

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

**Н.А. МАСЛЕННИКОВ, В.М. ПЕТРОВ**

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.**

**СБОРНИК ЗАДАНИЙ**

**ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ**

**Для студентов ФБФО, изучающих предмет в один семестр**

Методические указания

Санкт-Петербург

2017

УДК 624.014:625.08.001.24

Рецензент:

В.П. Колосов - к-т техн. наук, доцент СПбГАСУ

Н.А. Масленников, В.М. Петров Теоретическая механика. Сборник заданий для расчетно-графических работ. Методические указания – СПб: СПбГАСУ, 2017. - 27 с.

Библ.: 5 назв. Таб. 4, рис. 4.

Предназначены для студентов дневной и вечерней формы обучения

«Теоретическая механика»

Методические указания рекомендованы на заседании кафедры «Механики» от 16.10.2016 г., протокол № 2

*Методические указания публикуется в  
авторской редакции*

**© Н.А. Масленников, В.М. Петров 2017**

## ***Содержание расчётно-графических работ***

РГР № 1. Равновесие плоской системы связанных тел..

РГР № 2. Теорема об изменении кинетической энергии.

РГР № 3. Принцип возможных перемещений для определения реакций опор в шарнирной балке

### ***Порядок получения индивидуального задания***

Исходные данные для выполнения каждой работы студент выписывает из приведённых в каждом задании таблиц и схем в соответствии со своим шифром. Шифром являются три последних цифры номера зачётной книжки или студенческого билета. Например, номер зачётной книжки 18549: первая цифра шифра –5, вторая –4, третья –9.

### ***Общие требования к оформлению расчётно-графических работ***

Расчётно-графическая работа выполняется на стандартных листах писчей бумаги (формат А–4). Заполняется только одна сторона листа. (см. приложение 1, стр.32). На титульном листе указываются номер и название работы, фамилия, имя и отчество студента, номера группы и специальности, индивидуальный шифр. Работа должна быть сброшюрована. Расчётная схема изображается в масштабе длин. На ней указываются все необходимые данные в численном виде (размеры, нагрузки и др.), которые выписываются из таблиц. Все расчёты приводятся в краткой форме.

*Небрежно выполненные и выполненные не по шифру работы к проверке не принимаются.*

### ***Рекомендуемая литература***

1. Павлов В.Е. Теоретическая механика: учеб. Пособие для студ. Высш. Учеб. Заведений /В.Е. Павлов, Ф.А. Доронин. – М.: Издательский центр «Академия», 2009. – 320 с.
2. Бутенин Н.В., Яков Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. В 2-х томах. 10 изд. – М.:Лань, 2009.
3. Сборник задач для курсовых работ по теоретической механике под ред. А.А. Яблонского. – М.: ЕЕ Медия, 2012. – 388 с.
4. Мещерский И. Задачи по теоретической механике. - М.:Лань, 2009.
5. Масленников Н.А. и др. Сборник заданий и руководство по выполнению курсовой работы по статике. Учебное пособие. – СПб: Петербургский гос. Ун-т путей сообщения, 2004. – 68 с.

# РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

## Равновесие плоской системы связанных тел

**Задание:** Определить реакции в связях системы связанных тел. Исходные данные определяются из таблицы 3 и схем, представленных на рис. 3.

### *Последовательность расчёта*

1. Изобразить в масштабе схему конструкции. Указать размеры и нагрузки.
2. Построить расчётную схему системы, заменив связи реакциями связей. Удалить шарнир, заменив его усилиями в шарнире.
3. Составить уравнения равновесия.
4. Определить реакции в связях, Решая уравнения равновесия, определить реакции в связях и усилия в шарнире.

Таблица 3

Первая цифра шифра	$F_1$ кН	$F_2$ кН	$A$ м	Вторая цифра шифра	$q_1$ кН м	$q_2$ кН м	$\alpha^0$	Третья цифра шифра № схемы	$B$ м	$m$ кН·м
0	2	3	8	0	0	5	30	0	5	2
1	3	2	6	1	5	0	60	1	4	4
2	6	4	8	2	0	6	45	2	3	3
3	2	6	10	3	6	0	30	3	2	5
4	4	5	4	4	0	8	60	4	6	8
5	3	4	12	5	8	0	45	5	4	6
6	3	2	6	6	0	6	30	6	3	10
7	4	3	4	7	6	0	60	7	2	5
8	5	3	5	8	0	10	45	8	5	3
9	2	5	8	9	10	0	30	9	6	6

