L1*, установив закорачивающую перемычку в положение *П1*. Подключить собранную цепь к выходу ФГ. На нем с помощью тумблера «Форма» выбрать вид кривой напряжения, указанный преподавателем.



Рис. 1. Схема для исследования цепи несинусоидального тока

2.3. Установить регулятор напряжения «Амплитуда» на минимум. Включить  $\Phi\Gamma$  и установить на его дисплее частоту, заданную преподавателем. Выставить регулятором такое напряжение, чтобы получить заданный преподавателем постоянный ток  $I_0$  (по показаниям амперметра A1).

Измерить постоянную составляющую выпрямленного напряжения  $U_0$  (вольтметр V), действующее значение тока I (амперметр A2). Занести измеренные величины  $U_0$ ,  $I_0$  и I в строку «закорочен дроссель L1» табл. 1.

2.4. Подключить вход осциллографа параллельно вольтметру *V*, настроить изображение кривой входного напряжения, записать его в файл (или скопировать с экрана с учётом масштабов по осям).

2.5. Подключить вход осциллографа к резистору R3. Настроить изображение кривой тока (аналогичной по форме напряжению на R3) на экране осциллографа, записать его в файл (или скопировать с экрана с учётом масштабов по осям). Отключить  $\Phi\Gamma$ .

Таблица 1

Прибор	V	Al	A2	ОПЫТ	расчёт
Параметр	$U_0,\mathrm{B}$	<i>I</i> <sub>0</sub> , мА	<i>I</i> , мА	Ki=I <sub>0</sub> /I	$Kip = I_0/I_1$
закорочен					
дроссель <i>L1</i>					
закорочен					
резистор <i>R1</i>					
измеряемое	входное	постоянная	действующее	К <sub>i</sub> характеризует	
значение	напряжение	составляющая	значение тока	пульсации выпрям-	
		тока		ленного тока и на-	
				пряжения	

**Данные измерений и расчётов** при *f* = Гц

2.6. Переключить закорачивающую перемычку в положение П2. Включить ФГ. Измерить постоянную составляющую выпрямленного напряжения U<sub>0</sub> (вольтметр V) действующее значение тока I (амперметр A2). Занести измеренные величины  $U_0$ ,  $I_0$  и I в строку «закорочен резистор R1» табл.1.

2.7. Повторить снятие осциллограмм, описанных в п.2.4-2.5.

# 3. Расчеты и построения

3.1. Расчёты при активной нагрузке.

3.1.1. Записать формулу разложения кривой входного напряжения (полусинусоиды или меандра) в ряд Фурье (см. методические указания) для первых четырёх членов ряда. По измеренной величине постоянной составляющей  $U_0$  определить амплитуды входного напряжения  $U_m$  и его трёх первых гармоник  $U_{m1}$ ,  $U_{m2}$ ,  $U_{m3}$ , а также их действующие значения  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ .

3.1.2. Рассчитать полное сопротивление R цепи суммированием сопротивлений R1, R2, R3,  $R_{A2}$ . Вычислить постоянную составляющую тока  $I_0$  и действующие значения токов гармоник  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ . Расчёт произвести, использовав закон Ома. Определить расчетное значение коэффициента *Kip* и занести его в табл.1. По данным опыта рассчитать *Ki*, занести в табл.1. Сравнить оба коэффициента и оценить относительную погрешность приближённого расчёта.

Записать для мгновенного значения тока i(t) разложение в ряд Фурье с учётом полученных числовых данных.

3.2. Расчёты при активно-индуктивной нагрузке.

3.2.1.Для цепи с закороченным сопротивлением R1 рассчитать активное сопротивление цепи R суммированием R2, R3,  $R_{A2}$ ,  $R_L$ . Рассчитать индуктивные сопротивления дросселя  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  для каждой гармоники с учётом разницы в частотах. Определить модуль, составляющие и аргументы комплексных сопротивлений для определения постоянной составляющей и трёх гармоник тока.

3.2.2.. По измеренной величине  $U_0$  определить амплитуды и действующие значения напряжений всех трёх гармоник. Рассчитать постоянную составляющую тока  $I_0$ , амплитуды токов  $I_{m1}$ ,  $I_{m2}$ ,  $I_{m3}$  и их действующие значение  $I_1$ ,  $I_2$   $I_3$ . Определить фазовые сдвиги гармоник  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ . Вычислить коэффициент  $K_{iP}$  и занести в табл.1. По данным опыта рассчитать Ki, занести в табл.1. Сравнить оба коэффициента и оценить относительную погрешность приближенного расчёта.

Записать для мгновенного значения тока i(t) разложение в ряд Фурье с учётом полученных числовых данных.

