

Задание Д-1.

Шарик М массы m , рассматриваемый как материальная точка, перемещается по цилиндрическому каналу движущегося тела А (см. рис. Д-1). Найти уравнение движения шарика по каналу, а так же положение шарика и силу его давления на стенку канала в момент времени t_1 . За начало отсчета принята точка О. Если значение коэффициента трения скольжения f не указано, канал полагать гладким. При наличии пружины ее жесткость c , а длина в недеформированном состоянии l_0 .

Данные, необходимые для расчета, приведены в таблице 1.

Указание.

- В вариантах 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21 тело А вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси.
- В вариантах 4, 10, 16, 22 тело А вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг горизонтальной оси z_1 , перпендикулярной плоскости Ox_1y_1 .
- В варианте 29 кривошпы O_1B и O_2C вращаются в вертикальной плоскости чертежа с постоянной угловой скоростью ω вокруг осей, проходящих через точки O_1 и O_2 соответственно, и перпендикулярных плоскости чертежа.
- В вариантах 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30 тело А движется поступательно, параллельно вертикальной плоскости $O_1y_1z_1$.

Таблица 1

| Вариант | α° | $m, \text{ кг}$ | $\omega, \text{ рад/с}$ | Начальные условия | | $t_1, \text{ с}$ | $c, \text{ Н/см}$ | $l_0, \text{ м}$ | Уравнение движения тела А | $r, h, \text{ м}$ | f |
|---------|----------------|-----------------|-------------------------|-------------------|--------------------|------------------|-------------------|------------------|----------------------------------|-------------------|------|
| | | | | $x_0, \text{ м}$ | $V_0, \text{ м/с}$ | | | | | | |
| 1 | 30 | 0.09 | 4π | 0.2 | -0.8 | 0.1 | 0.36 | 0.15 | - | - | |
| 2 | - | 0.04 | π | 0.1 | 0.2 | 0.1 | - | - | - | - | 0.15 |
| 3 | 30 | 0.05 | 2π | 0 | 0.1 | 0.2 | - | - | - | - | |
| 4 | - | 0.05 | π | 0 | 0.2 | 0.3 | - | - | - | - | |
| 5 | - | 0.02 | π | 0.1 | -0.1 | 0.2 | - | - | - | 0.2 | |
| 6 | - | 0.04 | 2π | 0.3 | -0.2 | 0.1 | 0.4 | 0.2 | - | - | |
| 7 | - | 0.05 | 4π | 0.1 | 0 | 0.2 | 0.32 | 0.4 | - | - | |
| 8 | 45 | 0.1 | 6π | 0.1 | 0.2 | 0.5 | - | - | - | - | |
| 9 | - | 0.02 | 2π | 0.3 | -0.2 | 0.1 | - | - | - | 0.4 | |
| 10 | - | 0.12 | 4π | 0.05 | 0 | 0.1 | 0.4 | 0.2 | - | - | |
| 11 | 120 | 0.04 | $\pi/2$ | 0 | 0.3 | 0.2 | - | - | - | 0.6 | |
| 12 | 60 | 0.05 | 2π | 0.4 | 0 | 0.2 | - | - | - | - | |
| 13 | - | 0.04 | 4π | 0.4 | 0.1 | 0.3 | - | - | - | 0.3 | |
| 14 | 75 | 0.03 | 4π | 0.4 | 0 | 0.2 | - | - | - | 0.3 | |
| 15 | 75 | 0.1 | π | 0.2 | 0.1 | 0.1 | - | - | - | - | |
| 16 | - | 0.06 | 8π | 0 | 0.4 | 0.1 | - | - | - | - | |
| 17 | - | 0.03 | 2π | 0 | 0.1 | 0.4 | - | - | - | - | 0.2 |
| 18 | 60 | 0.1 | 2π | 0.5 | 0 | 0.2 | 0.36 | 0.3 | - | - | |
| 19 | 150 | 0.01 | 6π | 0.2 | 0 | 0.3 | - | - | - | 0.5 | |
| 20 | - | 0.04 | 2π | 0.1 | 0.2 | 0.1 | - | - | - | 0.2 | |
| 21 | 75 | 0.05 | π | 0.4 | 0.1 | 0.1 | 0.4 | 0.3 | - | - | |
| 22 | - | 0.08 | 4π | 0.25 | 0.1 | 0.3 | 0.36 | 0.2 | - | - | |
| 23 | - | 0.03 | - | 0 | 0.4 | 0.3 | - | - | $4 - 6t^2 (\text{м})$ | - | 0,15 |
| 24 | 30 | 0.03 | - | 0.2 | 0 | 0.3 | - | - | $0.8 - 1.6t^3 (\text{м})$ | - | 0,15 |
| 25 | 15 | 0.01 | - | 0.1 | 0.3 | 0.2 | - | - | $0.2 \sin(\pi t / 2) (\text{м})$ | - | |
| 26 | | 0.1 | - | 0.2 | 0 | 0.1 | - | - | $0.1 \cos(2\pi t) (\text{м})$ | - | 0,15 |
| 27 | 45 | 0.02 | - | 0.2 | 0.1 | 0.1 | 0.3 | 0.3 | $8 + t^3 (\text{м})$ | - | |

