

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

---

## **МЕХАНИКА. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.**

**Методические указания к выполнению  
контрольных работ по физике для заочников**

Санкт-Петербург

2017

ББК

Авторы **Коваленко И.И., Новикова Ю.А., Прилипко В.К., Шифрин Б.Ф.**

Механика. Колебания и волны: Сборник задач/ Под ред. *И.И. Коваленко*; СПбГУАП. СПб., 2017. , ил.

Сборник включает задачи по курсу общей физики, из которых составляются контрольные задания для студентов заочной формы обучения Института непрерывного и дистанционного образования ГУАП.

**Учебное издание**

**Коваленко Иван Иванович.  
Новикова Юлиана Александровна  
Прилипко Виктор Константинович  
Шифрин Борис Фридрихович**

## ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемое пособие предназначено для организации самостоятельной и аудиторной работы на практических занятиях по курсу общей физики студентами заочной формы обучения. Учебный материал программы разделен на два раздела: «Механика», «Колебания и волны».

В пособии приведены основные формулы и законы, которые позволяют выполнять задания, как в аудитории, так и самостоятельно. В конце разделов даны ответы и некоторые табличные данные, которые могут оказаться необходимыми при решении задач.

Каждому студенту даются задания согласно своему варианту. Они включают ряд задач из различных разделов физики. Пособие содержит также общие методические указания, полезные при выполнении и оформлении контрольных работ.

## **ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

**1.** За время изучения курса общей физики студент заочной формы обучения должен предоставить в учебное заведение две контрольные работы по разделам «Механика», «Колебания и волны».

**2.** Перед выполнением контрольных работ необходимо ознакомиться с материалом, указанным в рабочей программе, изучить соответствующие разделы рекомендованной учебной литературы. Необходимо иметь в виду, что формулы и основные положения, приведенные в данном пособии, носят справочный характер. За разъяснением трудно усваиваемых вопросов курса необходимо обратиться к лектору или преподавателю-консультанту на кафедре. В период подготовки к выполнению контрольных работ и самопроверки рекомендуется решение задач из любого рекомендованного сборника задач по курсу общей физики.

**3.** Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариантов. Выбор номера варианта осуществляется по последней цифре номера персональной зачетной книжки. В отдельных случаях вариант назначается преподавателем индивидуально.

**4.** Условия задач в контрольной работе необходимо переписывать полностью, без сокращений. Решение каждой задачи необходимо начинать с новой страницы.

**5.** Задачи по физике решаются в общем виде, т.е. выводится формула, в которой искомая величина выражена через величины, заданные в условии задачи и мировые константы.

**6.** Получив окончательную расчетную формулу, необходимо проверить себя. Для этого вместо числовых значений в неё подставляются размеры этих величин. Далее проверяется, соответствует ли полученная размерность искомой. Все расчеты проводятся в системе СИ, если в задаче нет других указаний.

**7.** При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 4630 надо записать  $4,63 \cdot 10^3$ , вместо 0,00532 записать  $5,32 \cdot 10^{-3}$  и т.п.

**8.** Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями и (если требуется) рисунками.

**Таблица 1. Варианты контрольных заданий**

<b>Вар.</b>	<b>Задачи</b>									
1	1.1.	2.1	3.1.	4.1	5.1	6.1	7.1.	8.1	9.1	10.1
2	1.2.	2.2	3.2.	4.2	5.2	6.2	7.2.	8.2	9.2	10.2
3	1.3.	2.3	3.3.	4.3	5.3	6.3	7.3.	8.3	9.3	10.3
4	1.4.	2.4	3.4.	4.4	5.4	6.4	7.4.	8.4	9.4	10.4
5	1.5.	2.5	3.5.	4.5	5.5	6.5	7.5.	8.5	9.5	10.5
6	1.6.	2.6	3.6.	4.6	5.6	6.6	7.6.	8.6	9.6	10.6
7	1.7.	2.7	3.7.	4.7	5.7	6.7	7.7.	8.7	9.7	10.7
8	1.8.	2.8	3.8.	4.8	5.8	6.8	7.8.	8.8	9.8	10.8
9	1.9.	2.9	3.9.	4.9	5.9	6.9	7.9.	8.9	9.9	10.9
10	1.10.	2.10	3.10.	4.10	5.10	6.10	7.10.	8.10	9.10	10.10

### **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Савельев И.В. Курс физики: в 3.т. 2016.
2. Иродов И.Е. Механика: основные законы. – М.: Физматлит, 2015.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: уч. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2015.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: уч. пособие для вузов. – М.: Академия, 2007.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: уч. пособие для вузов. – М.: Физматлит, 2009.

### **ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики: уч. пособие для студентов физических специальностей вузов. Т. 1. Механика – М. : Физматлит, 2013.
2. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики: уч. пособие для вузов. –СПб.: СпецЛит, 2008.
3. Трофимова Т.И. Справочник по физике для студентов и абитуриентов. – М.: Астрель: АСТ, 2005
4. Трофимова Т.И., Фирсов А.В. Курс физики. Задачи и решения. – М.: Издательский центр «Академия», 2011.
5. Бухман Н. С. Упражнения по физике: уч. пособие для вузов. – СПб. : Лань, 2008.

# 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

## 1.1. Основные законы и формулы

Материальной точкой называется тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь и считать, что вся масса тела сосредоточена в одной геометрической точке. Положение материальной точки в пространстве задается радиусом - вектором  $\vec{r}$

$$\vec{r} = \vec{i} \cdot x + \vec{j} \cdot y + \vec{k} \cdot z.$$

где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – единичные векторы направлений (орты),  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – координаты точки.

Средняя путевая скорость  $\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ ,

где  $\Delta S$  – путь, пройденный точкой за интервал времени  $\Delta t$ .

Мгновенная скорость  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ .

Мгновенное ускорение  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ .

При криволинейном плоском движении ускорение можно представить в виде суммы двух перпендикулярных составляющих

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

нормального  $a_n$  и тангенциального  $a_\tau$  ускорений. Величины нормального, тангенциального и полного ускорений рассчитываются по формулам:

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

Здесь  $R$  – радиус кривизны траектории в данной точке.