# 3.3. Графические построения

3.3.1. По данным расчёта в п.3.1 построить на миллиметровой бумаге в выбранном масштабе два рисунка. На первом рисунке изобразить кривые первых четырёх членов ряда Фурье для тока при активной нагрузке. На втором рисунке произвести графическое сложение ординат полученных выше кривых, чтобы получить результирующую кривую. Для сравнения полученной кривой с реальной кривой тока на этом же рисунке построить полусинусоиду реального тока с амплитудой  $I_m = U_m/R$ . 3.3.2. По данным расчёта в п.3.2 построить на миллиметровой бумаге в выбранном масштабе два рисунка. На первом рисунке изобразить кривые первых трёх членов ряда Фурье для тока при активно-индуктивной нагрузке. На втором рисунке произвести графическое сложение ординат полученных выше кривых, чтобы получить результирующую кривую. Сравнить полученную кривую с осциллограммой.

## 4. Содержание отчета

- 4.1. Титульный лист.
- 4.2. Наименование и цель работы.
- 4.3. Электрическая схема опытов.
- 4.4. Таблица с результатами опытов и вычислений.
- 4.5. Расчетные соотношения и результаты расчётов.
- 4.6. Графические построения кривых тока.
- 4.7. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.

## 5. Контрольные вопросы

5.1. В чем заключается идея метода расчётного анализа цепей с источниками негармонических периодических напряжений?

5.2. Какой вид имеют и чем отличаются друг от друга члены ряда Фурье?

5.3. Почему для приближенных расчетов можно использовать только часть ряда?

5.4. Как построить результирующую кривую напряжения или тока по нескольким кривым разложения в ряд Фурье?

5.5. Как изменяется форма кривой тока в нагрузке при переходе от активной к активно-индуктивной нагрузке?

5.6. Какой вывод можно сделать из сравнения значений коэффициентов *K<sub>i</sub>* и *K<sub>ip</sub>* при разных типах нагрузки?

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии рассмотрены краткие теоретические сведения и даны методические указания к выполнению 14 лабораторных работ по электротехническим курсам дисциплин. Тематика проделанных лабораторных работ позволяет закрепить знания студентов в области теории линейных и нелинейных цепей постоянного и переменного тока, трехфазных цепей, трансформаторов и переходных процессов. Данный лабораторный практикум дает возможность приобрести навыки в постановке и проведении экспериментальных исследований, в обработке и интерпретации результатов эксперимента, в грамотном использовании электроизмерительных приборов.

# Библиографический список

- 1. Бородянко В.Н., Непопалов В.Н., Шулдяков В.В. Электрические цепи. Методические указания к проведению лабораторных работ на минимодульном стенде «Электрические цепи и основы электроники». - Челябинск: Учтех-Профи, 2012. – 63 с.
- 2. Лабораторный практикум по курсу теоретические основы электротехники: учеб. пособие/С.И. Бардинский, В.Д. Косулин. Под редакцией д.т.н. проф. А.А. Ефимова. СПб.: ГУАП, 2015. 182 с.

# Инструкция по работе с USB-осциллографом

## 1. Основные характеристики

USB-осциллограф BM8020 может использоваться в лабораториях радиолюбителей, разработчиков и специалистов для анализа низкочастотных аналоговых сигналов. Прибор может быть использован в качестве простого двухканального вольтметра для измерения напряжений в диапазоне ±20 В с частотами до 50 кГц.

Внешний вид платы USB-осциллографа представлен на рис. П1.



Рис. П1. Внешний вид платы USB-осциллографа

Подробные технические характеристики

- режимы работы: осциллограф, анализатор спектра
- количество каналов: 2
- частота дискретизации: 100 Гц ... 200 кГц
- глубина памяти:
  - чтение через буфер 1126 отсчетов/канал (1 канал),

563 отсчета/канал (2 канала)

- потоковое чтение 64К отсчетов/канал (1 или 2 канала)
- входное напряжение: -20 ... +20 В (аппаратно 2 поддиапазона)
- разрядность АЦП: 10 бит
- синхронизация:
  - абсолютная (по нарастающему/спадающему фронту),
  - дифференциальная (по разнице между соседними отсчетами),
  - внешняя (по нарастающему/спадающему фронту ТТЛ уровни)
- оконные функции: Хамминга, Ханнинга, Блэкмана, Блэкмана-Харриса

## 2. Работа в режиме осциллографа

Для работы прибора необходимо с помощью USB-кабеля подключить плату осциллографа к компьютеру и запустить программу DiSco.