| Вариант | α° | $m, \text{ кг}$ | $\omega, \text{ рад/с}$ | Начальные условия | | $t_1, \text{ с}$ | $c, \text{ Н/см}$ | $l_0, \text{ м}$ | Уравнение движения тела А | $r, h, \text{ м}$ | f |
|---------|----------------|-----------------|-------------------------|-------------------|--------------------|------------------|-------------------|------------------|---------------------------|-------------------|-----|
| | | | | $x_0, \text{ м}$ | $V_0, \text{ м/с}$ | | | | | | |
| 28 | 60 | 0.05 | - | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.4 | 0.2 | $2t^3(\text{м})$ | - | |
| 29 | - | 0.05 | 8π | 0 | 6.0 | 0.2 | - | - | - | 0.3 | |
| 30 | - | 0.08 | - | 0.2 | -1.0 | 0.1 | 0.2 | 0.4 | $4t - 0.5t^3(\text{м})$ | - | |

Задание Д-2

На первом этапе тело Н массой m_1 вращается вокруг вертикальной оси z с постоянной угловой скоростью ω_0 ; при этом в точке К желоба АВ тела Н на расстоянии АК от точки А, отсчитываемом вдоль желоба, закреплена материальная точка М массой m_2 . В некоторый момент времени на систему начинает действовать пара сил с моментом $M_z = M_z(t)$. При $t = \tau$ действие пары сил прекращается и начинается второй этап движения, в течение которого точка М начинает относительное движение из точки К вдоль желоба АВ (в направлении к точке В) по закону $MK = s(t_1)$, где t_1 - время движения на втором этапе. Определить угловую скорость ω_T тела Н при $t_1 = T$. Тело Н рассматривать как однородную пластину, форма которой показана на рис. Д-2, либо как однородный стержень.

Данные, необходимые для расчета, приведены в таблице 2а.

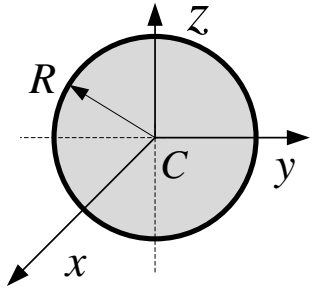
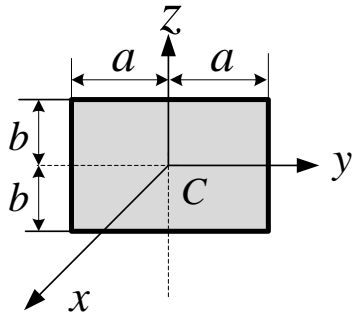
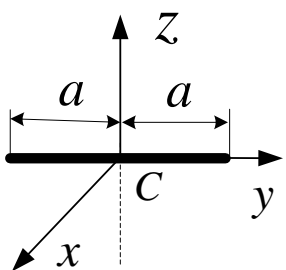
Таблица 2а

