

Типовой расчет по математике №1 для групп 1440 и 1441

I. Вычислите пределы

1. а) $\lim_{x \rightarrow -2/3} \frac{6x^2 + x - 2}{3x^2 - x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})$.
2. а) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 + x - 2}{2x^2 - 3x + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x-1})$.
3. а) $\lim_{x \rightarrow 2/3} \frac{3x^2 + x - 2}{6x^2 - x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$.
4. а) $\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{2x^2 + 3x + 1}{6x^2 - x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{2x+1})$.
5. а) $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 5x - 2}{6x^2 + x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$.
6. а) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{2x-8} - 2}{x-6}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{4x^2+1}}{3x^2-2}$.
7. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3-\sqrt{2x+5}}{x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+x-1}{x\sqrt{9x^2-1}}$.
8. а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+6}-4}{x-5}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3-4}{x^2\sqrt{9x^2+1}}$.
9. а) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{\sqrt{3x+4}-5}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{4x^2-x}}{5x-2}$.
10. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{4-\sqrt{5x+1}}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x-8}{x\sqrt{4x^2+3}}$.
11. а) $\lim_{x \rightarrow 3/2} \frac{4x^2-9}{2x^2-x-3}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+5x} - \sqrt{x^2+2x})$.
12. а) $\lim_{x \rightarrow -2/3} \frac{3x^2-4x-4}{9x^2-4}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x\sqrt{\frac{16x^2+1}{4x^4+x}}$.
13. а) $\lim_{x \rightarrow 1/5} \frac{5x^2+9x-2}{25x^2-1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2-3x})$.
14. а) $\lim_{x \rightarrow -3/4} \frac{16x^2-9}{4x^2-x-3}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{9x^2+4}}{9-4x^2}$.

15. a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{\sqrt{7x-3}-5}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2,1x^2+0,2x-0,7}{0,55x-0,75x^2}$.
16. a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{13-x}}{x-4}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{0,75+3,25x-8,75x^2}{2,5x^2-7,5x+0,5}$.
17. a) $\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{16x^4-1}{8x^3+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2-4x+1}{x\sqrt{9x^2+4}}$.
18. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^4-16}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x+1}-x)$.
19. a) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2+5x-4}{8x^3-1}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{12}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}}{\frac{8}{5}x^2 - \frac{10}{3}x^3}$.
20. a) $\lim_{x \rightarrow -4/3} \frac{9x^2-16}{6x^2+5x-4}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt[3]{5-8x^3}}{6x^2+x-1}$.

II. Найдите производную функции $f(x)$ и ее значение в заданной точке x_0

1. $f(x) = 4^x \sin \frac{\pi(2x+1)}{2}$; $x_0 = \frac{1}{2}$
2. $f(x) = \sqrt[3]{x^2} e^{\sqrt[3]{x}}$; $x_0 = 8$
3. $f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$; $x_0 = \frac{1}{\pi}$
4. $f(x) = x \log_4(4^x + 4^{-x})$; $x_0 = 0$
5. $f(x) = \operatorname{tg}^2 \frac{\pi x}{2}$; $x_0 = \frac{1}{2}$
6. $f(x) = \arcsin \sqrt{2x}$; $x_0 = \frac{1}{4}$
7. $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2-1}$; $x_0 = \sqrt{2}$
8. $f(x) = \log_2(\sin 2^x)$; $x_0 = \log_2 \frac{\pi}{4}$
9. $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$; $x_0 = \frac{2}{\pi}$
10. $f(x) = \operatorname{arctg}(2x\sqrt{x})$; $x_0 = \frac{1}{4}$

$$11. f(x) = \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}; \quad x_0 = \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$12. f(x) = e^{\cos(\ln x)}; \quad x_0 = e^{\pi/3}$$

$$13. f(x) = \operatorname{arctg} \frac{e^x - 1}{e^x + 1}; \quad x_0 = \frac{1}{2}$$

$$14. f(x) = \ln \left(\sqrt{x^2 + 5} - x \right); \quad x_0 = 2$$

$$15. f(x) = \arcsin \frac{x}{x+1}; \quad x_0 = 4$$

$$16. f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{e^x - 1}; \quad x_0 = \ln 5$$

$$17. f(x) = \cos e^x + e^x \sin e^x; \quad x_0 = \ln \frac{\pi}{3}$$

$$18. f(x) = \ln \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}; \quad x_0 = 4$$

$$19. f(x) = x \ln(\sin x + \cos x); \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$20. f(x) = \ln \left(\sqrt{x^2 - 16} + x \right); \quad x_0 = 5$$