Перемещение и скорость в случае прямолинейного равнопеременного ( $a = \text{const}$ ) движения в момент времени  $t$

$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad v_x = v_0 + a_x t; \quad v_x^2 = v_0^2 + 2a_x \Delta x,$$

где  $v_0$  – начальное значение скорости.

Угловая скорость  $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$ .

Угловая скорость является псевдовектором. Она параллельна оси вращения точки или тела, а ее направление зависит от направления вращения и определяется правилом правого винта.

Угловое ускорение  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\phi}}{dt^2}$ .

Угловое ускорение направлено также как и угловая скорость в случае ускоренного вращения и в противоположную сторону в случае замедленного.

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности:

$$v = \omega R, \quad a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R,$$

где  $v$  – линейная скорость;  $a_\tau$  и  $a_n$  – тангенциальное и нормальное ускорение;  $\omega$  – угловая скорость;  $\varepsilon$  – угловое ускорение;  $R$  – радиус окружности.

Полное линейное ускорение точки, движущейся по окружности

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угол между полным  $a$  и нормальным  $a_n$  ускорениями

$$\alpha = \arccos(a_n / a).$$

В случае равномерного вращения угол поворота за время  $t$ :

$$\varphi = \omega t + \varphi_0.$$

Период вращения, т.е. время одного полного оборота;  $T = t / N$ , где  $t$  – время вращения,  $N$  – число совершенных оборотов.

Частота вращения  $\nu = \frac{N}{t}$ .

Связь угловой скорости с частотой и периодом вращения  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ .

При равноускоренном или равнозамедленном вращении справедливы формулы

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\varepsilon\varphi,$$

в которых  $\omega_0$  – начальная угловая скорость.

Импульс (количество движения) материальной точки массой  $m$ , движущейся со скоростью  $v$

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Второй закон Ньютона для материальной точки

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{или} \quad d\vec{p} = \vec{F}dt,$$

где  $\vec{F}$  — результирующая сила, действующая на материальную точку,  $\vec{F}dt$  – импульс силы, вызвавшей изменение импульса тела  $d\vec{p}$ .

Другая форма записи второго закона Ньютона для тел с постоянной массой

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Закон сохранения импульса для замкнутой системы из  $N$  материальных точек: *векторная сумма импульсов всех тел изолированной системы с течением времени не меняется*

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = \text{const.}$$

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = kx,$$

где  $k$  — коэффициент упругости (жесткость);  $x$  — абсолютная деформация. Эта сила направлена в сторону уменьшения деформации.

б) сила трения скольжения

$$F = \mu N,$$

где  $\mu$  — коэффициент трения скольжения;  $N$  — сила нормального давления.

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где  $G$  — гравитационная постоянная;  $m_1$  и  $m_2$  — массы взаимодействующих тел;  $r$  — расстояние между центрами тел.

Центр масс системы — точка, положение которой определяется радиусом — вектором

$$\vec{r}_c = \frac{\sum \vec{m}_i \vec{r}_i}{m},$$

где  $\vec{r}_i$  — радиус вектор точки массой  $m_i$ ,  $m$  — масса всей системы.

Теорема о движении центра масс.

*Центр масс системы материальных точек движется так, как будто все силы, действующие в системе, приложены к нему.*

Импульс системы равен произведению массы всей системы на скорость движения ее центра масс

$$\vec{p} = \vec{v} \sum_{i=1}^N m_i = m \vec{v}.$$

В однородном поле силы тяжести центр масс совпадает с центром тяжести

Механическая энергия складывается из кинетической  $E_k$  и потенциальной  $E_p$  энергии

$$E = E_k + E_p.$$

Кинетическая энергия — это энергия движущегося тела. Кинетическая энергия материальной точки или поступательно движущегося тела равна

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{или} \quad E_k = \frac{p^2}{2m}.$$

Кинетическая энергия твердого тела, вращающегося относительно неподвижной оси с угловой скоростью  $\omega$  равна

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}.$$

В этой формуле  $I$  — момент инерции абсолютно твердого тела.

Потенциальная энергия тела обусловлена взаимодействием этого тела с другими телами системы (нахождением тела в поле консервативных сил) и численно равняется работе, которую совершают силы поля, перемещая тело



из данного состояния 1 в состояние 0, в котором потенциальная энергия тела считается равной нулю

$$E_{\text{п}} = A_{10}.$$

а) Для деформированной упругой пружины  $E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$ .

б) Для гравитационного взаимодействия  $E_{\text{п}} = -\frac{Gm_1m_2}{r}$ .

в) Для тела в однородном поле силы тяжести  $E_{\text{п}} = mgh$ .

Здесь  $h$  — высота тела над уровнем, принятым за ноль.

Закон сохранения механической энергии (выполняется в поле консервативных сил)

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \text{const}.$$

Применяя законы сохранения энергии и импульса к прямому центральному удару (кратковременное контактное взаимодействие тел) шаров, получаем формулу скорости абсолютно неупругих шаров после удара

$$u = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

и формулы скорости абсолютно упругих шаров после удара

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \quad \text{и} \quad u_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1v_1}{m_1 + m_2},$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — массы шаров,  $v_1$  и  $v_2$  — их скорости до удара. Абсолютно упругим называется удар, в результате которого сохраняется суммарная кинетическая энергия сталкивающихся тел.

Элементарная работа  $dA$ , совершаемая результирующей силой  $\vec{F}$  за бесконечно малый промежуток времени  $dt$ , определяется как скалярное произведение

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = F dr \cos \alpha,$$

где  $d\vec{r}$  — перемещение тела за время  $dt$ ,  $\alpha$  — угол между направлениями силы и перемещения.

Работа  $A$ , совершаемая результирующей силой, может быть определена также как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A_{12} = E_{\text{к}2} - E_{\text{к}1}.$$

Мгновенная мощность определяется формулой

$$N = \frac{dA}{dt} = Fv \cos \alpha,$$

где  $dA$  — работа, совершаемая за промежуток времени  $dt$ .

