

Практическое задание № 1 (заочный) Оценивание в условиях риска

Цель работы: практическое изучение методов оценивания альтернатив реализации в различных условиях функционирования сложных систем.

1. Теоретические сведения

1.1. Задача количественного оценивания

Количественное оценивание систем необходимо во многих практических случаях, связанных с необходимостью принятия решений или осуществления управления в сложных системах.

Обычно исходят из того, что критерий эффективности предназначен для выявления порядка предпочтений на альтернативах (исходах операции), что позволяет обеспечить обоснованный выбор решения.

Выявить формально отношение предпочтения или безразличия непосредственным сравнением альтернатив затруднительно, т.к. показатели исходов операции многочисленны, имеют разный физический смысл и разные шкалы измерений (стоимость изготовления, численность обслуживающего персонала, коэффициент технической готовности, пропускная способность, вероятность вскрытия направления связи при передаче сообщений и т.п.).

Было бы удобно иметь для оценки альтернатив какую-нибудь меру, наподобие денег (стоимость реализации). Однако, использовать только денежную меру недостаточно, т.к. не будут учтены другие существенные факторы (как репутация, настроение, необходимость). Поэтому вводят искусственное понятие «полезности» и соответствующую меру под названием «полезность альтернативы».

Существенным для выбора того или иного критерия оценки альтернатив являются условия, в которых функционирует оцениваемая система. Различают три группы условий:

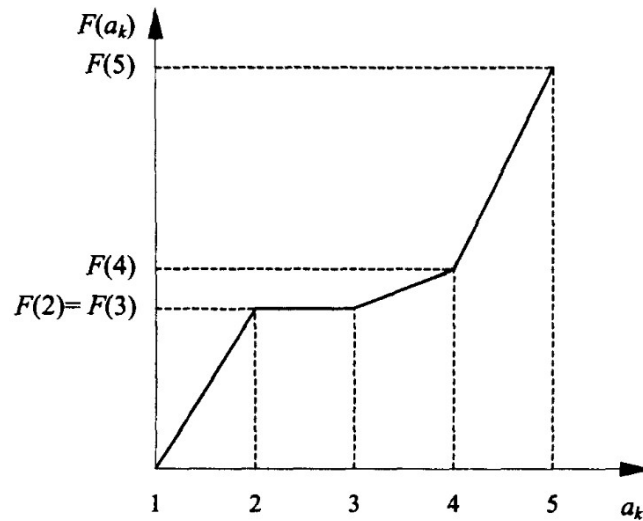
1. условия определенности,
2. условия риска,
3. условия неопределенности.

Рассмотрим **второй** случай из указанных выше.

1.2. Оценка сложных систем в условиях риска на основе функции полезности.

Операции, выполняемые в условиях риска, называются **вероятностными**. Однозначность соответствия между системами и исходами в вероятностных операциях нарушается. Это означает, что каждой системе (альтернативе) a_i ставится в соответствие не один, а множество «исходов» $\{y_k\}$ с известными условными вероятностями их появления. Следовательно, оценивать системы в операциях данного типа так, как в детерминированных операциях, нельзя.

Эффективность систем в вероятностных операциях находится через математическое ожидание функции полезности на множестве исходов $K(a) = Ma[F(y)]$. Сама функция полезности определена на множестве альтернатив и её графическое изображение может иметь вид (см рисунок).



При исходах y_k ($k=1, \dots, m$) с дискретными значениями показателей, каждый из которых появляется с условной вероятностью $p(y_k/a_i)$ и имеет полезность $F(y_k)$ выражение для математического ожидания функции полезности записывается в виде:

$$K(a_i) = \sum_{k=1}^m p(y_k / a_i) F(y_k), \quad i = 1, \dots, n$$

Из этого выражения может быть получена оценка эффективности детерминированных систем как частный случай, если принять, что исход детерминированной системы наступает с вероятностью равной 1, а вероятности всех остальных исходов равны 0.