| № варианта | m_1 кг | m_2 кг | ω_0 , рад/с | a , м | b , м | R , м | α° | AK , м | $M_z(t)$, Нм | τ , с | $s(t_1)$, м | T с |
|------------|-------------|-------------|-----------------------|------------|------------|------------|----------------|-------------|------------------|---------------|--------------------|----------|
| 1 | 80 | 20 | 0 | 1.2 | - | 2 | - | $\pi a / 4$ | $240\sqrt{t}$ | 4 | $(\pi a / 4)t_1$ | 3 |
| 2 | 36 | 8 | -5 | 1.5 | 2.0 | 1.5 | - | 0 | $20t$ | 2 | $(\pi R / 6)t_1^2$ | 2 |
| 3 | 20 | 5 | 5 | 0.6 | - | 1.2 | - | 0 | $-6.3\sqrt{t}$ | 4 | $1.5t_1$ | 1 |
| 4 | 50 | 12 | -3 | 1.6 | 1.2 | - | - | 0.2 | $27t^2$ | 2 | $0.2t_1$ | 2 |
| 5 | 20 | 5 | 5 | 0.6 | - | 1.2 | - | 0 | $4t$ | 2 | $0.8t_1$ | 1 |
| 6 | 50 | 12 | 3 | 1.6 | 1.2 | - | - | 0.2 | $18t^2$ | 2 | $0.4t_1$ | 2 |
| 7 | 50 | 10 | -2 | - | - | 1.6 | 30 | 0.6 | $69t$ | 4 | $0.6t_1$ | 2 |
| 8 | 50 | 12 | -3 | 0.6 | 0.8 | - | 60 | 0.2 | $27t^2$ | 2 | $0.4t_1$ | 2 |
| 9 | 100 | 40 | 2 | 2.0 | 1.5 | - | - | 0.5 | $-90\sqrt{t}$ | 4 | $2t_1$ | 1 |
| 10 | 40 | 10 | 2 | - | - | 1.0 | - | 0 | $120t$ | 1 | $(2\pi R / 3)t_1$ | 1 |
| 11 | 90 | 20 | 2 | 2.0 | 1.5 | - | - | 0.5 | -210 | 2 | $2t_1$ | 2 |
| 12 | 80 | 20 | 1.5 | - | - | 1.6 | - | 0.8 | $120t$ | 2 | $0.9t_1$ | 1 |
| 13 | 80 | 20 | 2.0 | 0.8 | - | 1.6 | - | 0 | $-80t$ | 2 | $0.8t_1$ | 2 |
| 14 | 150 | 50 | -1 | - | - | 2.0 | - | $\pi R / 4$ | 163 | 4 | $(\pi R / 4)t_1^2$ | 1 |
| 15 | 40 | 20 | -1.5 | - | - | 1.6 | - | 0.8 | $120t$ | 2 | $0.4t_1$ | 3 |
| 16 | 80 | 50 | 1 | - | - | 2.0 | - | 0 | $80t$ | 3 | $(\pi R / 4)t_1^2$ | 1 |
| 17 | 24 | 4 | 4 | 1.5 | - | - | 30 | 0.5 | $-27\sqrt{t}$ | 1 | $0.3t_1$ | 2 |
| 18 | 30 | 4 | -2 | 1.0 | - | - | 60 | 0.1 | $5.6t$ | 3 | $0.4t_1$ | 2 |
| 19 | 40 | 20 | -2 | 1.2 | - | 2 | - | $\pi a / 4$ | $120t$ | 2 | $(\pi a / 4)t_1$ | 3 |
| 20 | 18 | 8 | 3 | 1.5 | 2.0 | 1.5 | - | 0 | $-20t$ | 2 | $(\pi R / 6)t_1^2$ | 2 |
| 21 | 10 | 5 | -2 | 0.6 | - | 1.2 | - | 0 | $6.3\sqrt{t}$ | 4 | $1.5t_1$ | 1 |
| 22 | 25 | 12 | 3 | 1.6 | 1.2 | - | - | 0.2 | $15t^2$ | 2 | $0.2t_1$ | 2 |
| 23 | 10 | 5 | -2 | 0.6 | - | 1.2 | - | 0.1 | $6t$ | 2 | $0.7t_1$ | 1 |
| 24 | 25 | 12 | -3 | 1.6 | 1.2 | - | - | 0.2 | $18t^2$ | 3 | $0.4t_1$ | 2 |
| 25 | 25 | 10 | 2 | - | - | 1.6 | 30 | 0.6 | $27t^2$ | 2 | $0.6t_1$ | 2 |
| 26 | 25 | 12 | 3 | 0.6 | 0.8 | - | 60 | 0.2 | $69t$ | 2 | $0.4t_1$ | 2 |
| 27 | 50 | 40 | -2 | 2.0 | 1.5 | - | - | 0.5 | $90\sqrt{t}$ | 2 | $2t_1$ | 1 |
| 28 | 20 | 10 | -1.5 | - | - | 1 | - | 0 | $80t$ | 1 | $(2\pi R / 9)t_1$ | 3 |
| 29 | 45 | 20 | -3 | 2 | 1.5 | - | - | 0.5 | $16t$ | 2 | $0.5t_1$ | 2 |