При вращательном движении инертность тела определяется моментом инерции. Момент инерции системы  $N$  материальных точек

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2,$$

где  $r_i$  — расстояние  $i$ -ой материальной точки массой  $m_i$  до оси вращения.

Момент силы — векторная физическая величина равная векторному

произведению радиуса-вектора (проведённого из начала координат в точку приложения силы), на вектор этой силы

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Этот вектор перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$  и равен по величине

$$M = Fr \sin \alpha.$$

Момент импульса материальной точки – векторная физическая величина равная векторному произведению радиуса-вектора (проведённого из начала координат в выбранную точку), на импульс

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}].$$

Момент импульса системы материальных точек (тела) равен векторной сумме моментов импульса всех точек тела:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^N [\vec{r}_i, \vec{p}_i].$$

Основное уравнение динамики вращательного движения тела относительно любой точки (полюса)

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

где  $\vec{M}$  — результирующий момент внешних сил, действующих на тело, относительно полюса;  $\vec{L}$  — момент импульса тела относительно полюса.

Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твердого тела относительно неподвижной оси  $z$  записывается в форме

$$M_z = I_z \varepsilon.$$

Здесь  $M_z$  — результирующий момент внешних сил относительно оси  $z$ , или проекция вектора момента сил, действующих на тело, на ось вращения  $z$ .

Момент импульса  $L$  тела, вращающегося вокруг оси с угловой скоростью  $\omega$ :

$$L = I\omega,$$

где  $I$  – момент инерции тела относительно оси.

Момент импульса частицы относительно оси

$$L = mvb,$$

где  $m$  – масса частицы,  $b$  – прицельный параметр, т.е. кратчайшее расстояние между траекторией точки и осью,  $v$  – скорость частицы в этой точке.

Момент инерции тела массой  $m$  относительно произвольной оси  $z$ , не проходящей через центр масс (теорема Штейнера):  $I_z = I_c + md^2$ , где  $I_c$  — момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс и параллельной оси  $z$ ,  $d$  — расстояние между этими осями.

Закон сохранения момента импульса системы тел  $\sum_{i=1}^N \vec{L}_i = const.$

## 1.2. Контрольные Задачи к разделу 1

- 1.1. Самолет летит из пункта  $A$  к пункту  $B$ , расположенному на расстоянии 300 км к востоку. Определить продолжительность полета, если: 1) ветра нет, 2) ветер дует с севера на юг, 3) ветер дует с запада на восток. Скорость ветра 20 м/с, скорость самолета относительно воздуха 600 км/ч.
- 1.2. Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через 3 с. 1) Какова была начальная скорость тела? 2) На какую высоту поднялось тело? Сопротивление воздуха не учитывать.
- 1.3. Вагон движется равнозамедленно ( $a = 0,5 \text{ м/с}^2$ ). Начальная скорость вагона 54 км/ч. Через какое время и на каком расстоянии от начальной точки вагон остановится?
- 1.4. Зависимость пройденного пути от времени дается уравнением  $S = At - Bt^2 + Ct^3$ , где  $A=2 \text{ м/с}$ ,  $B=3 \text{ м/с}^2$  и  $C=4 \text{ м/с}^3$ . Найти: 1) зависимость скорости и ускорения от времени, 2) расстояние, пройденное телом, скорость и ускорение тела через 2 с после начала движения.
- 1.5. Зависимость пройденного телом пути от времени дается уравнением  $s = S = A - Bt + Ct^2$ , где  $A=6 \text{ м}$ ,  $B=3 \text{ м/с}$  и  $C=2 \text{ м/с}^2$ . Найти среднюю скорость и среднее ускорение тела в интервале времени от 1 с до 4 с.
- 1.6. Маховое колесо через 1 мин после начала вращения приобретает скорость, соответствующую 720 об/мин. Найти угловое ускорение колеса и число оборотов колеса за эту минуту. Движение считать равноускоренным.
- 1.7. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением  $2 \text{ рад/с}^2$ . Через 0,5 с после начала движения полное ускорение точек на ободе колеса стало равно  $13,6 \text{ м/с}^2$ . Найти радиус колеса.
- 1.8. Линейная скорость точек на окружности вращающегося диска равна 3 м/с. Точки, расположенные на 10 см ближе к оси, имеют линейную скорость 2 м/с. Определить частоту вращения диска.
- 1.9. Диск радиусом 20 см вращается согласно уравнению  $\varphi = At + Bt + Ct^3$ , где  $A=3 \text{ рад}$ ,  $B=-1 \text{ рад/с}$ ,  $C=0,1 \text{ рад/с}^3$ . Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска для момента времени  $t=10 \text{ с}$ .
- 1.10. Колесо автомашины вращается равноускоренно. Сделав 50 полных оборотов, оно изменило частоту вращения от 240 об/мин до 360 об/мин. Определить угловое ускорение колеса.

- 2.1. Материальная точка массой 1 кг, двигаясь равномерно, описывает четверть окружности радиуса 1,2 м в течение 2 с. Найти модуль вектора изменения импульса точки за это время.
- 2.2. Шарик массой 100 г упал с высоты 2,5 м на горизонтальную плиту, масса которой много больше массы шарика, и отскочил от нее вверх. Считая удар абсолютно упругим, найти импульс, полученный плитой.
- 2.3. При равномерном движении по окружности со скоростью  $v=10$  м/с тело массой  $m=2$  кг повернулось на угол  $\alpha=120^\circ$ . Найти модуль вектора изменения импульса тела.
- 2.4. Два конькобежца массами 80 кг и 50 кг, держась за концы длинного натянутого шнура, неподвижно стоят на льду один против другого. Один из них начинает укорачивать шнур, выбирая его со скоростью 1 м/с. С какими скоростями будут двигаться по льду конькобежцы?
- 2.5. Шарик массой 0,1 кг соскальзывает без трения по желобу высотой 2 м. Начальная скорость шарика равна нулю. Найти модуль вектора изменения импульса шарика и импульс, полученный желобом при движении шарика.
- 2.6. Материальная точка массой  $m=0,1$  кг, двигаясь равномерно, описывает половину окружности радиуса  $R=1$  м за 5 с. Найти модуль вектора изменения импульса точки за это время.
- 2.7. Снаряд массой 10 кг имел скорость 200 м/с в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая часть массой 3 кг полетела вперед под углом  $60^\circ$  к горизонту, получив начальную скорость 400 м/с. С какой скоростью и под каким углом к горизонту полетит больший осколок?
- 2.8. Материальная точка массой  $m=2$  кг движется под действием некоторой силы  $F$  согласно уравнению  $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $C=1$  м/с<sup>2</sup>,  $D=-0,2$  м/с<sup>3</sup>. Найти значения этой силы в моменты времени  $t_1=2$  с и  $t_2=5$  с. В какой момент времени сила равна нулю?
- 2.9. Молот массой  $m=1$  т падает с высоты  $h=2$  м на наковальню. Длительность удара  $t=0,01$  с. Найти среднее значение силы  $F$  удара.
- 2.10. Диск радиусом  $R=40$  см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Принимая коэффициент трения  $\mu=0,4$ . Найти частоту  $n$  вращения, при которой кубик соскользнет с диска.