Условия оценки систем в случае, когда показатели исхода вероятностной операции являются дискретными величинами, удобно задавать в табличном виде:

a_i	y_k	$p(y_k / a_i)$	$F(y_k)$	$K(a_i)$
a_1	y_1	$p(y_1 / a_1)$	$F(y_1)$	
	y_2	$p(y_2 / a_1)$	$F(y_2)$	
	
	y_m	$p(y_m / a_1)$	$F(y_m)$	
a_2	y_1	$p(y_1 / a_2)$	$F(y_1)$	
	y_2	$p(y_2 / a_2)$	$F(y_2)$	
	
	y_m	$p(y_m / a_2)$	$F(y_m)$	
...	...			
a_n	y_1	$p(y_1 / a_n)$	$F(y_1)$	

	y_2	$p(y_2 / a_n)$	$F(y_2)$	
	
	y_m	$p(y_m / a_n)$	$F(y_m)$	

Таким образом, для оценки эффективности систем в вероятностной операции необходимо:

1. Определить исходы операции на каждой системе
2. Построить функцию полезности на множестве исходов операции
3. Рассчитать математическое ожидание функции полезности на множестве исходов операции для каждой системы.

Критерий оптимальности для вероятностных операций имеет вид:

$$K(a_i) = \max_{a_i} M_{a_i}[F(y)], i = 1, \dots, n$$

В соответствии с этим критерием оптимальной системой в условиях риска считается система с максимальным значением математического ожидания функции полезности на множестве исходов операции.

Оценка систем в условиях вероятностной операции – это “оценка в среднем”, поэтому ей присущи все недостатки такого подхода, главный из которых заключается в том, что не исключен случай выбора неоптимальной системы для конкретной реализации операции. Однако если операция будет многократно повторяться, то система оптимальная в среднем приведет к наибольшему успеху.

2. Содержание работы.

Вариант работы определяется так же, как для контрольной работы. Работа выполняется в среде табличного редактора Microsoft Excel.

2.1. Оценивание в условиях риска.

1) Подготовьте в табличном редакторе Microsoft Excel таблицу со структурой, соответствующей структуре таблицы из раздела 1.2 (колонка для u_k не используется).

2) Заполните столбцы для $p(y_k / a_i)$ и $F(y_k)$ данными своего варианта.

3) Впишите в первую строку столбца для $K(a_i)$ выражение для вычисления математического ожидания применения альтернативы.

4) Определите альтернативу a_i , которую следует считать наилучшей по критерию максимума математического ожидания.

3. Отчет по работе.

Отчет по работе должен включать исходные данные и результаты.

1) Результат (выбор) должен указывать на лучшую операцию по данному критерию и приводится непосредственно под заполненной таблицей.

2) Точность вычислений – два десятичных знака.

4. Контрольные вопросы.

1) Что может приниматься в качестве критерия выбора наилучшей альтернативы в условиях риска?

2) Как определяется эффективность систем в вероятностных операциях?

3) Что необходимо сделать для оценки эффективности систем в вероятностной операции?

4) Какой вид имеет критерий оптимальности для вероятностных операций?

5. Варианты.

5.1. Оценивание в условиях риска.

Для каждого варианта приводятся:

- значения вероятностей $p(y_k / a_i)$ появления исхода y_k для каждой альтернативы a_i (таблица),
- значения показателей исходов $F(y_i)$ для каждой альтернативы (под таблицами).

