

## Практическое задание #2 (заочный). Оценивание в условиях неопределенности

**Цель работы:** практическое изучение методов оценивания альтернатив в различных условиях функционирования сложных систем.

### 1. Теоретические сведения

#### 1.1. Задача количественного оценивания

Количественное оценивание систем необходимо во многих практических случаях, связанных с необходимостью принятия решений или осуществления управления в сложных системах.

Существенным для выбора того или иного критерия являются условия, в которых функционирует оцениваемая система. Различают три группы условий [1]:

1. условия определенности,
2. условия риска,
3. условия неопределенности.

Рассмотрим третий случай из указанных выше.

#### 1.2. Оценка сложных систем в условиях неопределенности.

Организационно-технические системы могут иметь специфические черты, не позволяющие свести их ни к детерминированным, ни к вероятностным, что не позволяет использовать для их оценки детерминированные или вероятностные критерии.

Примеры:

1. Возможность появления непредсказуемых природных явлений (ураган).
2. Возможность направленных действий со стороны внешних лиц, могущих изменить работу системы.
3. Возможность выхода из строя части системы.

Условия оценки эффективности систем для неопределенных операций можно представить в виде таблицы

$a_i$	$n_j$				$K(a_i)$
	$n_1$	$n_2$	...	$n_k$	
$a_1$	$k_{11}$	$k_{12}$	...	$k_{1k}$	
$a_2$	$k_{21}$	$k_{22}$	...	$k_{2k}$	
...	...	...	...	...	...
$a_n$	$k_{n1}$	$k_{n2}$	...	$k_{nk}$	

Здесь:

$a_i$  - вектор альтернатив, определяющих свойства системы ( $i=1, \dots, n$ );

$n_j$  - вектор неуправляемых параметров, определяющий состояние обстановки ( $i=1, \dots, k$ );

$k_{ij}$  - значение эффективности системы  $a_i$  для состояния обстановки  $n_j$ ;

$K(a_i)$  - обобщенный показатель эффективности системы (альтернативы)  $a_i$ .

Каждая строка таблицы содержит значения эффективности одной системы для всех состояний обстановки  $n_j$ , а каждый столбец - значения эффективности для всех систем  $a_i$  для одного состояния обстановки.

В зависимости от характера предпочтений лица, принимающего решения в условиях неопределенности, могут использоваться следующие критерии.

### 1.3.1. Критерий среднего выигрыша.

Предполагает явное задание вероятностей состояния обстановки  $p_j$ . Эффективность систем оценивается как среднее ожидаемое значение (математическое ожидание) оценок эффективности по всем состояниям обстановки:

$$K(a_i) = \sum_{j=1}^m p_j k_{ij}$$

Оптимальной системе будет соответствовать эффективность

$$K_{\text{опт}} = \max_i \sum_{j=1}^m p_j k_{ij}$$

### 1.3.2. Критерий Лапласа.

В основе критерия лежит предположение: поскольку о состояниях обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятными. Поэтому:

$$K(a_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m k_{ij}$$

$$K_{\text{опт}} = \max_i \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m k_{ij}$$

### 1.3.3. Критерий осторожного наблюдателя (критерий Вальда).

Это **максиминный** критерий, гарантирующий максимальный выигрыш при наихудших условиях. Критерий основывается на том, что если состояние обстановки неизвестно, нужно поступить самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждой системы.

В каждой строке матрицы эффективности находится минимальная из оценок систем по различным состояниям обстановки

$$K(a_i) = \min_j k_{ij}$$

Оптимальной считается система для строки с максимальным значением эффективности:

$$K_{\text{опт}} = \max_i \{ \min_j k_{ij} \}$$

#### 1.3.4. Критерий максимакса.

Этим критерием предписывается оценивать системы по максимальному значению эффективности и выбирать в качестве оптимального решения систему, обладающую эффективностью наибольшей из максимумов:

$$K(a_i) = \max_{j=1, \dots, m} k_{ij}$$

$$K_{\text{опт}} = \max_i \{ \max_j k_{ij} \}, \quad i = 1, \dots, n$$

#### 1.3.5. Критерий пессимизма-оптимизма (критерий Гурвица).

Это критерий обобщенного максимина. Согласно данному критерию при оценке и выборе систем неразумно проявлять как осторожность, так и азарт, а следует, учитывая самое высокое и самое низкое значения эффективности, занимать промежуточное позицию (взвешиваются наилучшие и наихудшие условия). Для этого вводится коэффициент оптимизма  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ), характеризующий отношение к риску лица, принимающего решения. Эффективность системы находится как взвешенная с помощью коэффициента  $\alpha$  сумма максимальной и минимальной оценок:

$$K(a_i) = \alpha \max_j k_{ij} + (1 - \alpha) \min_j k_{ij}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Условие оптимальности записывается в виде:

$$K_{\text{опт}} = \max_i \{ \alpha \max_j k_{ij} + (1 - \alpha) \min_j k_{ij} \}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

#### 1.3.6. Критерий минимального риска (критерий Сэвиджа).

Критерий минимизирует потери эффективности при наихудших условиях. Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска).

Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным и текущим значениями оценок эффективности в столбце

$$\Delta k_{ij} = \max_j k_{ij} - k_{ij}$$

После преобразования матрицы используется критерий минимакса:

$$K(a_i) = \max_j \Delta k_{ij}$$

$$K_{\text{опт}} = \min_i \{ \max_j \Delta k_{ij} \}$$

Критерии Сэвиджа как и критерий Вальда относится к числу осторожных критериев.

Необходимо отметить, что выбор какого-то критерия приводит к принятию решения по оценке систем, которое может быть совершенно отлично от решений, диктуемых другими критериями.

## **2. Содержание работы.**

Вариант работы определяется порядковым номером в списке группы. Работа выполняется в среде табличного редактора Microsoft Excel.

### **2.1. Оценивание в условиях неопределенности.**

1. Подготовьте в табличном редакторе Microsoft Excel таблицу со структурой, соответствующей структуре таблицы из раздела 1.2.
2. Заполните ячейки таблицы данными своего варианта.
3. Добавьте столбец для вычисления средневзвешенного значения по каждой операции (альтернативе) и впишите в его ячейки выражение из раздела 1.3.1.
4. Определите операцию  $a_i$ , которую следует считать наилучшим вариантом в смысле максимума математического ожидания.
5. Повторите шаги 1-4 для каждого из критериев, описанных в разделе 1.3

Обратите внимание на следующие особенности критериев:

1. При оценивании по критерию Сэвиджа нужно будет дополнительно построить таблицу потерь).
2. Оценивание по критерию Гурвица должно быть выполнено дважды – один раз со значением  $\alpha = 1$ , указанным первым в варианте задания, второй раз - со значением  $\alpha = 2$ , указанным в варианте задания вторым.

## **3. Отчет по работе.**

Отчет по работе должен включать исходные данные и результаты.

1. Таблицы по каждому критерию должны располагаться по левой стороне листа одна под одной и предваряться заголовком с названием критерия.
2. Результат (выбор) должен указывать на лучшую операцию по данному критерию и приводится непосредственно под заполненной таблицей.
3. Точность вычислений– два десятичных знака.

#### **4.Контрольные вопросы.**

С какой целью необходимо проводить оценивание альтернатив?

- 1) Какими условиями функционирования систем определяется выбор подхода к оцениванию?
- 2) Что может приниматься в качестве критерия выбора наилучшей альтернативы в условиях риска?
- 3) Какие существуют методы выбора наилучшей альтернативы в условиях неопределенности?
- 4) В чем состоит особенность критерия среднего выигрыша по отношению к другим критериям?
- 5) Какие подходы могут применяться для оценивания альтернатив?
- 6) Что такое “показатель эффективности”, какие типы показателей существуют?
- 7) Что такое обобщенный показатель, как можно осуществить переход к обобщенному показателю?

#### **5.Варианты.**

##### **5.1. Оценивание в условиях неопределенности.**

Для каждого варианта приводятся:

} матрица значений  $K_{ij}$  эффективности применения альтернативы  $a_i$  для внешнего воздействия  $N_j$  (первые пять строк таблицы);

} вероятности  $p_j$  появления каждого из воздействий  $N_j$  (последняя строка таблицы);

} коэффициенты оптимизма 1 и 2 (записаны под таблицей) для двух вариантов оценивания по критерию Гурвица).