- 3.1. Человек массой  $m_1=70$  кг, бегущий со скоростью  $v_1=9$  км/ч, догоняет тележку массой  $m_2=190$  кг, движущуюся со скоростью  $v_2=3,6$  км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?
- 3.2. Пуля, летящая со скоростью 400 м/с, попадает в вал и проходит до остановки 0,5 м. Определить силу сопротивления вала движению пули, если ее масса равна 24 г.
- 3.3. Шар массой  $m_1=3$  кг движется со скоростью  $v_1=2$  м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой  $m_2=5$  кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.
- 3.4. Шар массой  $m_1=1$  кг движется со скоростью  $v_1=4$  м/с и сталкивается с шаром массой  $m_2=2$  кг, движущимся навстречу ему со скоростью  $v_2=3$  м/с. Каковы скорости  $u_1$  и  $u_2$  шаров после удара? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.
- 3.5. Два неупругих шара массами 2 кг и 3 кг движутся со скоростями соответственно 8 м/с и 4 м/с. Определить потерю механической энергии шаров при их ударе в двух случаях: 1) меньший шар нагоняет больший; 2) шары движутся навстречу друг другу.
- 3.6. С какой скоростью вылетит из пружинного пистолета шарик массой 10 г, если пружина была сжата на 5 см? Жесткость пружины равна 200 Н/м.
- 3.7. Вычислить работу  $A$ , совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой  $m=100$  кг на высоту  $h=4$  м за время  $t=2$  с.
- 3.8. Вычислить работу, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой 50 кг на 6 м за 2 с.
- 3.9. В шахте опускается равноускоренно лифт массы 280 кг. В первые 10 с он проходит 35 м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.
- 3.10. Математический маятник (груз малых размеров) на легком подвесе длины  $l$  находится в положении равновесия. Какую наименьшую скорость надо сообщить грузу, чтобы он мог совершить полный оборот. Рассмотреть два случая: груз подвешен 1) на жестком стержне и 2) на нерастяжимой нити.

- 4.1. Однородные цилиндр и шар начинают одновременно скатываться без скольжения с вершины наклонной плоскости. Что быстрее достигнет основания плоскости? Ответ обосновать.
- 4.2. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом  $R=2$  м, стоит человек массой 80 кг. Масса платформы равна 240 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью 2 м/с относительно платформы.
- 4.3. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой 60 кг. На какой угол повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса платформы равна 240 кг. Человека считать материальной точкой.
- 4.4. Платформа в виде диска радиусом 1 м вращается, совершая 6 об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого равна 80 кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы равен  $120 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.
- 4.5. Два шарика массой  $m=10$  г каждый скреплены тонким невесомым стержнем длиной  $l=20$  см. Определить момент инерции  $I$  системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через центр масс.
- 4.6. Определить момент инерции  $I$  тонкого однородного стержня длиной  $l=30$  см и массой  $m=100$  г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку, отстоящую от конца стержня на  $1/3$  его длины.
- 4.7. Тонкий однородный стержень длиной  $l=50$  см и массой  $m=400$  г вращается с угловым ускорением  $\varepsilon=3 \text{ рад/с}^2$  около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент  $M$ .
- 4.8. На барабан радиусом  $R = 0,4$  м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 15 кг. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением  $2,8 \text{ м/с}^2$ .
- 4.9. На барабан (однородный цилиндр) массой 15 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 3 кг. Найти ускорение груза.
- 4.10. Маховое колесо, момент инерции которого  $245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , вращается, совершая 20 оборотов в минуту. Через 1 мин оно останавливается. Найти момент сил трения. Колесо считать однородным диском

- 5.1. Маховое колесо, момент инерции которого  $245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , вращается, совершая 20 оборотов в минуту. Через 1 мин оно останавливается. Найти число оборотов, которое сделало колесо за это время. Колесо считать однородным диском.
- 5.2. Шар массой 2 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с. Найти кинетическую энергию шара.
- 5.3. Цилиндр радиусом 0,1 м и массой 5 кг вращается под действием касательной силы 10 Н. Найти нормальное, тангенциальное и полное ускорения точек на поверхности цилиндра через 1 с после начала движения.
- 5.4. Шар массой  $m=10 \text{ кг}$  и радиусом  $R=20 \text{ см}$  вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара:  $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ , где  $B=4 \text{ рад/с}^2$ ,  $C = -1 \text{ рад/с}^3$ . Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент сил  $M$  в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ .
- 5.5. Три шарика массами 20 г каждый расположены в вершинах треугольника и соединены между собой жесткими невесомыми стержнями длиной 0,5 м каждый. Найти момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной плоскости треугольника и проходящей через его центр.
- 5.6. Диск массой 2 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с. Найти кинетическую энергию диска.
- 5.7. Сколько времени будет скатываться (без скольжения) обруч с наклонной плоскости длиной 2 м и высотой 10 см?
- 5.8. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = At^2$  ( $A=0,5 \text{ рад/с}^2$ ). Определить к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска.
- 5.9. Тонкий обруч массой 2 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с. Найти кинетическую энергию обруча.
- 5.10. Какую работу надо совершить, чтобы остановить вращающийся с частотой 10 Гц сплошной цилиндр массой 12 кг и радиусом 8 см?