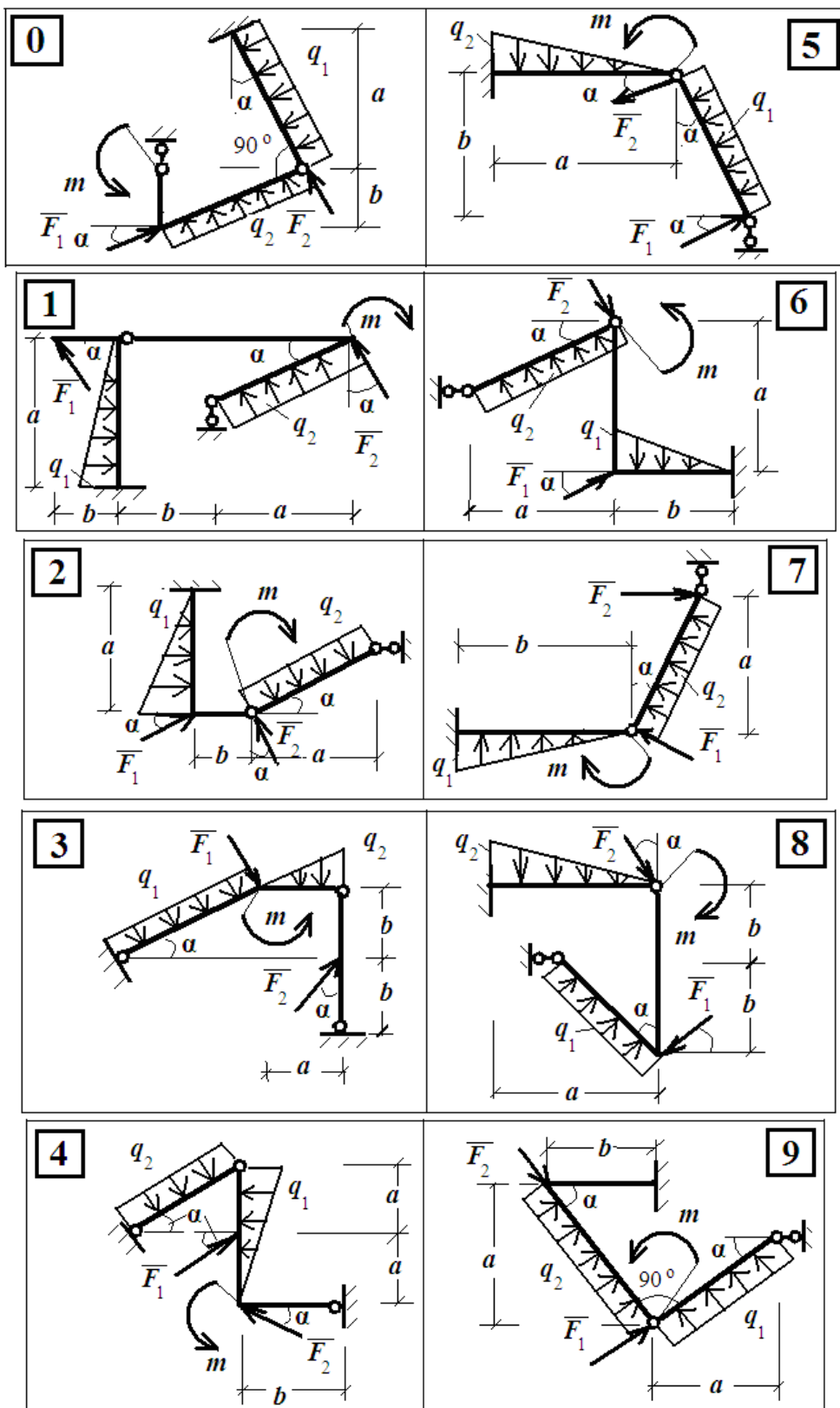
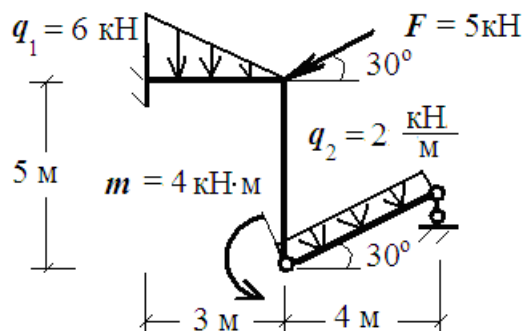
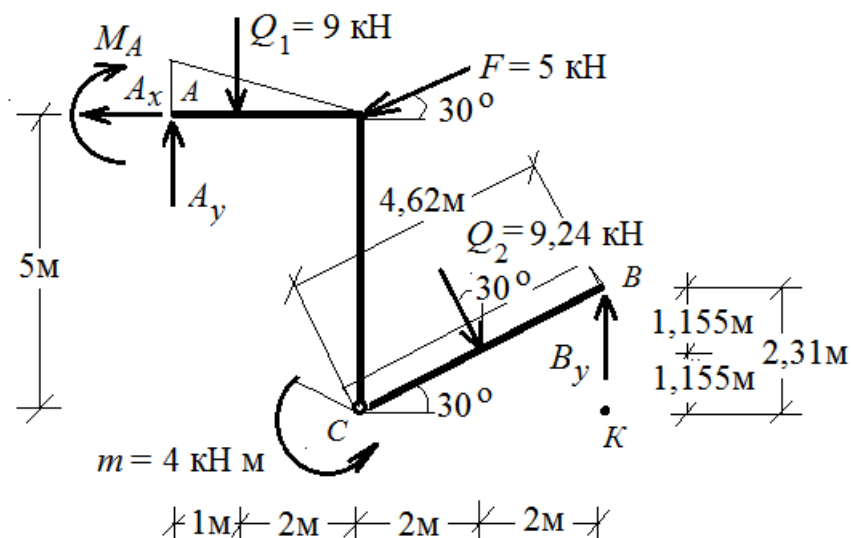


Рис. 3 Схемы заданий РГР №1

**Пример расчёта:** Определить реакции опор и усилия в сечении шарнира.



• Строим расчётную схему конструкции. Для этого освобождаем её от связей, заменяя их реакциями связей. Заменяем распределённые нагрузки сосредоточенными силами, приложенными в их центрах тяжести.



Из  $\Delta CBK$ :  $CB \cdot \cos \alpha = 4$ ;  $CB = 4/0,866 = 4,62\text{м}$ ;  $BK = 4,62/2 = 2,31\text{ м}$ ;  
 $Q_1 = 0,5 \cdot q_1 \cdot 3 = 0,5 \cdot 6 \cdot 3 = 9\text{ кН}$ ;  $Q_2 = q_2 \cdot 4,62 = 2 \cdot 4,62 = 9,24\text{ кН}$ ;  
 Удаляем шарнир, заменяя его усилиями.

• Составляем уравнения равновесия и решаем их. В левой части - шесть неизвестных, в правой – только три. Поэтому сначала рассматриваем правую часть:

$$\sum X^{\text{пр}} = 0; -C_x + Q_2 \cdot \sin 30^\circ = 0; -C_x + 9,24 \cdot 0,5 = 0; \quad C_x = 4,62\text{ кН};$$

$$\sum M_C^{\text{пр}} = 0; B_y \cdot 4 - Q_2 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 - Q_2 \cdot \sin 30^\circ \cdot 1,155 = 0;$$

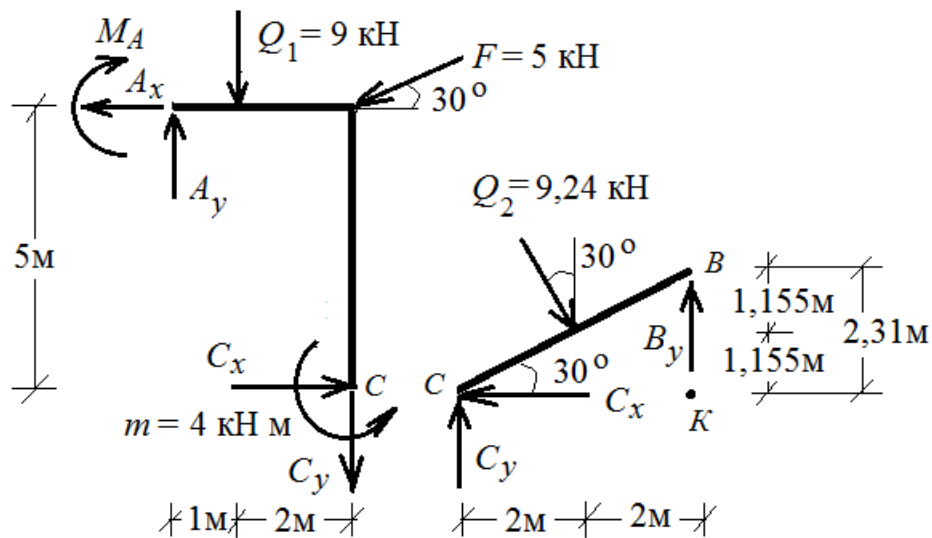
$$B_y \cdot 4 - 9,24 \cdot 0,866 \cdot 2 - 9,24 \cdot 0,5 \cdot 1,155 = 0; \quad B_y = 5,335\text{ кН};$$

$$\sum M_K^{\text{пр}} = 0; -C_y \cdot 4 + Q_2 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 - Q_2 \cdot \sin 30^\circ \cdot 1,155 = 0;$$

$$-C_y \cdot 4 + 9,24 \cdot 0,866 \cdot 2 - 9,24 \cdot 0,5 \cdot 1,155 = 0; \quad C_y = 2,667\text{ кН};$$