| № варианта | m_1 кг | m_2 кг | ω_0 , рад/с | a , м | b , м | R , м | α° | AK , м | $M_z(t)$, Нм | τ , с | $s(t_1)$, м | T с |
|------------|-------------|-------------|-----------------------|------------|------------|------------|----------------|-------------|------------------|---------------|-------------------|----------|
| 30 | 40 | 20 | -1.5 | - | - | 1.6 | - | 0.8 | -80t | 2 | 0.8t ₁ | 3 |

Осевые моменты инерции некоторых однородных пластин и стержня

Таблица 26

| | I_{Cx} | I_{Cy} | I_{Cz} |
|---|--------------------------|------------------|------------------|
|  | $\frac{mR^2}{2}$ | $\frac{mR^2}{4}$ | $\frac{mR^2}{4}$ |
|  | $\frac{m(a^2 + b^2)}{3}$ | $\frac{mb^2}{3}$ | $\frac{ma^2}{3}$ |
|  | $\frac{ma^2}{3}$ | 0 | $\frac{ma^2}{3}$ |

Задание Д-3.

Механическая система, изображенная на рис. Д-3, состоит из нескольких тел, соединенных не растяжимыми и не провисающими нитями; при этом тела системы совершают либо поступательное движение (грузы), либо вращаются вокруг неподвижной горизонтальной оси (однородные диски либо соосные блоки, жестко насаженные на единую ось), либо совершают плоскопараллельное движение (однородные диски либо соосные блоки).

При выполнении задания необходимо:

1. Составить математическую модель для определения движений всех тел механической системы, а так же реакций внешних и внутренних связей в виде замкнутой системы дифференциальных и алгебраических уравнений.
2. Для указанного преподавателем тела получить дифференциальное уравнение движения.
3. Для указанного преподавателем тела получить дифференциальное уравнение движения используя теорему об изменении кинетической энергии.
4. Решить полученное в пунктах 2 и 4 дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях.
5. Получить математическую модель для анализа условий равновесия рассматриваемой механической системы.

Примечание: по усмотрению преподавателя в систему может быть включено дополнительное механическое усилие, приложенное к одному из тел системы, моделирующее

- либо демпфер, создающий силу сопротивления;
- либо действие пружины;
- либо привод, приводящий систему в движение.

Вид функции, описывающей дополнительное механическое усилие, представлен в таблице 3г.

Условные обозначения, используемые на схемах и в таблицах с данными

$P, Q_i, i=1, 2, 3, 4$ – веса тел механической системы (Н);

M – момент пары сил (Нм);

$r_i, i=1, 2, 3, 4$ – радиусы дисков и соосных блоков (м);

$q_0; \dot{q}_0$ – начальные условия (начальные значения координаты и скорости груза Р).