На рис. П.2 приведено основное окно программы DiSco при работе в режиме осциллографа. В центре окна находится рабочий экран, на котором отображаются осциллограммы. Красная осциллограмма соответствует каналу А, а синяя - каналу В. Слева от рамки рабочего экрана расположена шкала напряжения канала А, справа от рамки - шкала напряжения канала В. Единица измерения обоих шкал по напряжению - вольты. Снизу рабочего экрана расположена ось времени (развертка).

Слева и справа от рабочего экрана находятся два указателя "1" и "2", позволяющих смещать нуль каналов A и B соответственно. Смещение нуля целесообразно проводить, если сигналы обоих каналов совпадают, что затрудняет их анализ. Для установки одной из девяти стандартных позиций нуля необходимо щелкнуть правой кнопкой мыши над соответствующим указателем, после чего из появившегося всплывающего меню выбрать одно из возможных значений положения нуля.



Рис. П.2. Окно программы DiSco в режиме осциллографа

Над рамкой рабочего экрана расположены два маркера "3" и "4", предназначенные для точного измерения временных интервалов и значений амплитуд напряжений каждого из каналов. Маркеры можно передвигать с помощью мыши, для этого необходимо щелкнуть левой кнопкой мыши над треугольником, после чего, не отпуская левою кнопку, передвигать мышь влево или вправо. При передвижении маркера по рабочему экрану на панели "D" будут отображаться параметры сигнала под маркером.

Для задания уровня синхронизации используются два горизонтальных маркера "5" и "6". Маркер А задает уровень (амплитуду) напряжения канала А, который используется при включенной синхронизации (абсолютной) по каналу А. Маркер В задает уровень, используемый при включенной синхронизации по каналу В. Перемещение маркеров синхронизации осуществляется аналогично перемещению маркеров "3" и "4", кроме того, при перемещении маркеров синхронизации на строке состояния точно отображается устанавливаемый уровень.

Для перемещения осциллограмм внутри рабочего экрана предназначена стандартная линейка прокрутки "7". После изменение масштаба ранее полученные осциллограммы могут полностью не поместиться внутри рабочего экрана, при этом ползунок становится меньше линейки прокрутки пропорционально отношению длины осциллограммы, попавшей в рабочий экран, к общей длине осциллограммы. Под линейкой прокрутки находится кнопка, позволяющая скрыть панель настроек осциллографа, что обеспечивает больше места для рабочего экрана.

Размах шкалы напряжения канала A/B задается на панели "8/9" "Канал A/B (Вольт/экран)". Размах задается с помощью ручки настройки. USB осциллограф аппаратно поддерживает два диапазона входных сигналов 0-2 B и 2-20 B. Поэтому, чтобы получить наиболее достоверную осциллограмму, амплитуда которой находится в диапазоне  $\pm 2$  B, целесообразно выбрать размах  $\pm 2$  Вольт/экран или ниже. Ошибка квантования при размахе  $\pm 2$  Вольт/экран и ниже будет составлять 4 B/1024 = 0,0039 B (разрядность 10 бит), в то время как при размахе более  $\pm 2$  Вольт/экран ошибка кантования будет в 10 раз больше - 40 B/ 1024 = 0,039 B. На этих же панелях расположены кнопки включения/ выключения каналов.

Если не требуется анализировать одновременно два аналоговых сигнала, то целесообразно выключить один из каналов, что позволит увеличить максимальную частоту дискретизации с 100 кГц до 200 кГц.

Панель "Период" "А" позволяет задавать период дискретизации (развертку), на базе которого происходит оцифровка входного аналогового сигнала. Для нормального просмотра осциллограмм рекомендуется, чтобы частота дискретизации была хотя бы в 5-6 раз выше максимальной частоты входного сигнала. Кроме выбора развертки на панели " Период " также можно задавать масштаб отображения осциллограмм, т.е. можно растянуть осциллограмму по оси времени для более детального анализа, например, каких-либо временных параметров сигнала.

В правом верхнем углу панели "Период" располагается информация о режиме чтения (если разрешено):

- "buf" чтение с использованием внутреннего буфера МК,
- "pipe" потоковое чтение данных в компьютер (в несколько раз увеличивается размер буфера отсчетов, но ужесточаются требования, предъявляемые к компьютеру).

Граничный период, на основании которого определяется режим чтения, задается в окне настроек. Двойной щелчок левой кнопкой мыши по метке с информацией о режиме чтения открывает окно настроек.

Все управляющие элементы синхронизацией, за исключением маркеров, расположены на панели "Синхронизация" "В".