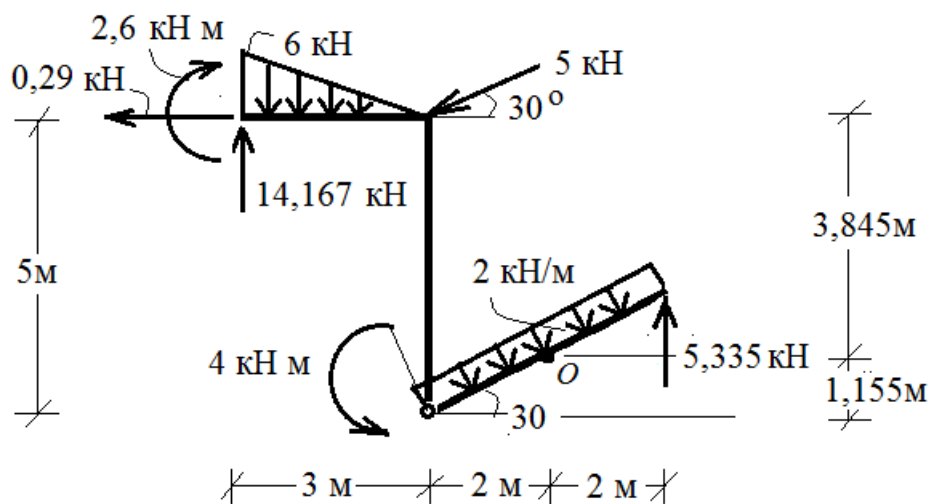
Проверка:

$$\sum Y^{np} = 2,67 + 5,335 - 9,24 \cdot \cos 30^\circ = 2,667 + 5,335 - 9,24 \cdot 0,866 = 0;$$



Рассмотрим левую часть:  $\sum Y^{лев.} = 0; A_y - Q_1 - C_y - F \cdot \sin 30^\circ = 0;$   
 $A_y - 9 - 2,667 - 5 \cdot 0,5 = 0; A_y = 14,167 \text{ кН};$   
 $\sum X^{лев.} = 0; C_x - A_x - F \cdot \cos 30^\circ = 0; 4,62 - A_x - 5 \cdot 0,866 = 0; A_x = 0,29 \text{ кН};$   
 $\sum M_A^{лев.} = 0; -M_A - Q_1 \cdot 1 + m + C_x \cdot 5 - C_y \cdot 3 - F \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 = 0;$   
 $-M_A - 9 \cdot 1 + 4 + 4,62 \cdot 5 - 2,667 \cdot 3 - 5 \cdot 0,5 \cdot 3 = 0; M_A = 2,6 \text{ кН}\cdot\text{м};$   
 Проверка:  $\sum M_C^{лев.} = A_x \cdot 5 - A_y \cdot 3 - M_A + Q_1 \cdot 2 + F \cdot \cos 30^\circ \cdot 5 + m =$   
 $= 0,29 \cdot 5 - 14,167 \cdot 3 - 2,6 + 9 \cdot 2 + 5 \cdot 0,866 \cdot 5 + 4 = 0,001$

• Выполняем проверку для всей системы:



$$\sum Y = 14,167 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 - 5 \cdot \cos 30^\circ - 2 \cdot 4,62 \cdot \cos 30^\circ + 5,335 = 19,502 - 19,5 = 0,2;$$

%ошибки:  $(0,02/19,5) \cdot 100\% = 0,1\% < 1\%;$

$$\sum M_O = -2,6 + 0,29 \cdot 3,845 - 14,167 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4 + 5 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2 + 5 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3,845 + 4 + 5,335 \cdot 2 = 73,445 - 73,434 = 0,001;$$

## РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

### Теорема об изменении кинетической энергии

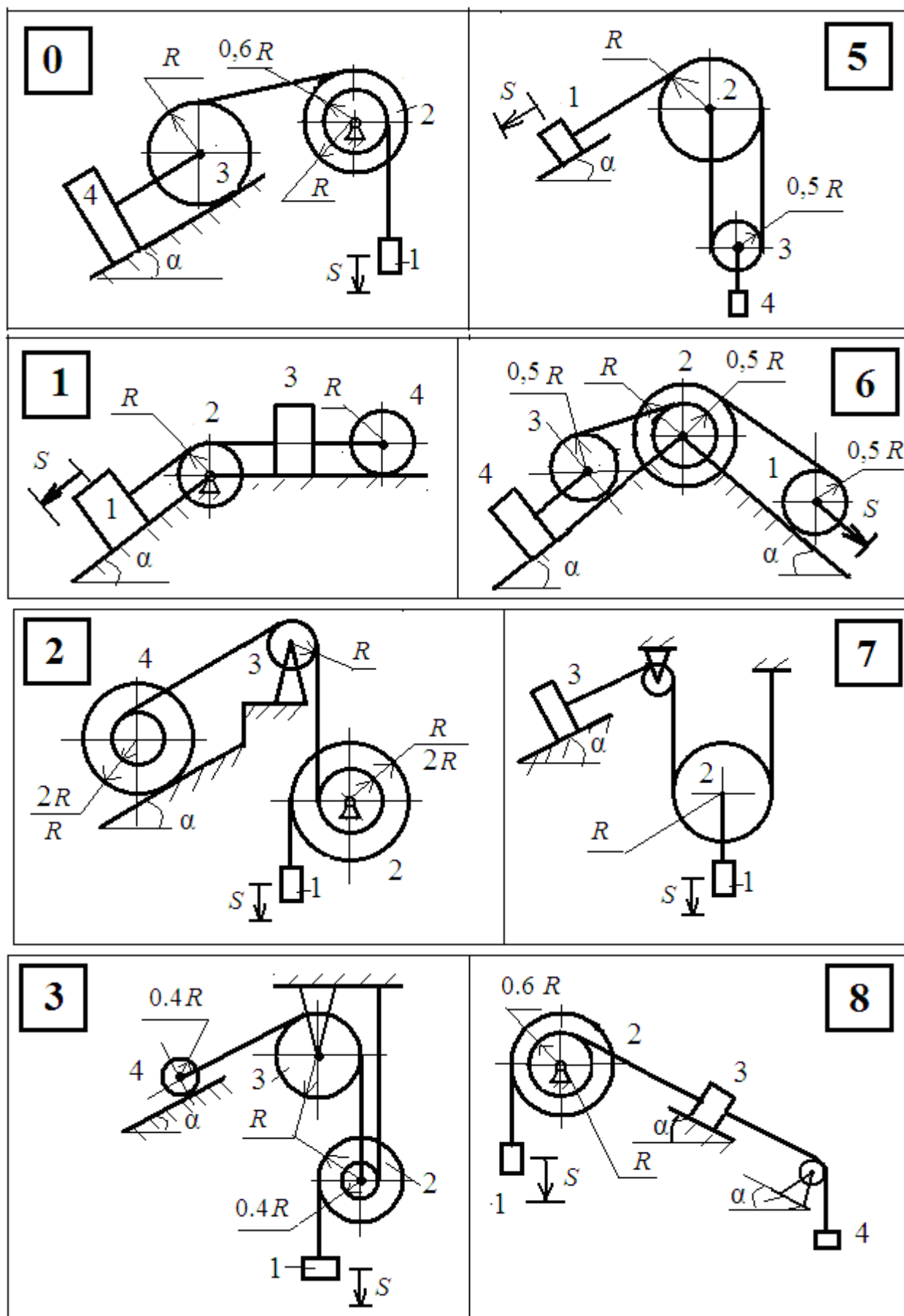
**Задание:** Для заданной механической системы, движение которой начинается из состояния покоя, определить, какую скорость приобретает тело 1 при перемещении на расстояние  $S$ .