<b>1</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,1	9,8	23,3	17,7	19,9	16,4
a2	15,7	10,1	16,8	13,3	15,5	16,9
a3	10,4	9,7	23,6	17,0	21,3	15,0
a4	17,6	7,8	19,6	17,7	19,9	18,3
a5	19,2	8,4	21,4	15,8	16,7	20,0
$P_j$	0,10	0,11	0,32	0,11	0,24	0,12

$$1=0,1 \quad 2=0,9$$

2	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	9,7	22,3	17,7	18,8	14,3	13,1
a2	10,2	16,8	13,3	14,6	16,9	15,7
a3	9,7	22,2	17,0	22,3	11,9	10,4
a4	7,8	21,6	17,7	19,8	17,3	17,6
a5	7,5	22,4	14,8	17,6	21,0	19,2
Pj	0,20	0,09	0,12	0,25	0,11	0,23

1=0,1 2=0,9

3	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	12,3	9,7	17,7	18,8	14,3	13,1
a2	14,8	10,2	13,3	14,6	16,9	15,7
a3	13,4	9,7	17,0	19,4	11,9	10,4
a4	15,6	7,8	18,7	19,4	17,3	17,6
a5	16,4	7,5	15,8	18,6	19,0	19,2
Pj	0,11	0,15	0,20	0,21	0,10	0,23

1=0,4 2=0,6

4	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	10,4	15,7	10,3	13,1	13,3	14,4
a2	17,6	10,4	17,6	15,7	15,7	13,3
a3	17,3	17,6	19,2	14,7	15,7	16,9
a4	15,7	18,9	17,3	19,3	10,4	11,8
a5	12,0	15,7	17,8	18,9	17,6	17,0
Pj	0,12	0,19	0,11	0,23	0,22	0,13

1=0,4 2=0,6

5	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	9,4	15,7	14,4	15,1	18,4	17,5
a2	11,6	12,4	17,6	15,7	17,3	15,3
a3	13,2	17,6	18,2	14,6	17,0	15,8
a4	8,7	19,9	17,3	18,3	18,0	14,8
a5	11,9	15,7	17,8	17,9	19,3	17,6
Pj	0,12	0,26	0,11	0,23	0,03	0,25

1=0,4 2=0,6

6	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,4	15,5	14,6	15,5	18,4	17,3

a2	12,6	12,7	17,6	15,6	17,1	15,7
a3	13,2	17,6	18,3	14,5	16,9	14,9
a4	10,7	19,8	17,9	18,6	15,9	13,3
a5	15,0	13,3	17,8	17,7	19,6	17,6
Pj	0,12	0,19	0,31	0,23	0,03	0,12

1=0,3    2=0,8

<b>7</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,2	17,4	18,3	14,5	16,9	14,9
a2	10,7	19,7	17,9	18,6	15,9	13,3
a3	15,0	13,3	17,8	17,7	19,1	17,6
a4	13,4	15,5	14,6	15,5	18,4	17,3
a5	12,6	12,7	17,6	15,6	17,1	15,7
Pj	0,11	0,20	0,29	0,24	0,04	0,12

1=0,9    2=0,4

<b>8</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	18,3	17,4	13,2	14,1	14,9	16,9
a2	17,9	14,7	10,7	18,6	13,3	15,9
a3	17,8	13,0	15,0	17,7	17,1	17,6
a4	16,6	15,5	13,4	14,1	17,3	18,4
a5	17,6	12,7	12,6	15,6	15,7	17,1
Pj	0,20	0,18	0,11	0,05	0,12	0,34

1=0,9    2=0,5

<b>9</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	14,2	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4
a2	18,7	12,7	12,6	17,6	15,7	17,1
a3	17,8	13,0	15,0	17,8	17,1	17,6
a4	14,1	12,7	12,6	17,6	15,7	17,1
a5	15,6	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4
Pj	0,08	0,17	0,12	0,20	0,12	0,31

1=0,8    2=0,2

<b>10</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	15,6	15,6	13,4	16,6	17,3	18,4
a2	17,1	15,7	12,7	17,6	15,7	18,7
a3	17,6	17,1	13,0	17,8	17,1	17,8
a4	17,1	15,7	12,7	17,6	15,7	14,1

a5	14,2	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4
Pj	0,31	0,12	0,17	0,20	0,12	0,08

1=0,8    2=0,4

<b>11</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	15,7	12,7	17,6	15,7	18,7	18,4
a2	17,1	13,0	16,2	16,1	17,8	18,7
a3	15,7	12,7	17,6	15,7	14,1	18,8
a4	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4	14,1
a5	14,2	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4
Pj	0,21	0,18	0,25	0,16	0,12	0,08

1=0,8    2=0,1

<b>12</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	15,8	12,3	15,7	17,6	18,7	18,4
a2	17,2	12,3	16,1	16,1	17,8	18,7
a3	15,8	12,6	15,7	17,6	14,1	18,8
a4	15,1	12,4	17,3	16,6	18,4	14,1
a5	14,5	15,5	16,6	13,4	17,3	18,4
Pj	0,26	0,25	0,12	0,16	0,08	0,13