$\rho_i; i=1, 2$ – радиусы инерции соосных блоков (м), (диски, для которых не указаны радиусы инерции, полагать однородными цилиндрами),

$\alpha; \beta$ – углы наклона плоскостей (градус),

f – коэффициент трения скольжения,

k – коэффициент трения качения (м), (качение дисков считать происходящим без скольжения),

Исходные данные

Таблица 3а

| № факультета | Q_1 | Q_2 | Q_3 | Q_4 | r_1 | r_2 | r_3 | r_4 | q_0 | \dot{q}_0 |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|
| | Н | Н | Н | Н | м | м | м | м | м | м/с |
| 1 | 20 | 10 | 20 | 30 | 0.10 | 0.12 | 0.15 | 0.17 | 0 | 0.15 |
| 2 | 30 | 30 | 30 | 40 | 0.15 | 0.17 | 0.20 | 0.22 | 0.1 | 0.17 |
| 3 | 40 | 50 | 20 | 30 | 0.20 | 0.22 | 0.25 | 0.27 | 0.2 | 0.12 |
| 4 | 50 | 40 | 30 | 20 | 0.25 | 0.27 | 0.30 | 0.22 | 0.3 | 0.10 |
| 5 | 10 | 20 | 40 | 10 | 0.30 | 0.32 | 0.35 | 0.37 | 0.4 | 0.20 |
| 6 | 20 | 30 | 10 | 20 | 0.15 | 0.17 | 0.20 | 0.27 | 0.5 | 0.15 |
| 7 | 30 | 40 | 20 | 30 | 0.20 | 0.22 | 0.25 | 0.22 | 0.6 | 0.17 |
| 9 | 40 | 50 | 30 | 40 | 0.25 | 0.27 | 0.30 | 0.37 | 0.7 | 0.12 |

Таблица 3б

| Индекс группы | ρ_1 <i>м</i> | ρ_2 <i>м</i> | f | k <i>м</i> |
|---------------|----------------------|----------------------|------|-----------------|
| А | 0.05 | 0.03 | 0.1 | 0.005 |
| Б | 0.04 | 0.05 | 0.15 | 0.006 |

Таблица 3в

| Четвертая цифра номера группы | P <i>Н</i> | M <i>Нм</i> | α <i>град</i> | β <i>град</i> |
|-------------------------------|-----------------|------------------|-------------------------|------------------------|
| 0 | 5 | 3 | 30 | 45 |
| 1 | 3 | 5 | 45 | 30 |
| 2 | 2 | 7 | 40 | 35 |
| 3 | 1.5 | 4 | 50 | 40 |
| 4 | 2.5 | 5 | 45 | 45 |
| 5 | 3.5 | 3 | 30 | 30 |
| 6 | 5 | 5 | 45 | 60 |
| 7 | 4 | 7 | 30 | 30 |
| 8 | 3 | 4 | 45 | 40 |
| 9 | 6 | 5 | 60 | 30 |

**Дополнительное механической усилие
к механической системе для задания Д-3**

Таблица 3г

| Номер варианта | Механическое усилие (закон изменения) | Тело (точка), на которое действует |
|----------------|---|--|
| 1. | Момент $M(t) = Et - Dt^2$ | Приложен к телу Q_2 , направлен в сторону движения |
| 2. | Сила $F(V) = aV^2$ | Приложена к центру масс тела Q_3 , направлена в сторону движения |
| 3. | Сила $F(V) = aV$ | Приложена к центру масс тела Q_1 , направлена в сторону противоположную движению |
| 4. | Момент $M(\omega) = \beta\omega$ | Приложен к телу Q_1 , направлен в сторону движения |
| 5. | Сила $F(V) = E - DV^2$ | Приложена к центру масс тела Q_3 , направлена в сторону противоположную движению |
| 6. | Момент $M(\omega) = \beta\omega^2$ | Приложен к телу Q_1 , направлен в сторону движения |
| 7. | Сила $F(V) = E + DV^2$ | Приложена к центру масс тела Q_2 , направлена в сторону противоположную движению |
| 8. | Момент сопротивления $M(\omega) = b\omega$ | Приложен к телу Q_1 , направлен в сторону противоположную движению |
| 9. | Сила $F(V) = aV^2$ | Приложена к центру масс тела Q_2 , направлена в сторону движения |
| 10. | Момент сопротивления $M(\omega) = b\omega^2$ | Приложен к телу Q_1 , направлен в сторону противоположную движению |
| 11. | Сила $F(V) = E + DV$ | Приложена к центру масс тела Q_1 , направлена в сторону движения |
| 12. | Сила $F(V) = aV$ | Приложена к центру масс тела Q_2 , направлена в сторону движения |