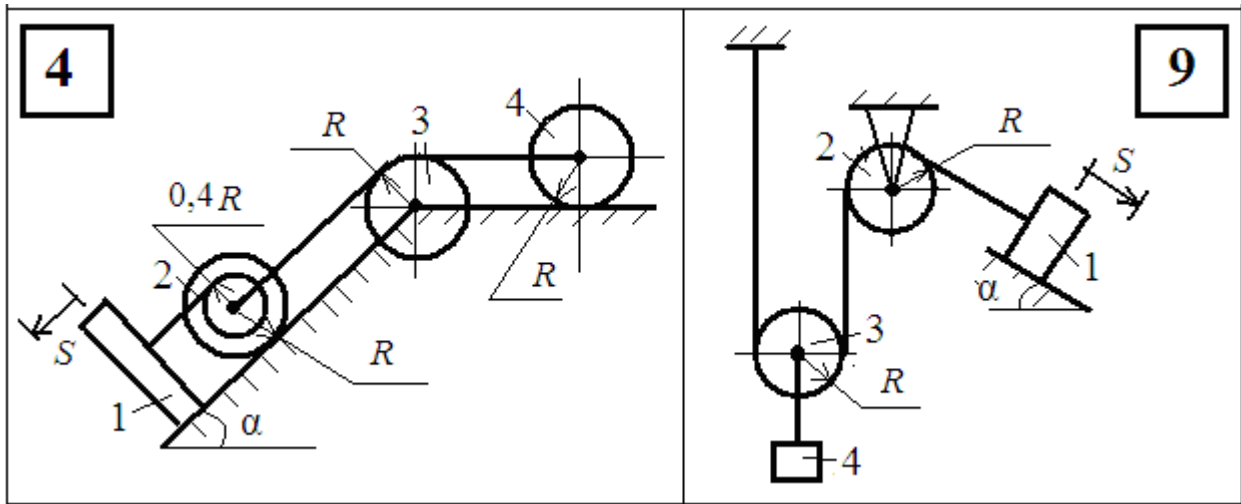
Исходные данные приведены в таблице №2 и на схемах рис.2.

Таблица №2

Первая цифра шифра	$m_1$ кг	$R$ м	$d$ м	Вторая цифра шифра	$\alpha^\circ$	$m_2$ кг	$f$	Третья цифра шифра № схемы	$m_3$ кг	$m_4$ кг	$S_1$ м	$\rho$ м
0	$2m$	0,2	0,001	0	30	$m$	0,1	0	$5m$	$7m$	2	0,11
1	$3m$	0,5	0,002	1	45	$5m$	0,2	1	$4m$	$3m$	6	0,13
2	$4m$	0,8	0,003	2	60	$2m$	0,3	2	$3m$	$5m$	4	0,14
3	$5m$	0,3	0,004	3	30	$8m$	0,4	3	$2m$	$4m$	5	0,15
4	$m$	0,2	0,005	4	45	$3m$	0,1	4	$3m$	$m$	7	0,16
5	$8m$	0,6	0,001	5	60	$4m$	0,3	5	$7m$	$2m$	2	0,12
6	$4m$	0,4	0,002	6	30	$6m$	0,2	6	$6m$	$4m$	3	0,13
7	$5m$	0,7	0,003	7	45	$3m$	0,4	7	$2m$	$5m$	5	0,14
8	$6m$	0,3	0,004	8	60	$4m$	0,1	8	$m$	$6m$	8	0,15
9	$2m$	0,5	0,005	9	30	$2m$	0,3	9	$2m$	$3m$	4	0,16







### Последовательность расчёта:

1. Вычертить схему заданной механической системы.
2. Применить теорему об изменении кинетической энергии систе-

мы: 
$$T - T_o = \sum_{i=1}^n \delta A_i^F + \sum_{i=1}^n \delta A_i^P .$$

$T_o$  – кинетическая энергия системы в начальном положении. Так как в начальный момент времени система находится в покое  $T_o = 0$ ;

$T$  - кинетическая энергия системы в конечном положении;

$\sum_{i=1}^n \delta A_i^F$  - сумма работ внешних сил, приложенных к системе на перемещениях системы из начального положения в конечное положение;

мещении системы из начального положения в конечное положение;

$\sum_{i=1}^n \delta A_i^P$  - сумма работ внутренних сил на том же перемещении.

Для рассматриваемых систем, состоящих из абсолютно твёрдых тел,

соединённых нерастяжимыми нитями и стержнями,  $\sum_{i=1}^n \delta A_i^P = 0$ .

Следовательно, уравнение примет вид: 
$$T = \sum_{i=1}^n \delta A_i^F .$$

3. Для определения кинетической энергии  $T$  и суммы работ внешних сил изобразить систему в конечном положении.
4. Написать кинематическое соотношение между скоростями и перемещениями точек системы, то есть выразить скорости и перемещения тел через скорость и перемещение тела 1.
5. Вычислить кинетическую энергию системы в конечном положении, как сумму кинетических энергий всех тел:  $T = \sum T_i$ .
6. Вычертить схему системы с приложенными к ней внешними силами.
7. Найти сумму работ внешних сил, приложенных к системе, на заданном её перемещении.
8. Используя теорему об изменении кинетической энергии, вычислить скорость, которую приобретает тело 1.

### Пример расчёта

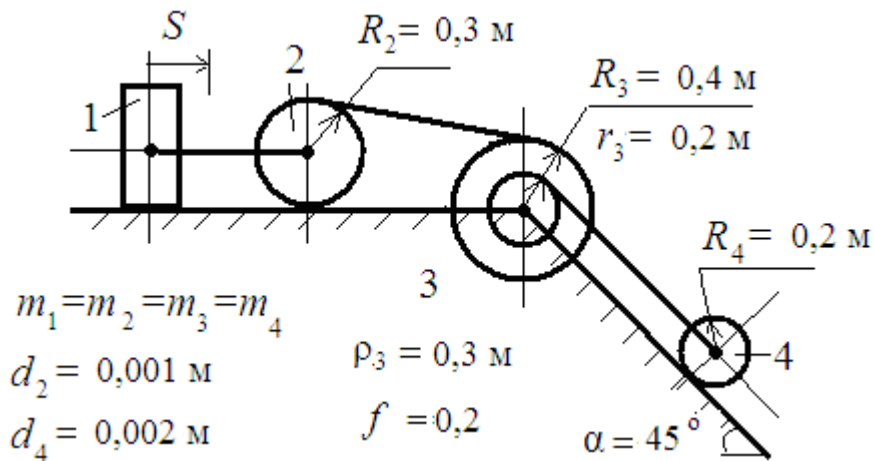
Определить скорость, которую приобретает тело 1, начинающее движение из состояния покоя и проделавшее путь  $S = 2\text{ м}$ . Массы всех тел принять равными.

$f$  – коэффициент трения скольжения,

$d_2$  и  $d_4$  – коэффициенты трения качения,

$m$  – масса тел,

$\rho_3$  – радиус инерции блока 3.