Кнопка "Включена/Выключена" позволяет включить или выключить синхронизацию. Кнопки "А" и "В" выбирают канал и соответствующий маркер, сигнал с которого будет использоваться в качестве источника синхронизации. Кнопка "Ext" указывает, что источником синхронизации будет внешний источник, подключаемый к каналу В, который работает как вход (внешняя синхронизации доступна только при чтении через буфер). Кнопки выбора фронта определяют, по какому фронту сигнала (нарастающему или спадающему) будет абсолютная синхронизация, по какому перепаду сигнала (положительному или отрицательному) будет дифференциальная синхронизация и по какому фронту внешнего синхросигнала (нарастающему или спадающему) будет внешняя синхронизация. Две кнопки, расположенные внизу панели, определяют тип синхронизации: абсолютная или дифференциальная. Поле, расположенное возле кнопки задания дифференциальной синхронизации, определяет разницу между соседними отсчетами сигнала при превышении, которой будет выполнение условия синхронизации. При задании параметров синхронизации, которые не могут быть выполнены (например, задан уровень 5 В, а максимальная амплитуда сигнала не превышает 2 В), прибор все время будет находиться в ожидании выполнения условия синхронизации, т.е. одна из кнопок запуска измерения будет красной. В данном случае совсем необязательно останавливать измерения, нажимая кнопку "Сброс", так как при изменении любых условий синхронизации они автоматически будут переданы в устройство.

На панели "Параметры сигнала под маркерами" "С" отображаются положение каждого маркера на оси времени и амплитуда сигнала обеих каналов под каждым маркером. Также вычисляется разница времени маркеров и амплитуд сигналов, при этом цвет результата разницы будет определяться цветом того маркера, соответствующие значение которого больше.

На панели **"Общие параметры сигнала"** "D" отображаются вычисленные значения постоянной и переменной составляющей напряжения и, если возможно, то и значение частоты по каждому каналу.

Панель **"Фильтр**" "Е" обеспечивает подключение и расчет цифровых фильтров для каждого канала. Для включения фильтрации по каналу сначала необходимо рассчитать фильтр, открыв окно задания параметров фильтра, нажав кнопку "...", после чего установить галочку "Вкл." для выбранного канала.

Для проведения измерения необходимо нажать кнопку "Однокр." или "Цикл." на панели **"Управление"** "F".

Кнопка "Однокр." инициализирует только одно измерение (оцифровка и накопление отсчетов микроконтроллером, а затем передача их оболочке при работе через буфер), после чего на рабочем экране отображаются только что считанные осциллограммы.

Кнопка "Цикл." выполняет аналогичные действия, за исключением того, что после окончания измерения автоматически запускается новое измерение. После нажатия на одну из кнопок запуска она меняет свое название на "Сброс" красного цвета, нажатие на такую кнопку вызовет немедленный сброс устройства и прекращение ожидания результатов измерения. Кнопка "Сброс" может оказаться единственным средством останова измерения, например, когда задан уровень синхронизации, который никогда не может быть достигнут.

### 3. Работа в режиме анализатора спектра

На рис. П.3 приведено основное окно программы при работе в режиме анализатора спектра. Для перевода в этот режим работы программы необходимо нажать закладку "Спектр анализатор" в левой верхней части экрана.



Рис. П.3. Окно программы DiSco в режиме анализатора спектра

Большинство элементов окна при работе в данном режиме аналогичны соответствующим элементам при работе в режиме осциллографа. Исключение лишь в том, что горизонтальная ось становится частотной осью, развертка задается в виде частота/ экран, а шкала напряжения не содержит отрицательных амплитуд.

Также добавились новые элементы, относящиеся исключительно к спектральному анализу. Так, на панелях **"Канал А/В (Вольт/экран)"** появились дополнительные кнопки "В/ дБ" и "0 дБ = 0,775В/ 0 дБ = Umax" "1" и "2". Первая кнопка определяет, в каких единицах будет отображаться вертикальная шкала: в вольтах или децибелах. Вторая кнопка (активна только в том случае, если нажата первая) определяет, какой уровень напряжения соответствует 0 дБ, 0,775 В или максимальное значение напряжение по всей частотной оси для заданного канала.

На панели **"Частота"** добавлена кнопка "3", определяющая, будет ли ось частоты линейной или логарифмической. Панель синхронизации заменена панелью быстрого преобразования Фурье **"Окно БПФ"** "4". На панели находится раскрывающийся список, содержащий некоторые распространенные оконные функции: Хамминга, Ханнинга, Блэкмана и Блэкмана-Харриса.

Кроме этого, добавлена панель "КНИ" "5" расчета коэффициента нелинейных искажений или коэффициента гармоник. На панели выводятся результаты расчета общего КНИ, КНИ третьей гармоники и частоты первой (основной) гармоники, которая может задаваться принудительно в поле F1 либо рассчитываться автоматически при включенном флажке [+] Max.