| Номер варианта | Механическое усилие (закон изменения) | Тело (точка), на которое действует |
|----------------|---|--|
| 13. | Момент $M(\omega) = a\omega^2$ | Приложен к телу Q_2 , направлен в сторону движения |
| 14. | Сила $F(V) = E - DV$ | Приложена к центру масс тела Q_2 , направлена в сторону противоположную движению |
| 15. | Сила $F(V) = aV$ | Приложена к телу Q_3 , направлена в сторону по ходу движения |
| 16. | Момент сопротивления $M(\omega) = b\omega$ | Приложен к телу Q_1 , направлен в сторону противоположную движению |
| 17. | Сила $F(V) = E - DV^2$ | Приложена к центру масс тела Q_3 , направлена в сторону противоположную движению |
| 18. | Момент $M(t) = Et - Dt^2$ | Приложен к телу Q_2 , направлен в сторону движения |
| 19. | Момент сопротивления $M(\omega) = b\omega^2$ | Приложен к телу Q_4 , направлен в сторону противоположную движению |
| 20. | Сила $F(t) = Et - Dt^2$ | Приложена к центру масс тела Q_3 , направлена в сторону противоположную движению |
| 21. | Сила $F(V) = aV^2$ | Приложена к центру масс тела Q_1 , направлена в сторону движения |
| 22. | Момент $M(\omega) = b\omega^2$ | Приложен к телу Q_2 , направлен в сторону движения |
| 23. | Сила $F(V) = aV^2$ | Приложена к центру масс тела Q_1 , направлена в сторону противоположную движению |
| 24. | Момент сопротивления $M(\omega) = b\omega$ | Приложен к телу Q_1 , направлен в сторону противоположную движению |
| 25. | Сила $F(V) = E + DV$ | Приложена телу P , направлена в сторону движения |
| 26. | Сила $F(V) = aV$ | Приложена к телу Q_1 , направлена в сторону противоположную движению |
| 27. | Момент $M(\omega) = b\omega^2$ | Приложен к телу Q_1 , направлен в сторону движения |
| 28. | Сила $F(V) = E - DV$ | Приложена к центру масс тела Q_3 , направлена в сторону противоположную движению |
| 29. | Момент $M(t) = Et + Dt^2$ | Приложен к телу Q_2 , направлен в сторону движения |
| 30. | Момент $M(\omega) = E + D\omega^2$ | Приложен к телу Q_2 , направлен в сторону движения |

Согласованное направление движения всех тел в системе выбирает студент. В соответствии с этим направлением надо указывать и дополнительное механическое усилие (либо в сторону движения, либо противоположно движению).

В таблице 3г используются следующие обозначения:

ω – угловая скорость того тела, к которому приложен момент.

V – линейная скорость центра масс тела, к которому приложена сила.

E, D, a, b – постоянные коэффициенты (значения согласовать с преподавателем)

При учете дополнительного механического усилия предполагать, что его величина такова, связи в системе не нарушаются. Соответственно подбирать значения коэффициентов E, D, a, b .

Задание по аналитической механике

Механическая система, изображенная на рис. Д-3, состоит из нескольких тел, соединенных не растяжимыми и не провисающими нитями; при этом тела системы совершают либо поступательное движение (грузы), либо вращаются вокруг неподвижной горизонтальной оси (однородные диски либо соосные блоки, жестко насаженные на единую ось), либо совершают плоское движение (однородные диски либо соосные блоки).

При выполнении задания необходимо:

1. Используя принцип возможных перемещений получить условия равновесия механической системы; в случае задания преподавателем упругих связей, найти их деформации в положении статического равновесия механической системы.
2. Используя общее уравнение динамики механической системы получить дифференциальное уравнение движения тела, указанного преподавателем.
3. Используя уравнение Лагранжа второго рода для указанного преподавателем тела получить дифференциальное уравнение движения и решить его при заданных начальных условиях.
4. Используя метод кинетостатики получить выражения для вычисления реакций в нерастяжимых нитях.