- Теорема об изменении кинетической энергии системы:

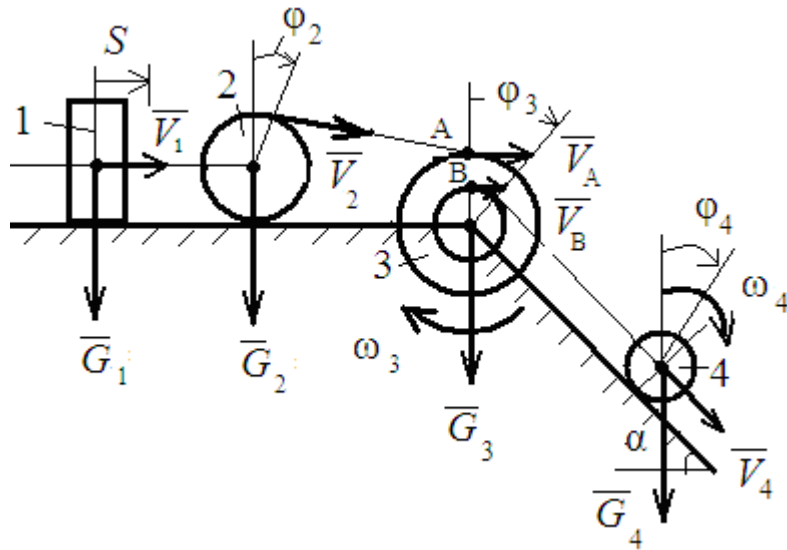
$$T - T_o = \sum_{i=1}^n \delta A_i^F + \sum_{i=1}^n \delta A_i^P ; \quad T_o = 0; \quad \sum_{i=1}^n \delta A_i^P = 0;$$

Следовательно, 
$$T = \sum_{i=1}^n \delta A_i^F .$$

- Для определения кинетической энергии  $T$  и суммы работ внешних сил изображаем систему в конечном положении.
- Устанавливаем кинематическое соотношение между скоростями и перемещениями точек системы, выражая скорости и перемещения тел через скорость и перемещение тела 1.

примем:  $R_3 = 0,4 \text{ м} = R$ ; тогда  $r_3 = 0,2 \text{ м} = 0,5 \cdot R$ ;  $R_4 = 0,2 \text{ м} = R$ ;  
 $R_2 = 0,3 \text{ м} = 0,75 \cdot R$ ;

- примем:  $V_1 = V$ ; так как нити нерастяжимы, то  $V_2 = V_1 = V$ ,  
 $V_A = V_2 = V$ ;  $V_B = 0,5 \cdot V_A = 0,5 V$ ;  $V_4 = V_B = 0,5 \cdot V$



$$V_2 = \omega_2 \cdot R_2; \quad V_2 = V; \quad R_2 = 0,75 \cdot R; \quad \omega_2 = \frac{V}{0,75 \cdot R} = 1,333 \cdot \frac{V}{R};$$

$$V_3 = \omega_3 \cdot R_3; \quad V_3 = V; \quad R_3 = R; \quad \omega_3 = \frac{V}{R};$$

$$V_4 = \omega_4 \cdot R_4; \quad V_4 = 0,5 \cdot V; \quad R_4 = 0,5 \cdot R; \quad \omega_4 = \frac{V}{R};$$

• примем  $S_1 = S$ ; так как нити нерастяжимы, то  $S_2 = S_1 = S_A = S_3 = S$ ;

$$S_2 = \varphi_2 \cdot R_2; \quad R_2 = 0,75 \cdot R; \quad S_2 = S; \quad \varphi_2 = \frac{S}{0,75 \cdot R} = 1,333 \cdot \frac{S}{R};$$

$$S_3 = \varphi_3 \cdot R_3; \quad R_3 = R; \quad S_3 = S; \quad \varphi_3 = \frac{S}{R};$$

$$S_B = \varphi_3 \cdot r_3; \quad r_3 = 0,5 \cdot R_3 = 0,5 \cdot R; \quad S_B = \frac{S}{R} \cdot 0,5 \cdot R = 0,5 \cdot S;$$

так как нити нерастяжимы, то  $S_4 = S_B = 0,5 \cdot S$ .

$$S_4 = \varphi_4 \cdot R_4; \quad R_4 = 0,5 \cdot R; \quad \varphi_4 = \frac{S}{R};$$

• Вычисляем кинетическую энергию системы в конечном положении,

как сумму кинетических энергий всех тел:  $T = \Sigma T_i$ .

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = 0,5 \cdot m \cdot V^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_2^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,28 \cdot m \cdot R^2 \cdot \left(1,33 \cdot \frac{V}{R}\right)^2 = 0,75 \cdot m \cdot V^2;$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot R_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (0,75 \cdot R)^2 = 0,28 \cdot m \cdot R^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \cdot I_3 \cdot \omega_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,5625 \cdot m \cdot R^2 \cdot \left(\frac{V}{R}\right)^2 = 0,28 \cdot m \cdot V^2;$$

$$I_3 = m_3 \cdot \rho_3^2 = m \cdot (0,75 \cdot R)^2 = 0,5625 \cdot m \cdot R^2 ;$$

$$(\rho_3 = 0,3 \text{ м} = 0,75 \cdot R);$$

$$T_4 = \frac{1}{2} \cdot m_4 \cdot V_4^2 + \frac{1}{2} \cdot I_4 \cdot \omega_4^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (0,5 \cdot V)^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,125 \cdot m \cdot R^2 \cdot \left(\frac{V}{R}\right)^2 = 0,1875 \cdot m \cdot V^2;$$

$$I_4 = \frac{1}{2} \cdot m_4 \cdot R_4^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (0,5 \cdot R)^2 = 0,125 \cdot m \cdot R^2;$$

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = 0,5 \cdot m \cdot V^2 + 0,75 \cdot m \cdot V^2 + 0,28 \cdot m \cdot V^2 + 0,1875 \cdot m \cdot V^2$$

$$T = 1,72 \cdot m \cdot V^2$$

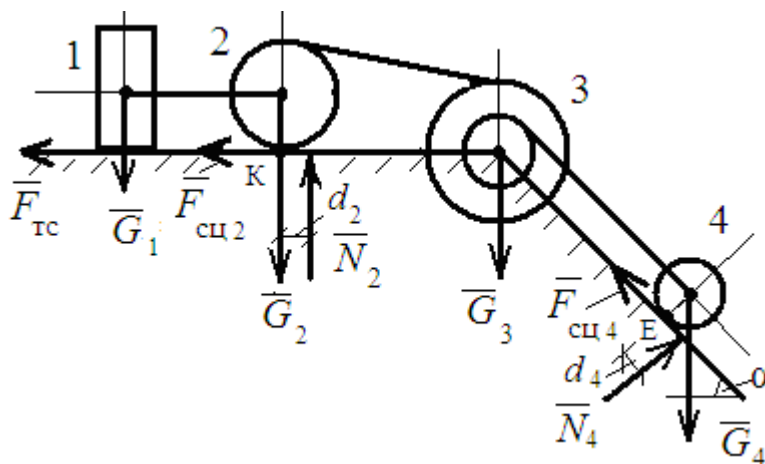
- Чертим схему системы с приложенными к ней внешними силами.

Так как по условию  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$ , то  $G_1 = G_2 = G_3 = G_4 = G$ ;

- Определяем сумму работ внешних сил, приложенных к системе, на заданном её перемещении.