## 2. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

### 2.1. Основные законы и формулы

Уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $x$  – смещение точки от положения равновесия,  $A$  – амплитуда колебаний,  $\omega$  – круговая или циклическая частота,  $\varphi_0$  – начальная фаза,  $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ , – фаза колебаний.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = x'(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ и } a = x''(t) = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x.$$

Циклическая частота  $\omega$ , период колебаний  $T$  и частота  $\nu$  связаны соотношениями

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu.$$

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми частотами  $x_1 = A_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$  и  $x_2 = A_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$  получается гармоническое колебание на той же частоте  $x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ , для амплитуды и начальной фазы которого справедливы выражения:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}, \quad \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Если точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях на одинаковых частотах:  $x = A_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$  и  $y = A_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$ , то в общем случае она движется по наклонному в координатах  $(x, y)$  эллипсу с уравнением траектории

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

В частных случаях этот эллипс вырождается:

а) при разности фаз  $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$  - в отрезок прямой, проходящей через первую и третью четверть

$$y = \frac{A_2}{A_1} x;$$

б) при разности фаз  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm\pi$  - в отрезок прямой, проходящей через вторую и четвертую четверть

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x;$$

в) при разности фаз  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm\pi/2$  - в эллипс, ориентированный вдоль координатных осей



$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1.$$

Сила, действующая на тело при свободном гармоническом колебании (квазиупругая сила), всегда пропорциональна смещению и направлена в сторону, противоположную смещению:

$$F_x = ma = -m\omega_0^2 x = -kx,$$

где  $k = m\omega_0^2$  – коэффициент упругости или коэффициент жесткости.

Кинетическая энергия материальной точки, которая совершает прямолинейные гармонические колебания:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия материальной точки, которая совершает гармонические колебания под действием упругой силы  $F$ , будет равна:

$$E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Полная энергия остается постоянной, так как при гармонических незатухающих колебаниях выполняется закон сохранения механической энергии.

$$E = E_k + E_n = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Период колебаний тела массой  $m$ , подвешенного на пружине с жесткостью  $k$  (пружинный маятник)

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}.$$

Математический маятник – это материальная точка на невесомой нерастяжимой нити. Период колебаний математического маятника длиной  $\ell$  в поле силы тяжести с ускорением свободного падения  $g$  равен

$$T = 2\pi\sqrt{\ell/g}.$$

Физический маятник – это абсолютно твердое тело, подвешенное на горизонтальной оси, не проходящей через центр масс тела. Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}},$$

Где  $\ell$  – приведенная длина физического маятника,  $I$  – момент инерции физического маятника относительно горизонтальной оси, не проходящей через центр масс,  $d$  – расстояние от оси подвеса до центра масс.

Приведенная длина физического маятника  $L$  – это длина такого математического маятника, который имеет такой же период колебаний, что и физический

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \quad L = I/(md).$$

Период крутильных колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}},$$

где  $I$  – момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью,  $C$  – коэффициент упругости нити или проволоки.

Уравнение затухающих колебаний при наличии силы сопротивления, пропорциональной скорости ( $F_{\text{сопр}} = -rv$ , где  $r$  – коэффициент сопротивления) и направленной в сторону, противоположную скорости

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Здесь  $A = A_0 e^{-\beta t}$  – убывающая со временем амплитуда колебаний с коэффициентом затухания

$$\beta = \frac{r}{2m}.$$

Циклическая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}.$$

Логарифмический декремент затухания

$$\theta = \ln\left(\frac{A_N}{A_{N+1}}\right) = \beta T,$$

где  $A_N$  и  $A_{N+1}$  – амплитуды двух последовательных колебаний.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}},$$

где  $f_0$  – отношение амплитуды вынуждающей силы к массе тела  $f_0 = F_0 / m$ ;  $\omega_0$  – собственная циклическая частота;  $\omega$  – циклическая частота вынуждающей силы.

Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad \text{и} \quad A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Уравнение плоской волны, бегущей в направлении оси  $x$

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx) \quad \text{или} \quad \xi(x, t) = A \cos \omega(t - x/v),$$

где  $\xi(x, t)$  – смещение точек среды на расстоянии  $x$  в момент времени  $t$ ,  $\omega$  (рад/с) – круговая частота,  $\lambda$  – длина волны (расстояние, которое волна пробегает за один период),  $k$  – волновое число ( $k = 2\pi/\lambda$ ),  $v$  – фазовая скорость распространения колебаний в среде. Фазовая скорость волны равна

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \lambda \nu.$$

Связь разности фаз  $\Delta\varphi$  колебаний точек среды в волне с расстоянием  $\Delta x$  между ними, отсчитанным в направлении скорости волны

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x.$$

Акустическим эффектом Доплера называют изменение частоты волн,

регистрируемых приемником, которое происходит вследствие движения источника этих волн и приемника. Источник, двигаясь к приемнику, как бы сжимает пружину – волну.

$$\nu = \frac{c_{зв} + u_{пр}}{c_{зв} - u_{ист}} \nu_0,$$

где  $\nu$  – частота звука, воспринимаемая движущимся приемником,  $c_{зв}$  – скорость звука в среде (не зависит от скорости источника!),  $u_{пр}$  – скорость приемника относительно среды,  $u_{ист}$  – скорость источника звука относительно среды;  $\nu_0$  – частота звука, испускаемого источником.