1=0,7    2=0,3

<b>13</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	23,3	17,7	19,9	16,4	13,1	9,8
a2	16,8	13,3	15,5	16,9	15,7	10,1
a3	23,6	17,0	21,3	15,0	10,4	9,7
a4	19,6	17,7	19,9	18,3	17,6	7,8
a5	21,4	15,8	17,7	20,0	19,2	8,4
Pj	0,32	0,11	0,24	0,12	0,10	0,11

1=0,2    2=0,9

<b>14</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	14,3	13,1	17,7	18,8	9,7	22,3
a2	16,9	15,7	13,3	14,6	10,2	16,8
a3	14,9	10,4	17,0	22,3	9,7	22,2
a4	17,3	17,6	17,7	19,8	7,8	21,6
a5	21,0	19,2	14,8	17,6	7,5	22,4
Pj	0,11	0,23	0,12	0,25	0,20	0,09

1=0,1 2=0,9

<b>15</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,3	14,6	16,9	15,7	14,8	10,2
a2	17,0	19,4	11,9	10,4	13,4	9,7
a3	18,7	19,4	17,3	17,6	15,6	7,8
a4	15,8	18,6	19,0	19,2	16,4	7,5
a5	17,7	18,8	14,3	13,1	12,3	9,7
Pj	0,20	0,21	0,10	0,23	0,11	0,15

1=0,4 2=0,6

<b>16</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	14,4	17,6	17,6	15,7	15,7	13,3
a2	17,6	17,2	17,3	14,7	15,7	16,9
a3	15,7	10,3	10,4	13,1	13,3	14,4
a4	18,9	17,3	15,7	19,3	10,4	11,8
a5	15,7	17,8	12,0	18,9	17,6	17,0
Pj	0,19	0,11	0,12	0,23	0,22	0,13

1=0,3 2=0,8

<b>17</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,2	17,6	18,2	13,6	17,0	15,8
a2	8,7	19,9	17,3	18,3	18,0	14,8
a3	9,4	15,7	14,4	15,1	18,4	17,5
a4	11,6	12,4	17,6	15,7	17,3	15,3
a5	11,9	15,7	17,8	17,9	19,3	17,6
Pj	0,12	0,27	0,11	0,23	0,03	0,24

1=0,4 2=0,6

<b>18</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,4	15,5	14,6	15,5	18,4	13,4
a2	10,7	19,8	17,9	18,6	15,9	10,7
a3	13,2	17,6	18,3	14,5	16,9	13,2
a4	12,6	12,7	17,6	15,6	17,1	12,6
a5	15,0	13,3	17,8	17,7	19,6	15,0
Pj	0,12	0,19	0,31	0,23	0,03	0,12

1=0,2 2=0,8

<b>19</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
-----------	----	----	----	----	----	----

a1	14,6	15,5	18,4	17,3	13,4	15,5
a2	17,6	15,6	17,1	15,7	12,6	12,7
a3	17,9	18,6	15,9	13,3	10,7	19,7
a4	17,8	15,5	19,1	17,6	15,0	13,3
a5	18,3	15,5	16,9	14,9	13,2	17,4
Pj	0,29	0,24	0,04	0,12	0,11	0,20

1=0,9 2=0,4

<b>20</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	15,0	15,5	17,1	17,6	17,8	13,0
a2	13,4	14,1	17,3	18,4	16,6	15,5
a3	12,6	15,6	15,7	17,1	17,6	12,7
a4	13,2	14,1	14,9	16,9	18,3	17,4
a5	10,7	18,6	13,3	15,9	17,9	14,7
Pj	0,15	0,05	0,12	0,34	0,20	0,14

1=0,9 2=0,5

<b>21</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	17,6	13,0	15,0	17,8	17,1	17,8
a2	18,4	15,5	13,3	16,6	17,3	14,2
a3	17,1	12,7	12,6	17,6	15,7	18,7
a4	17,1	14,7	12,6	17,6	15,7	14,1
a5	18,4	15,5	13,2	16,6	17,3	15,6
Pj	0,31	0,17	0,12	0,20	0,12	0,08

1=0,8 2=0,2

<b>22</b>	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	17,1	17,1	13,0	17,8	16,8	17,6
a2	15,7	15,7	12,7	17,6	14,1	17,1
a3	17,3	15,6	13,4	16,6	18,4	15,6
a4	15,7	15,7	12,7	17,6	18,7	17,1
a5	17,3	15,5	13,4	16,6	18,4	14,2
Pj	0,12	0,12	0,17	0,20	0,08	0,31

1=0,8 2=0,4