Работа сил сцепления  $F_{\text{сц}2}$  и  $F_{\text{сц}4}$  равна нулю, так как эти силы приложены в неподвижных точках (мгновенных центрах скоростей тел 2 и 4).

$$\Sigma A = A_{1\text{тс}} + A_{2\text{тк}} + A_{4\text{тк}} + A_{4G} .$$



Работа силы трения скольжения тела 1: ( $R = 0,4 \text{ м}$ ,  $S = 2 \text{ м}$ )

$$A_{1\text{тс}} = -F_{1\text{тс}} \cdot f \cdot S = -G \cdot f \cdot S = -0,2 \cdot 2 \cdot G = -0,4 \cdot G;$$

Работа пары сил сопротивления качению катка 2:

$$A_{2\text{ТК}} = -M_{2\text{ТК}} \cdot \varphi_2 = -N_2 \cdot d_2 \cdot \varphi_2 = -G \cdot 0,001 \cdot 1,333 \cdot \frac{S}{R} =$$
$$-0,0013 \cdot G \cdot \frac{V}{R} \cdot \frac{2}{0,4};$$

$$A_{2\text{ТК}} = -0,0067 \cdot G;$$

Работа пары сил сопротивления качению катка 4:

$$A_{4\text{ТК}} = -M_{4\text{ТК}} \cdot \varphi_4 = -N_4 \cdot d_4 \cdot \varphi_4 = -G \cdot \cos 45^\circ \cdot 0,002 \cdot \frac{S}{R} =$$
$$-G \cdot 0,707 \cdot 0,002 \cdot \frac{2}{0,4};$$

$$A_{4\text{ТК}} = -0,0071 \cdot G;$$

Работа силы тяжести катка 4:

$$A_{4G} = -G \cdot \cos 45^\circ \cdot S_4 = -G \cdot 0,707 \cdot 0,5 \cdot S = -0,707 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot G =$$
$$-0,707 \cdot G;$$

$$A = -0,4 \cdot G - 0,0067 \cdot G - 0,0071 \cdot G - 0,707 \cdot G = 1,121 \cdot G =$$
$$1,121 \cdot m \cdot g = 11 \cdot m;$$

• Используя теорему об изменении кинетической энергии, определяем скорость, которую приобретает тело 1:  $1,72 \cdot m \cdot V^2 = -11 \cdot m;$

$$V = 2,53 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

### РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

#### Принцип возможных перемещений

**Задание:** Используя принцип возможных перемещений совместно с принципом освобождения твёрдых тел от связей, определить реакции опор  $A, B, C, D$  для системы сочленённых балок и определить значение силы  $F$  для механической системы с одной степенью свободы.

Исходные данные приведены в таблице №4 и на схемах рис.4.

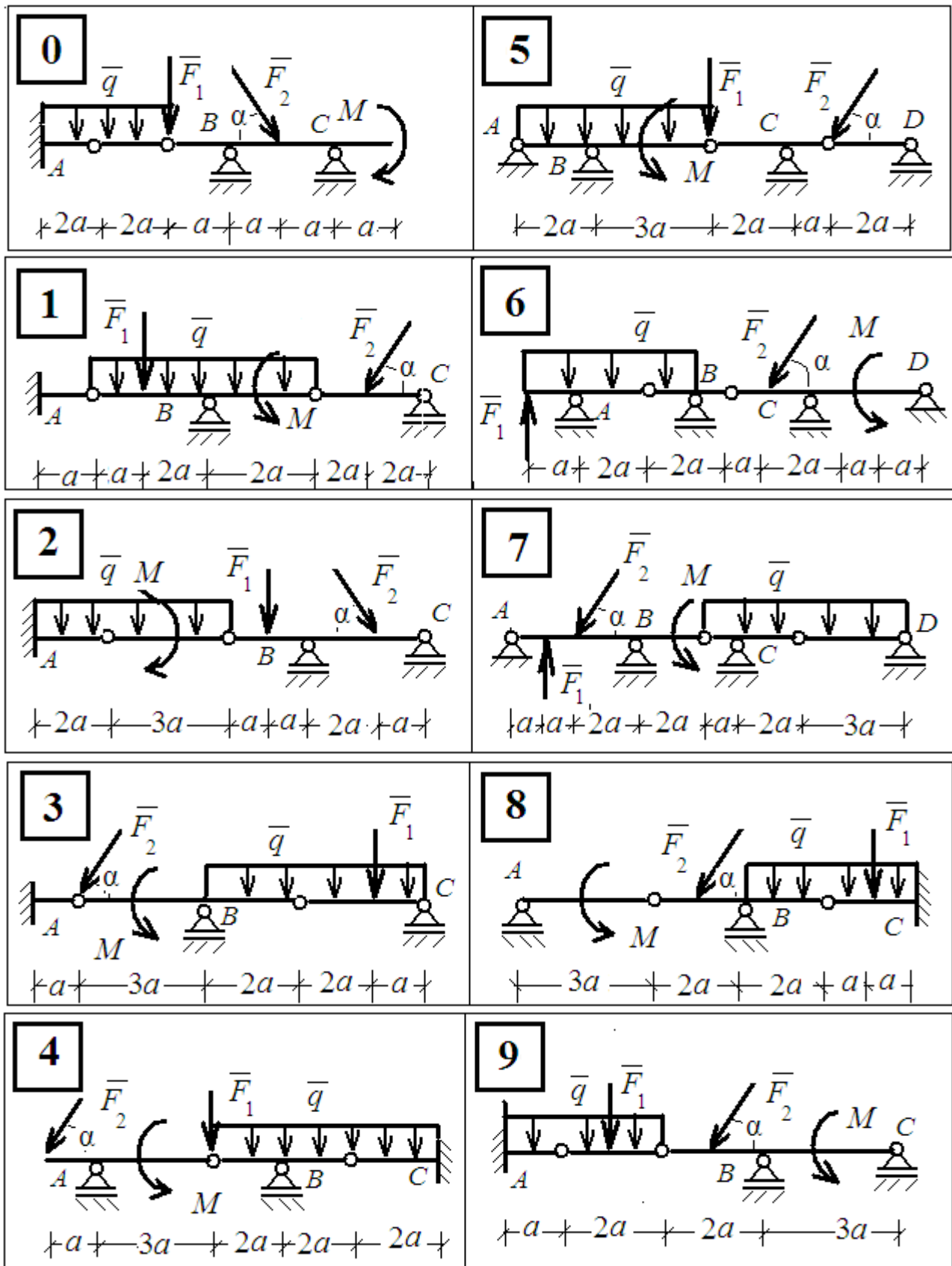


Рис.4

**Последовательность расчёта:**

1. Вычертить схему заданной механической системы с указанием



всех сил, действующих на неё.

2. Для удобства расчётов заменить действие равномерно - распределённой нагрузки сосредоточенной силой, приложенной в центре её тяжести:  $Q = q \cdot a$ .
3. На основании принципа освобождения твёрдых тел от связей, удалить искомую связь, заменяя её реакцией. Полученная таким образом система имеет одну степень свободы и допускает перемещения.
4. Показать схему возможных перемещений.
5. Составить уравнение работ всех сил на возможных перемещениях, учитывая, что действие связей заменено реакцией этой связи. На основании принципа возможных перемещений для равновесия механической системы с голономными идеальными, стационарными и двусторонними связями (такowymi являются все системы, приведённые в задании), необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех заданных сил и реакций связей, приложенных к точкам системы, была равна нулю на любом возможном перемещении системы:

$$\sum_{i=1}^n \delta A_i^F = 0 \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^n \bar{F}_i \cdot \delta \bar{s}_i = 0.$$

6. Используя подобие треугольников, установить зависимость между перемещениями и решаем уравнение работ. Определить искомую реакцию.