## 2.2. Контрольные задачи к разделу 2

- 6.1. Материальная точка массой 10 г совершает гармонические колебания по закону синуса с периодом 2 с и начальной фазой, равной нулю. Полная энергия колеблющейся точки 0,1 мДж. Найти амплитуду колебаний.
- 6.2. Амплитуда гармонического колебания равна 5 см, период - 4 с. Найти максимальную скорость колеблющейся точки и ее максимальное ускорение.
- 6.3. Уравнение движения точки дано в виде  $x = 2\sin(\omega t / 2 + \pi / 4)$  [см]. Найти период колебаний, максимальную скорость точки и ее максимальное ускорение.
- 6.4. Уравнение движения точки дано в виде  $x = \sin(\omega t / 6)$ . Найти моменты времени, в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение.
- 6.5. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковым периодом 8 с и одинаковыми амплитудами 0,02 м. Разность фаз между этими колебаниями  $\pi/4$ . Начальная фаза одного из этих колебаний равна нулю.
- 6.6. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 10 см и 6 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Найти разность фаз складываемых колебаний.
- 6.7. Два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами и частотами направленные в одну сторону складываются таким образом, что амплитуда результирующего колебания равна амплитуде исходных колебаний. Определить разность фаз исходных колебаний.
- 6.8. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях  $x = 2\sin \omega t$  [м] и  $y = 2\cos \omega t$  [м]. Найти траекторию движения точки.
- 6.9. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях  $x = \cos \omega t$  [м] и  $y = \cos(\omega t / 2)$  [м]. Найти траекторию результирующего движения точки.
- 6.10. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях  $x = \sin \omega t$  [м] и  $y = 4\sin(\omega t + \pi)$  [м]. Найти траекторию движения точки.

- 7.1. Колебания материальной точки массой 0,1 г происходят по закону  $x = 0,05 \cos 20t$  [м]. Определить максимальные значения возвращающей силы и кинетической энергии.
- 7.2. Материальная точка массой 0,01 кг совершает колебания по закону  $x = 0,2 \cos(2\omega t / 3)$  [м]. Найти возвращающую силу через 1 с после начала движения и полную энергию материальной точки.
- 7.3. Груз массой 0,25 кг, подвешенный к пружине, колеблется по вертикали с периодом 1 с. Определить жесткость пружины.
- 7.4. К спиральной пружине подвесили груз, в результате чего пружина растянулась на 9 см. Каков будет период колебаний груза, если его немного оттянуть вниз и затем отпустить?
- 7.5. Диск радиусом 10 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить период колебаний такого физического маятника. Принять  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .
- 7.6. Однородный диск радиусом 0,3 м колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Каков период его колебаний?
- 7.7. Тонкий обруч, повешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус обруча равен 0,3 м. Вычислить период колебаний обруча.
- 7.8. Диск радиусом 24 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса перпендикулярно плоскости диска. Определить приведенную длину и период колебаний такого маятника.
- 7.9. Амплитуда колебаний математического маятника равна  $A$ , максимальная скорость  $v_m$ . Найти длину  $l$  маятника.
- 7.10. Найти отношение  $l_1/l_2$  длин двух математических маятников, если отношение периодов их колебаний  $T_1/T_2 = 1,5$ .

- 8.1. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 2 мин уменьшилась в 2 раза. Определите коэффициент затухания.
- 8.2. Амплитуда колебаний маятника за 20 периодов уменьшилась в  $e$  раз. Найти логарифмический декремент затухания.
- 8.3. Пружинный маятник (жесткость пружины равна  $10 \text{ Н/м}$ , масса груза равна  $100 \text{ г}$ ) совершает вынужденные колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления  $r=2 \cdot 10^{-2} \text{ кг/с}$ . Определить коэффициент затухания  $\delta$  и резонансную амплитуду  $A_{\text{рез}}$ , если амплитудное значение вынуждающей силы  $F_0=10 \text{ мН}$ .
- 8.4. Амплитуда затухающих колебаний маятника за одну минуту уменьшилась вдвое. Во сколько раз она уменьшится через 5 минут?
- 8.5. Амплитуда затухающих гармонических колебаний математического маятника за одну минуту уменьшилась вдвое. Во сколько раз амплитуда уменьшится за 3 мин?
- 8.6. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой  $\nu=1000 \text{ Гц}$ . Определить частоту  $\nu_0$  собственных колебаний, если резонансная частота  $\nu_{\text{рез}}=998 \text{ Гц}$ .
- 8.7. Период затухающих колебаний  $4 \text{ с}$ , логарифмический декремент затухания  $1,6$ ; начальная фаза равна нулю. Смещение точки в начальный момент времени равно  $4,5 \text{ см}$ . Написать уравнение колебаний и найти смещение точки в момент времени спустя период.
- 8.8. Определить координату  $x$  материальной точки относительно положения равновесия в момент времени  $t=1,3 \text{ с}$ , если известно, что амплитуда затухающих колебаний  $A_0=20 \text{ см}$ , логарифмический декремент затухания равен  $7,564$ , начальное отклонение  $x_0=0$ , циклическая частота собственных колебаний  $\omega_0=1,26 \text{ с}^{-1}$ .
- 8.9. Найти частоту колебаний груза массой  $0,2 \text{ кг}$ , подвешенного на пружине и помещенного в масло, если коэффициент сопротивления в масле  $r=0,5 \text{ кг/с}$ , а коэффициент жесткости пружины  $k=50 \text{ Н/м}$ .
- 8.10. Определить скорость  $v$  материальной точки, совершающей затухающие гармонические колебания, в момент времени  $t=0,5 \text{ с}$ , если известно, что период затухающих колебаний  $T=2 \text{ с}$ , логарифмический декремент затухания  $\theta=2$ , максимальное значение амплитуды  $A_0=0,3 \text{ м}$ , начальное отклонение  $x_0=0$ .

