ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
"ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I"
Кафедра «Высшая математика»

Р.С. Кударов

Задание
для контрольной работы

по дисциплине

«МАТЕМАТИКА» (Б1.О.7)

для специальности

(23.05.04) «Эксплуатация железных дорог»

по специализациям
«Магистральный транспорт»
«Грузовая и коммерческая работа»
«Пассажирский комплекс железнодорожного транспорта»
«Транспортный бизнес и логистика»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 4 – ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Санкт-Петербург 2020

1. Вычислить следующие неопределенные интегралы.

$$\int \frac{dx}{(mx+n+5)^n}; \int (3nx-2m)\cos\left(\frac{x}{m+1}\right)dx; \int \frac{dx}{x\, ln^m(nx)};$$

$$\int \left(\sqrt[m+1]{nx^{17}} + \frac{n+5}{sin^2(mx)}\right)dx; \int \frac{(3x-mn)dx}{(x+n)(x+m)}$$

2. Вычислить определенный интеграл, используя формулу Ньютона-Лейбница.

$$\int_0^1 \left(\sqrt{x^m} + \sqrt[n+1]{x} - x^{m/n}\right)dx; \int_n^{n+2} (mx-n)e^{-nx}dx$$

3. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками следующих функций.

$$y = -x^2 + mx,\ y = nx - mn$$

4. Вычислить двойной интеграл по области D.

$$\iint_D \sqrt{y^m}\sin(nx)\,dxdy; D = \begin{cases} 0 \le x \le \frac{\pi}{6} \\ n \le y \le n+m \end{cases}$$

(5) Найти общие решения дифференциальных уравнений.

1.
a. $(2y+1)\sin x dy + 5ydx = 0$;
b. $y'\sin x + y\cos x = 2x$.

2.
a. $(x+2)\cos^2(2y)dx + 3xdy = 0$;
b. $xy' - 2y = x^4 \cos x$.

3.
a. $ydx - (y+3)\mathrm{tg}(2x)dy = 0$;
b. $y'x - y = x^3e^x$.

4.
a. $2xdy - (2x+1)\mathrm{tg}(3y)dx = 0$;
b. $xy' + x^2 = 3y$.

5.
a. $(5y-2)\mathrm{tg}(7x)dy - 2ydx = 0$;
b. $xy' - y = 5x^2 \cos(3x)$.

6.
a. $(2x^2 - 5)ctg(4y)dx + 3xdy = 0$;
b. $xdy = (2x\ln x - y)dx$.

7.
a. $-3ydx + (y^2 - 3y)\cos^2(6x)dy = 0$;
b. $(x\ln x - y)dx + xdy = 0$.

8.
a. $(y^2 - 3)e^x dy - 5ydx = 0$;
b. $xy' - y = 2\ln x$.

9.
a. $-5xdy + (x^2 - x)\sin^2(3y)dx = 0$;
b. $y' - y = 4xe^x$.

10.
a. $2xdy + (x^2 - 4)e^y dx = 0$;
b. $xy' - 3y = x^5 \sin(2x)$.

(6) Найти частное решение дифференциального уравнения методом неопределенных коэффициентов.

11. $y'' - 5y' + 6y = -e^{2x}$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

12. $y'' - y' = e^{x}$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

13. $y'' - 6y' + 8y = 3e^{x}$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

14. $y'' - 4y' + 3y = -3e^{2x}$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

15. $y'' - 2y' + y = -e^{2x}$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

16. $y'' + 4y' + 4y = 9e^{x}$, $y(0) = 0, y'(0) =$

17. $y'' - 6y' + 9y = 4e^{x}$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$

18. $y'' - 2y' = 2e^{2x}$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

19. $y'' + 2y' = -e^{-2x}$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

20. $y'' + 3y' + 2y = -e^{2x}$, $y(0) = 0, y'(0) =$

(7) Найти общее решение дифференциального уравнения.

21. $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$.

22. $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$.

23. $y^{IV} - 6y''' + 9y'' = 3x - 1$.

24. $y''' - 3y' - 2y = -4xe^{x}$.

25. $y''' - 2y'' = 3x^2 + x - 4$.

26. $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = (32x - 32)e^{-x}$.

27. $7y''' - y'' = 12x$.

28. $y''' - 4y'' + 3y' = -4xe^{x}$.

29. $3y^{IV} + y''' = 6x - 1$.

30. $y''' - 4y'' + 4y' = (x - 1)e^{2x}$.

(8) Найти общее решение системы линейных дифференциальных уравнений $Y' = AY$, в которой Y – матрица-столбец функций, A – матрица коэффициентов.

$$Y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \\ y_3(x) \end{pmatrix};\ A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

31.$A=\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

32.$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

33.$A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

34.$A=\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

36.$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

37.$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

38.$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

39.$A=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

35.A=$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

40.A=$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(9) Найти точное и приближенные решения соответствующей задачи Коши $y' = f(\bar{x}, y)$, $y_{\bar{\bar{0}}} = y(x_0)$. Приближенные решения найти по методу Эйлера: $y_k = f(x_{k-1}, y_{k-1}) \cdot h + y_{k-1}$ с шагом $h_1 = 1$ и шагом $h_2 = 0{,}5$ на отрезке [0,6]. Значения точного $y(x)$ и приближенных решений $\bar{y}(x)$, $\bar{\bar{y}}(x)$ записать в таблицу. Построить графики точного и приближенных решений. Сравнить полученные графики. Указать отклонения приближенных решений от точного на границе отрезка [0,6].

41. $y' = x\sqrt{y}$, $y(1) = 4$

42. $y' = x\sqrt[3]{y}$, $y(1) = 8$

43. $y' = x\sqrt[4]{y}$, $y(1) = 1$

44. $y' = \frac{5y}{2x}$, $y(1) = 2$

45. $y' = -\frac{y}{2x}$, $y(1) = 3$

46. $y' = \frac{3x\sqrt{y}}{2}$, $y(1) = \frac{1}{4}$

47 $y' = \frac{3x\sqrt[3]{y}}{2}$,, $y(1) = 1$

48. $y' = \frac{3x\sqrt[4]{y}}{2}$,, $y(1) = 1$

49. $y' = \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$, $y(1) = e$

50. $y' = \frac{y}{\sqrt{x}}$, $y(1) = e$