Таблица №3

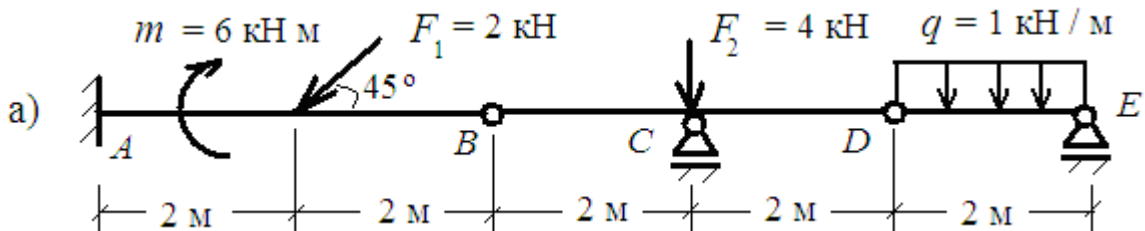
Первая цифра шифра	$F_1$	$a$	Вторая цифра шифра	$\alpha^\circ$	$F_2$	Третья цифра шифра №	$M$	$q$
--------------------	-------	-----	--------------------	----------------	-------	----------------------	-----	-----

	кН	м			кН	схемы	кН·м	кН/м
0	2	0,6	0	30	2	0	5	2
1	3	0,4	1	45	5	1	4	6
2	4	0,8	2	60	2	2	3	4
3	5	0,3	3	30	7	3	2	5
4	2	0,5	4	45	3	4	3	4
5	7	0,3	5	60	4	5	7	2
6	4	0,5	6	30	6	6	6	3
7	5	0,7	7	45	3	7	2	5
8	6	0,6	8	60	4	8	4	6
9	2	0,8	9	30	7	9	3	4

### Пример расчёта

Для составной балки (рис.а), на которую действуют силы, указанные на схеме, определить реакции опор  $A$ ,  $C$  и  $E$ .

- Заменяем равномерно - распределённую нагрузку сосредоточенной силой  $Q = q \cdot a = 1 \cdot 2 = 2$  кН.

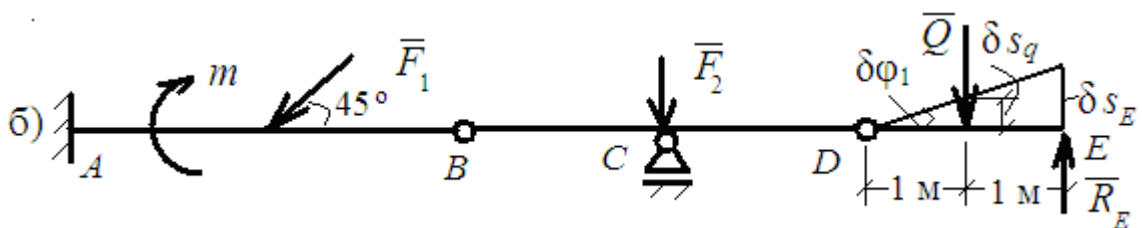


- Определяем реакцию опоры  $E$ . (рис. б).

Отбрасываем опору  $E$ , заменяя её реакцией  $R_E$ . Балка  $DE$  повернётся вокруг цилиндрического шарнира  $D$  на бесконечно малый угол  $\delta\phi_1$ .

Все остальные точки не имеют возможных перемещений.

Чертим схему возможных перемещений.



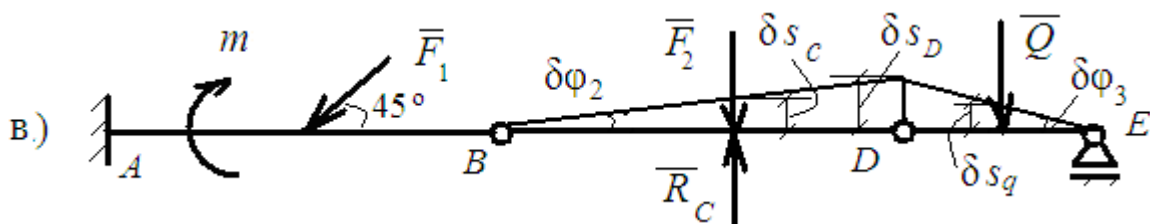
Из подобия треугольников:  $\delta s_q = 0,5 \cdot \delta s_E$ ;

Составляем уравнение работ и решаем его, определяя искомую реак-

цию: 
$$\sum_{i=1}^n \delta A_i^F = R_E \cdot \delta s_E - Q \cdot \delta s_q = 0; \quad R_E \cdot \delta s_E = 2 \cdot 0,5 \delta s_E; \quad R_E = 1 \text{ кН}$$

• Аналогично определяем реакцию опоры  $C$ . (рис. в).

Опору  $C$  заменяем реакцией  $R_C$ . Балка  $DE$  повернётся на бесконечно малый угол  $\delta\varphi_3$  вокруг цилиндрического шарнира  $E$ , а балка  $BD$  - вокруг шарнира  $B$  на угол  $\delta\varphi_2$ . Все остальные точки не имеют возможных перемещений. Чертим схему возможных перемещений.



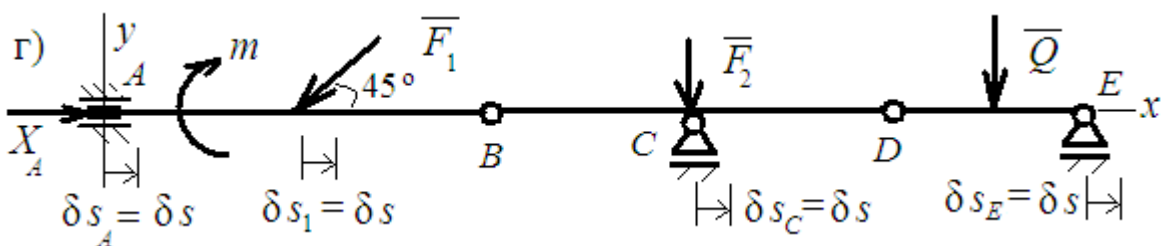
Из подобия треугольников:  $\delta s_q = \delta s_C = 0,5 \cdot \delta s_D$ ;

$$\sum_{i=1}^n \delta A_i^F = 0; \quad R_C \cdot \delta s_C - F_2 \cdot \delta s_C - Q \cdot \delta s_q = 0;$$

$$R_C \cdot 0,5 \cdot \delta s_D - 4 \cdot 0,5 \cdot \delta s_D - 2 \cdot 0,5 \cdot \delta s_D = 0; \quad R_C = 6 \text{ кН};$$

• Определяем горизонтальную составляющую реакции опоры  $A$  (рис. г). Для этого заменяем жёсткое защемление опорой в виде ползуна, жёстко скреплённого с балкой. Такая опора позволяет исключить горизонтальную связь опоры  $A$ , которая компенсируется реакцией  $X_A$ , но не допускает вертикальное перемещение и поворот. В этом случае система получает одну степень свободы.

А возможные перемещения будут только горизонтальными, одинаковыми для всех тел –  $\delta s$ .