- 9.1. Найти коэффициент затухания для математического маятника длиной 1 м, если резонансная частота вынужденных колебаний 2,41 рад/с.
- 9.2. Определить начальную фазу вынужденных колебаний математического маятника длиной 4,9 м, если частота вынуждающей силы равна 0,8 рад/с, а коэффициент затухания 0,6 рад/с.
- 9.3. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой  $\nu=500$  Гц. Определить частоту  $\nu_0$  собственных колебаний, если резонансная частота  $\nu_{рез}=100$  Гц.
- 9.4. Найти разницу частоты собственных колебаний системы  $\nu_0=1$  кГц и резонансной частоты с коэффициентом затухания  $\beta=400$  с<sup>-1</sup>.
- 9.5. Твердое тело массой 0,01 кг совершает вынужденные колебания с амплитудой 0,1 м и частотой 0,78 рад/с. Амплитуда вынуждающей силы равна  $F_0=5$  мН. Определить коэффициент затухания, если известно, что собственная частота колебаний  $\omega_0=1,9$  рад/с.
- 9.6. Металлический шарик, подвешенный на нерастяжимой нити длиной 2 м, совершает вынужденные колебания. Определить резонансную частоту колебаний, если известно, что логарифмический декремент затухания равен 3,07. Ускорение свободного падения  $g$  принять равным 10 м/с<sup>2</sup>.
- 9.7. Шар радиуса  $R=0,154$  м закреплен на горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса. Коэффициент затухания равен  $\beta=2,48$  рад/с. Найти резонансную частоту и начальную фазу вынужденных колебаний.
- 9.8. Тело массой  $m=0,01$  кг, подвешенное на пружине жесткостью  $k=0,16$  Н/м, совершает вынужденные колебания. Частота вынуждающей силы 3 рад/с, а ее максимальное значение равно  $F_0=0,02$  Н. Определить амплитуду вынужденных колебаний  $A$ , если известно, что коэффициент затухания  $\beta=0,5$  рад/с.
- 9.9. Амплитуды вынужденных колебаний при частотах 400 рад/с и 600 рад/с равны между собой. Найти частоту, при которой смещение из положения равновесия максимально, если известно, что максимальное значение вынуждающей силы  $F_0$  остается постоянным.
- 9.10. Математический маятник длиной 22 см совершает вынужденные гармонические колебания на частоте резонанса. Коэффициент затухания 2 рад/с. Определить резонансную частоту вынужденных колебаний.

- 10.1. По водной поверхности распространяется волна со скоростью 6 м/с. Определить период волны и ее частоту, если длина волны 3 м.
- 10.2. Найти длину волны основного тона ноты “ля”. Частота 435 Гц, скорость звука в воздухе 340 м/с.
- 10.3. Взрыв произошел в воде вблизи ее поверхности. Звук от взрыва пришел к регистрирующему прибору по воде на 15 с раньше, чем по воздуху. Скорость звука в воде 1450 м/с, в воздухе - 340 м/с. Определите расстояние, на котором произошел взрыв.
- 10.4. Два автомобиля движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями, равными 72 км/ч. Один водитель подает звуковой сигнал на частоте  $\nu_0=1\text{кГц}$ . Какой частоты звук сигнала будет воспринимать другой водитель? Скорость звука в воздухе принять равной 340 м/с.
- 10.5. Задано уравнение плоской волны  $\xi(x,t) = A \cos(\omega t - kx)$ , где  $A=0,5$  см,  $\omega=628 \text{ с}^{-1}$ ,  $k=2 \text{ м}^{-1}$ . Определить: 1) частоту колебаний  $\nu$  и длину волны  $\lambda$ ; 2) фазовую скорость  $v$ .
- 10.6. Две точки находятся на расстоянии  $x = 50$  см друг от друга на прямой, вдоль которой распространяется волна со скоростью  $v=50$  м/с. Период  $T$  колебаний равен 0,05 с. Найти разность фаз  $\Delta\phi$  колебаний в этих точках.
- 10.7. Определить разность фаз  $\Delta\phi$  колебаний источника волн, находящегося в упругой среде, и точки этой среды, отстоящей на  $x=2$  м от источника. Частота  $\nu$  колебаний равна 5 Гц; волны распространяются со скоростью  $v=40$  м/с.
- 10.8. Определить максимальное и минимальное значения длины  $\lambda$  звуковых волн, воспринимаемых человеческим ухом, соответствующие граничным частотам  $\nu_1=16$  Гц и  $\nu_2=20$  кГц. Скорость звука принять равной 340 м/с.
- 10.9. Мимо неподвижного электровоза, гудок которого дает сигнал частотой  $\nu_0=300$  Гц, проезжает поезд со скоростью  $u=40$  м/с. Какова кажущаяся частота  $\nu$  тона для пассажира, когда поезд приближается к электровозу и когда удаляется от него?
- 10.10. Мимо железнодорожной платформы проходит электропоезд. Наблюдатель на платформе слышит сигнал поезда. Когда поезд приближается,  $\nu_1=1100$  Гц; когда удаляется,  $\nu_2=900$  Гц. Найти скорость  $u$  электровоза и частоту  $\nu_0$  звука, издаваемого сиреной. Скорость звука равна 340 м/с.



### 3. Ответы к задачам

**1.1.** 30 мин; 30,2 мин; 28,8 мин. **1.2.** 14,7 м/с; 11м. **1.3.** 30 с; 225 м. **1.4.**  $v = 2 - 6t + 12t^2$ ;  $a = -6 + 24t$ ; 24 м; 38 м/с; 42 м/с<sup>2</sup>. **1.5.** 7 м/с; 4 м/с<sup>2</sup>. **1.6.** 1,26 рад/с<sup>2</sup>; 360. **1.7.** 6,1 м. **1.8.** 1,59 с<sup>-1</sup>. **1.9.**  $\alpha_\tau = 1,2$  м/с<sup>2</sup>;  $\alpha_n = 168$  м/с<sup>2</sup>. **1.10.** 1,26 рад/с.

**2.1.** 1,33 Н·с. **2.2.** 1,4 Н·с. **2.3.** 34,6 Н·с. **2.4.** 0,385 м/с; 0,615 м/с. **2.5.** 0,63 Н·с; 0,63 Н·с. **2.6.** 0,126 Н·с. **2.7.** 114 м/с. **2.8.** 0,8 Н; -8Н; 1,67с. **2.9.** 626 кН. **2.10.** 0,5 с<sup>-1</sup>.