III. Исследуйте функцию $f(x)$ и постройте ее график

$$1. f(x) = x\sqrt{x} - 3x$$

$$2. f(x) = xe^{x+1}$$

$$3. f(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 6x^2)$$

$$4. f(x) = 3x - \frac{1}{3}x^3$$

$$5. f(x) = x - 2\sqrt{x}$$

$$6. f(x) = e^x(1-x)$$

$$7. f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$$

$$8. f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3$$

$$9. f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 3}$$

$$10. f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

$$11. f(x) = x\sqrt{x} - 6\sqrt{x}$$

$$12. f(x) = 6x - 2x\sqrt{x}$$

$$13. f(x) = 4x\sqrt{x} - \frac{3}{2}x^2$$

$$14. f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$15. f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

$$16. f(x) = 4\sqrt{x} - x - 3$$

$$17. f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$18. f(x) = \sqrt{x} \ln x$$

$$19. f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4$$

$$20. f(x) = \frac{3 \ln x}{x}$$

IV. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x)$, осью Ox и двумя указанными прямыми. Выделите на рисунке данную фигуру.

1. $f(x) = x\sqrt{x} - 3x, x = 0, x = 4.$

2. $f(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 6x^2), x = 2, x = 4.$

3. $f(x) = xe^{x+1}, x = -1, x = 0.$

4. $f(x) = 3x - \frac{1}{3}x^3, x = -\sqrt{3}, x = 0.$

5. $f(x) = x - 2\sqrt{x}, x = 0, x = 4.$

6. $f(x) = e^x(1-x), x = -1, x = 0.$

7. $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x, x = 0, x = 2.$

8. $f(x) = 6x - 2x\sqrt{x}, x = 4, x = 9.$

9. $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 3}, x = 0, x = 3.$

10. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3, x = -3, x = 0.$

11. $f(x) = x\sqrt{x} - 6\sqrt{x}, x = 1, x = 4.$

12. $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}, x = 0, x = 2.$

13. $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x, x = -2, x = 0.$

14. $f(x) = 4x\sqrt{x} - \frac{3}{2}x^2, x = 0, x = 4.$

15. $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}, x = 1, x = 4.$

16. $f(x) = xe^{\frac{x^2}{2}}, x = 0, x = \sqrt{2}.$

17. $f(x) = 4\sqrt{x} - x - 3, x = 1, x = 9.$

18. $f(x) = \sqrt{x} \ln x, x = 1, x = 4.$

19. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4, x = 0, x = 4.$

20. $f(x) = \frac{3 \ln x}{x}, x = e, x = e^2.$

V. Найдите неопределенные интегралы

$$1. \int \frac{3\sqrt{x-x^3} + 2\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$2. \int \frac{2x+3\operatorname{arctg}^2 x}{x^2+1} dx$$

$$3. \int \frac{3\ln^2 x + 4\sqrt[5]{x^4}}{x} dx$$

$$4. \int \frac{\cos 4x dx}{\cos^2 2x \sin^2 2x}$$

$$5. \int \frac{dx}{\sin^2 0,5x \cos^2 0,5x}$$

$$6. \int \frac{3x - \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$7. \int \frac{\cos \sqrt{x} + 2x\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$8. \int 3\sqrt{x}(1+e^{x\sqrt{x}}) dx$$

$$9. \int \frac{2x\sqrt[3]{4-3x}+1}{\sqrt[3]{4-3x}} dx$$

$$10. \int \frac{3\sqrt{2x^2+3x}+1}{\sqrt{2x+3}} dx$$

$$11. \int \frac{1+3\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$12. \int \frac{e^{\sqrt{x}} - 10x^2}{2\sqrt{x}} dx$$

$$13. \int \frac{5x\sqrt[3]{x^2} - 2\ln x}{x} dx$$

$$14. \int \frac{\cos x dx}{\cos^2 0,5x \sin^2 0,5x}$$

$$15. \int x(2\cos x^2 + 7\sqrt[3]{x}) dx$$

$$16. \int 3\sqrt{x}(x\sqrt{x} + \sin x\sqrt{x}) dx$$

$$17. \int \frac{dx}{\sin^2 2x \cos^2 2x}$$

$$18. \int \frac{x^2 - 2\operatorname{arctg} x}{x^2+1} dx$$

$$19. \int \frac{e^{\arcsin x} - 3\sqrt{x-x^3}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$20. \int \frac{\ln x + 1}{x \ln x} dx$$