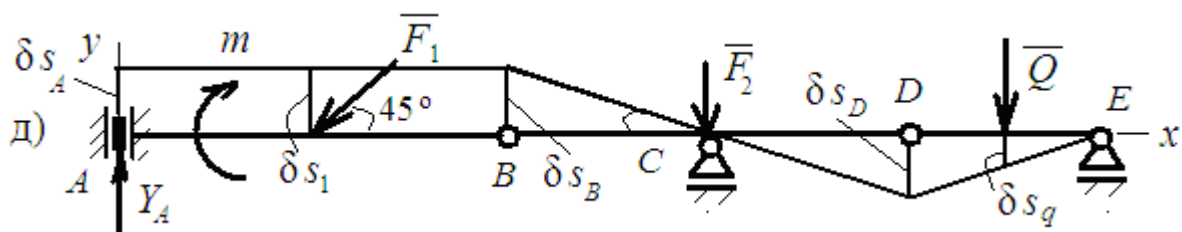
Уравнение работ получает вид:  $\sum_{i=1}^n \delta A_i^F = 0$  ;

$$X_A \cdot \delta s - F_1 \cdot \cos 45^\circ \cdot \delta s = 0; \quad X_A - 2 \cdot 0,707 = 0; \quad X_A = 1,414 \text{ кН};$$

• Определяем вертикальную составляющую реакции опоры  $A$  (рис. д).

Для этого ползун располагаем вертикально, и вертикальная связь компенсируется вертикальной реакцией  $Y_A$  (по аналогии с предыдущей горизонтальной связью).

При сообщении системе возможных перемещений балка  $AB$  получит поступательное вертикальное перемещение, балка  $BD$  повернётся вокруг цилиндрического шарнира  $C$ , а балка  $DE$  - вокруг шарнира  $E$ .



Из подобия треугольников:  $\delta s_A = \delta s_1 = \delta s_B = \delta s_D$ ;  $\delta s_q = 0,5 \cdot \delta s_D$ ;

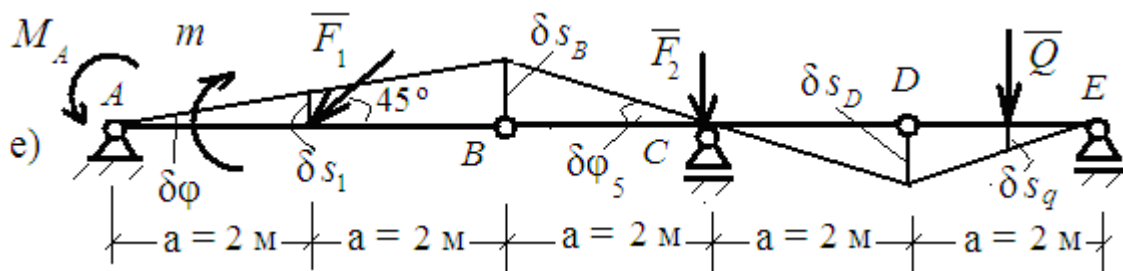
Уравнение работ получает вид:  $\sum_{i=1}^n \delta A_i^F = 0$ ;

$$Y_A \cdot \delta s_A - F_1 \cdot \sin 45^\circ \cdot \delta s_1 + Q \cdot \delta s_q = 0; \quad Y_A - 2 \cdot 0,707 + 2 \cdot 0,5 = 0;$$

$$Y_A = 0,414 \text{ кН};$$

• Определяем реактивный момент опоры  $A$ . Для этого заменяем жёсткое защемление шарнирно-неподвижной опорой, а отброшенную связь – реактивным моментом  $M_A$ . (рис. е).

Даём системе возможные перемещения и определяем зависимости между ними.



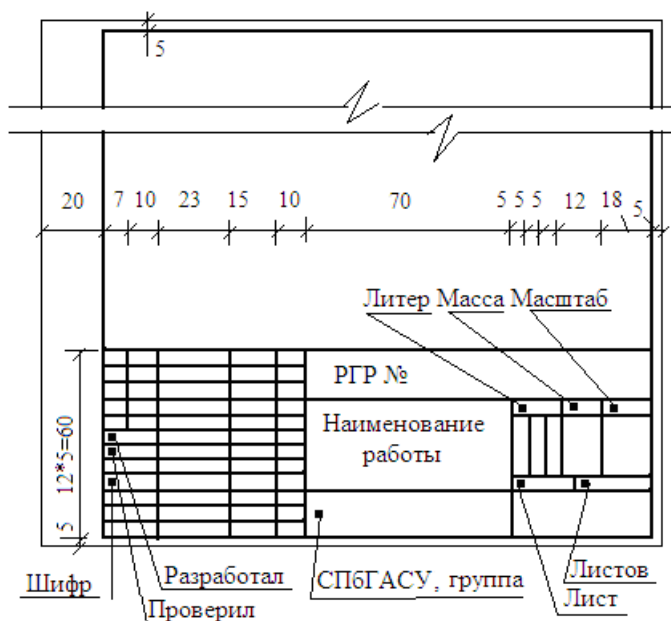
$$\delta s_B = \delta s_D = \delta s = 2a \cdot \delta \varphi = 4 \cdot \delta \varphi; \quad \delta s_q = \delta s_1 = 0,5 \cdot \delta s = 2 \cdot \delta \varphi;$$

$$\sum_{i=1}^n \delta A_i^F = 0; \quad M_A \cdot \delta \varphi - m \cdot \delta \varphi - F_1 \cdot \sin 45^\circ \cdot \delta s_1 + Q \cdot \delta s_q = 0;$$

$$M_A \cdot \delta \varphi - 6 \cdot \delta \varphi - 2 \cdot 0.707 \cdot 2 \cdot \delta \varphi + 2 \cdot 2 \cdot \delta \varphi = 0; \quad M_A = 4,824 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

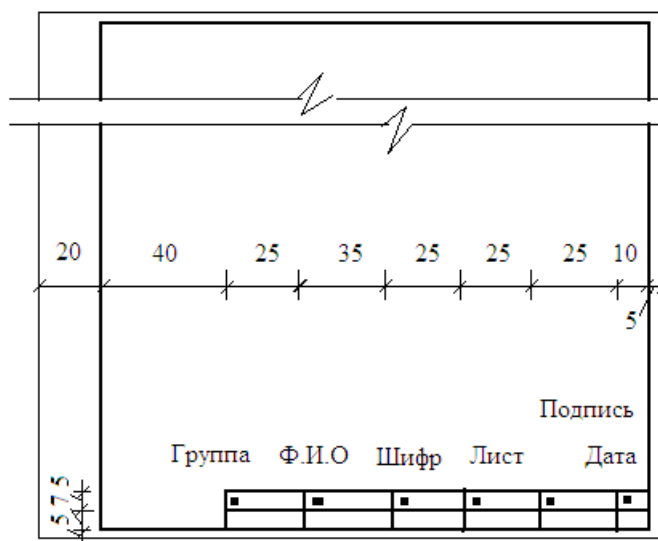
## ПРИЛОЖЕНИЕ

Образец оформления первого листа расчета  
(формат листа А-4)



Образец оформления последующих листов расчета

(формат листа А-4)



### *Содержание*

РГР № 1. Равновесие плоской системы связанных тел .....	4
РГР № 2. Теорема об изменении кинетической энергии .....	7
РГР № 3. Принцип возможных перемещений для определения реакций опор в шарнирной балке .....	15
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	20

Масленников Никита Александрович

Теоретическая механика.  
Сборник заданий  
для расчетно-графических работ

Методические указания