**3. 1.** 2,1 м/с; 1,56 м/с. **3. 2.** 3,8 кН. **3.3.** 3,75 Дж. **3.4.** 5,33 м/с; 1,67 м/с. **3.5.** 9,6 Дж; 86,4 Дж. **3.6.** 7,07 м/с. **3.7.** 4,72 кДж. **3.8.** 4,72 кДж. **3.9.** 2548 Н. **3.10.**  $v_m = \sqrt{4gl}$ ;  $v_m = \sqrt{5gl}$ .

**4.1.**  $v_{\text{шара}} > v_{\text{цилиндра}}$ ;  $v_{\text{шара}} = \sqrt{(10/7)gh}$ ;  $v_{\text{цилиндра}} = \sqrt{(4/3)gh}$ . **4.2.** 0,4 рад/с. **4.3.**  $2\pi/3$ . **4.4.** 0,167 об/мин. **4. 5.**  $2 \cdot 10^{-4}$  кг·м<sup>2</sup>. **4. 6.**  $10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>. **4.7.** 0,025 Н·м. **4.8.** 6 кг·м<sup>2</sup>. **4 9.** 2,8 м/с<sup>2</sup>. **4.10.** 513 Н·м.

**5.1.** 600 об. **5.2.** 22,4 Дж. **5.3.**  $\alpha_\tau = 4$  м/с<sup>2</sup>;  $\alpha_n = 160$  м/с<sup>2</sup>;  $\alpha = 160$  м/с<sup>2</sup>. **5.4.** - 0,64 Н·м. **5.5.**  $4 \cdot 10^{-4}$  кг·м<sup>2</sup>;  $2 \cdot 10^{-4}$  кг·м<sup>2</sup>. **5.6.** 24 Дж. **5.7.** 4,04 с. **5.8.**  $\omega = 2$  рад/с;  $\varepsilon = 1$  рад/с. **5.9.** 32 Дж. **5.10.** -75,8 Дж.

**6.1.** 0,045 м. **6.2.**  $v_{\text{max}} = 0,08$  м/с,  $a_{\text{max}} = 0,12$  м/с<sup>2</sup>. **6.3.**  $T = 4$ с,  $v_{\text{max}} = 0,03$  м/с,  $a_{\text{max}} = 0,05$  м/с<sup>2</sup>. **6.4.**  $t(v_{\text{max}}) = 3$  с,  $t(a_{\text{max}}) = 6$  с, 12 с. **6.5.**  $x = 0,004 \sin(\pi t/4 + \pi/4)$ . **6.6.**  $\Delta\varphi = \pi/3$ . **6.7.**  $\Delta\varphi = 2\pi/3$ . **6.8.**  $x^2 + y^2 = 4$ . **6.9.**  $y = \pm\sqrt{x+1}$ . **6.10.**  $y = -4x$ .

**7.1.**  $F_{\text{max}} = 2$ мН,  $T_{\text{max}} = 50$ мкДж. **7.2.** 4,4 мН; 0,88 мДж. **7.3.** 9,87 Н/м. **7.4.** 0,59 . **7.5.** 0,8с. **7.6.** 1,35с. **7.7.** 1,54 с. **7.8.** 1,49 м; 2,43с. **7.9.**  $l = gA^2 / v_m$ . **7.10.** 2,25.

**8.1.**  $5,78 \cdot 10^{-3}$  с<sup>-1</sup>. **8.2.** 0,05. **8.3.** 0,1 с<sup>-1</sup>, 0,05м. **8.4.** 1/32. **8.5.** 8. **8.6.** 1002 Гц. **8.7.**  $x(t) = 4,5e^{-0,4t} \cos(\pi t/2)$ ,  $x = 0,91$  см. **8.8.**  $x = -0,054$  м. **8.9.** 2,51 Гц. **8.10.** 0 м/с.

**9.1.** 1,45 рад/с. **9.2.**  $-35^{\circ}12'$ . **9.3.** 700 Гц. **9.4.** 4,06Гц. **9.5.** 2,56 рад/с. **9.6.** 1,76 рад/с. **9.7.** 6,1 рад/с;  $-72^{\circ}39'$ . **9.8.** 0,26 м. **9.9.** 510 рад/с. **9.10.** 6 рад/с.

**10.1.** 0,5 с. **10.2.** 0,78 м. **10.3.** 16650 м. **10.4.** 1,125 кГц. **10.5.** 100 Гц, 1,3см; 314 м/с. **10.6.** 1,26 рад. **10.7.**  $\pi/2$ . **10.8.** 21 м; 17 мм. **10.9.** 336 Гц, 264 Гц. **10.10.** 34 м/с; 990Гц.

**Приложения**  
**Моменты инерции некоторых тел**

Однородное тело массы $m$	Положение оси	Момент инерции
Прямой тонкий стержень длиной $l$	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12} ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной $l$	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3} ml^2$
Сплошной прямой цилиндр или диск радиуса $R$	Ось цилиндра	$\frac{1}{2} mR^2$
Полый тонкостенный прямой цилиндр или обруч радиуса $R$	Ось цилиндра	$mR^2$
Шар радиуса $R$	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5} mR^2$

**Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования**

Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	$10^{18}$	деци	д	$10^{-1}$
пэта	П	$10^{15}$	санتي	с	$10^{-2}$
тера	Т	$10^{12}$	милли	м	$10^{-3}$
гига	Г	$10^9$	микро	мк	$10^{-6}$
мега	М	$10^6$	нано	н	$10^{-9}$
кило	к	$10^3$	пико	п	$10^{-12}$
гекто	г	$10^2$	фемто	ф	$10^{-15}$
дека	да	$10^1$	атто	а	$10^{-18}$

## Содержание

Введение .....	3
Общие методические указания к выполнению контрольных работ .....	4
Таблица вариантов.....	5
Рекомендуемая литература.....	5
<b>1. Физические основы механики</b> .....	<b>6</b>
1.1. Основные законы и формулы .....	6
1.2. Контрольные задачи к разделу 1.....	12
<b>2. Колебания и волны</b> .....	<b>17</b>
2.1. Основные формулы и определения .....	17
2.2. Контрольные задачи к разделу 2.....	21
<b>3. Ответы к задачам</b> .....	<b>25</b>
Приложения .....	26