1	$p(y_k / a_i)$
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 0.70$$

$$F(y_2) = 0.50$$

$$F(y_3) = 0.60$$

2	$p(y_k / a_i)$
a1	0.20
	0.50

	0.30
a2	0.40
	0.50
	0.10
a3	0.15
	0.30
	0.55

$$F(y_1) = 0.90$$

$$F(y_2) = 0.60$$

$$F(y_3) = 1.0$$

3	p (yk / ai)
a1	0.20
	0.50
	0.30
a2	0.40
	0.50
	0.10
a3	0.15
	0.30
	0.55

$$F(y_1) = 0.7$$

$$F(y_2) = 0.5$$

$$F(y_3) = 0.6$$

4	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 0.9$$

$$F(y_2) = 0.6$$

$$F(y_3) = 1.0$$

5	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.20
	0.50
a2	0.55

	0.35
	0.10
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 0.7$$

$$F(y_2) = 0.5$$

$$F(y_3) = 0.6$$

6	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 1.2$$

$$F(y_2) = 0.6$$

$$F(y_3) = 1.0$$

7	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.45
	0.45
	0.10

$$F(y_1) = 1.2$$

$$F(y_2) = 0.8$$

$$F(y_3) = 1.0$$

8	p (yk / ai)
a1	0.25
	0.45
	0.30
a2	0.50
	0.35
	0.15

a2	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 3.2$$

$$F(y_2) = 2.4$$

$$F(y_3) = 3.5$$

9	p (yk / ai)
a1	0.55
	0.30
	0.15
a2	0.25
	0.55
	0.20
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 0.9$$

$$F(y_2) = 0.6$$

$$F(y_3) = 1.0$$

10	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.20
	0.50
a2	0.55
	0.35
	0.10
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 0.7$$

$$F(y_2) = 0.5$$

$$F(y_3) = 0.6$$

11	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
2	0.25
	0.45
	0.30
a3	0.55
	0.30

	0.15
--	------

$$F(y_1) = 1.2$$

$$F(y_2) = 0.6$$

$$F(y_3) = 1.0$$

12	p (yk / ai)
a1	0.20
	0.50
	0.30
a2	0.40
	0.50
	0.10
a3	0.15
	0.30
	0.55

$$F(y_1) = 1.6$$

$$F(y_2) = 1.9$$

$$F(y_3) = 2.0$$

13	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 4.9$$

$$F(y_2) = 5.6$$

$$F(y_3) = 4.0$$

14	p (yk / ai)
a1	0.50
	0.25
	0.25
a2	0.40
	0.45
	0.15
a3	0.45
	0.30
	0.25

$$F(y_1) = 1.2$$

$$F(y_2) = 0.8$$

$$F(y_3) = 1.0$$

15	p (yk / ai)
a1	0.25
	0.45
	0.30
a2	0.50
	0.35
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 0.8$$

$$F(y_2) = 0.6$$

$$F(y_3) = 1.0$$

16	p (yk / ai)
a1	0.55
	0.30
	0.15
a2	0.25
	0.55
	0.20
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 0.9$$

$$F(y_2) = 1.0$$

$$F(y_3) = 1.3$$

17	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.45
	0.45
	0.10

$$F(y_1) = 3.2$$

$$F(y_2) = 2.8$$

$$F(y_3) = 2.9$$

18	p (yk / ai)
a1	0.25
	0.45
	0.30
a2	0.50
	0.35
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 5.2$$

$$F(y_2) = 3.4$$

$$F(y_3) = 4.5$$

19	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.15
	0.70
	0.15

$$F(y_1) = 1.9$$

$$F(y_2) = 3.6$$

$$F(y_3) = 4.0$$

20	p (yk / ai)
a1	0.10
	0.50
	0.40
a2	0.50
	0.35
	0.15
a2	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 0.9$$

$$F(y_2) = 0.6$$

$$F(y_3) = 1.0$$

21	p (yk / ai)
-----------	-------------

a1	0.20
	0.50
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

$F(y_1) = 2.8$

$F(y_2) = 3.6$

$F(y_3) = 4.0$

22	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.20
	0.50
a2	0.55
	0.35
	0.10
a3	0.25
	0.60
	0.15

$F(y_1) = 1.7$

$F(y_2) = 2.5$

$F(y_3) = 0.6$

23	p (yk / ai)
a1	0.25
	0.45
	0.30
a2	0.50
	0.35
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

$F(y_1) = 7.6$

$F(y_2) = 6.6$

$F(y_3) = 8.0$

24	p (yk / ai)
a1	0.55
	0.30

	0.15
a2	0.25
	0.55
	0.20
a3	0.25
	0.60
	0.15

$$F(y_1) = 1.7$$

$$F(y_2) = 2.1$$

$$F(y_3) = 3.7$$

25	p (y _k / a _i)
a1	0.50
	0.35
	0.15
a2	0.25
	0.40
	0.35
a3	0.10
	0.50
	0.40

$$F(y_1) = 1.7$$

$$F(y_2) = 2.2$$

$$F(y_3) = 0.6$$